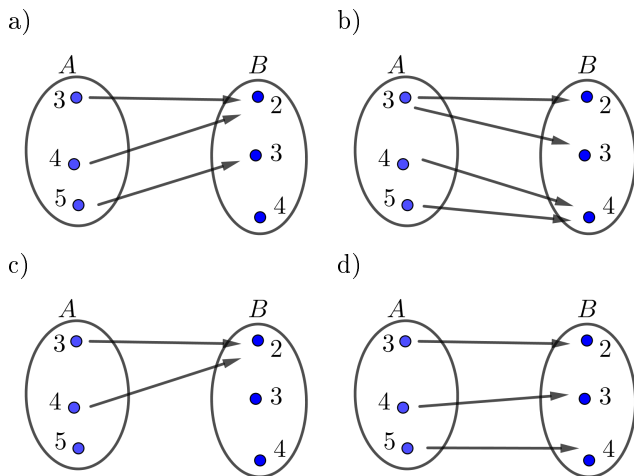


Lista de Exercícios 04

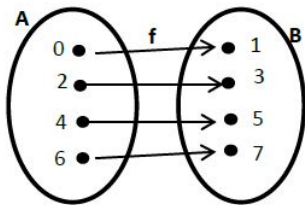
Introdução à Função

1. Verifique quais dos diagramas representam função de $A = \{3, 4, 5\}$ em $B = \{2, 3, 4\}$. Justifique sua resposta.

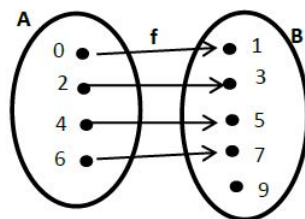


2. Verifique se as funções são injetoras, sobrejetoras ou bijetoras:

a) $f = A \rightarrow B$



b) $f = A \rightarrow B$

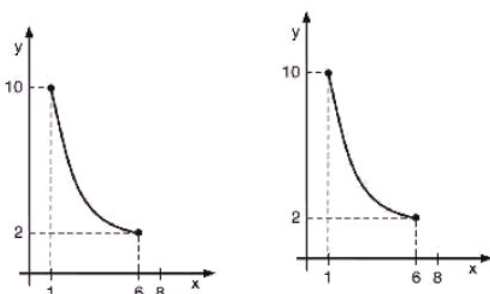


c) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+$ definida por $f(x) = x^2$

d) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x + 2$

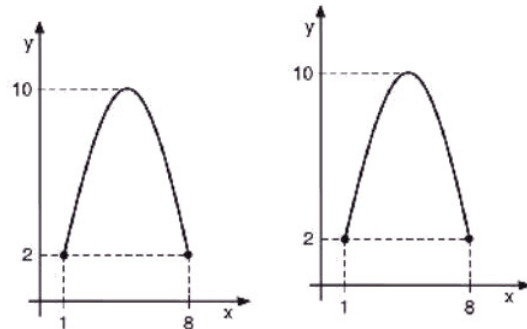
e) $f: \{0; 1; 2; 3; 4\} \rightarrow \mathbb{N}$ definida por $f(x) = 2x$

f) $f: [1; 6] \rightarrow [2; 10]$ g) $f: [1; 6] \rightarrow [0; 10]$



h) $f: [1; 8] \rightarrow \mathbb{R}$

i) $f: [1; 8] \rightarrow [2; 10]$



3. Analise as afirmações abaixo classificando-as em (V) verdadeiras ou (F) falsas:

- ☐ Se uma função é bijetora, então é ela sobrejetora.
- ☐ Toda função injetora é bijetora.
- ☐ Uma função afim do tipo $f(x) = ax + b$, com $a \neq 0$, com domínio e contradomínio nos reais é bijetora.
- ☐ Qualquer função quadrática é bijetora.
- ☐ Se qualquer reta paralela ao eixo das abscissas intercepta o gráfico de uma função em um único ponto, então a função é injetora.
- ☐ Se o contradomínio de uma função é igual ao conjunto imagem, então a função é sobrejetora.
- ☐ Se uma função é sobrejetora e injetora ao mesmo tempo, então a função é bijetora.
- ☐ Se uma função é bijetora, então ela é injetora.

4. Um fabricante de parafusos verificou que o preço de custo p (em real) de cada parafuso dependia da medida x (em milímetro) do diâmetro da base de cada um e podia ser calculado pela lei matemática $p(x) = 0,01x + 0,06$.

- Qual é a variável independente nessa situação? E a dependente?
- Qual é o preço de custo de 1 parafuso com base de 3 milímetros de diâmetro?
- Quantos milímetros tem a medida do diâmetro da base de um parafuso cujo preço de custo é R\$ 0,11?
- Qual é o custo de 500 parafusos com base de 3 milímetros de diâmetro?
- O fabricante vendeu 100 parafusos com base de 4 milímetros de diâmetro por R\$ 20,00. Em relação ao preço de custo, qual foi o percentual de lucro nessa venda?

5. Expresse a área s de um retângulo cujo comprimento é o dobro da largura l . Escreva o domínio e o conjunto imagem da função definida por essa lei.

6. Determine a lei da função f que relaciona:

- um número real x com seu quarto;
- um número real x com sua quarta potência;
- um número real x com seu quádruplo menos 2.

7. Considere $A = \{-5, -3, -1, 1, 3, 4\}$, $B = \{0, 1, 9, 25, 36, 81\}$ e a lei $y = x^2$ que associa x de A com y de B .

- a) Represente essa situação por um diagrama;
 b) Esse diagrama representa uma função? Justifique.

8. Obtenha o domínio de cada função:

1) $f(x) = 9x + 3$; 2) $g(x) = \frac{x^3 + 8x}{x + 3}$; 3) $i(x) = \sqrt{x - 8}$;

4) $j(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{x-3}$; 5) $n(x) = x^{\frac{1}{2}}$; 6) $h(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$.

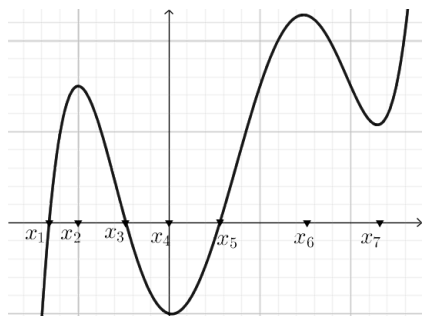
9. Determine, se possível, os zeros reais das funções

a) $g(x) = x + 12$; b) $h(x) = 4 - x$; c) $j(x) = 4x - 9$;

d) $s(x) = \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$; e) $q(x) = 0,5x + 3$; f) $m(x) = x^2 + 1$;

g) $n(x) = x^3 + 1$; h) $p(x) = \frac{1}{x+1}$; i) $t(x) = \sqrt{x-1}$.

10. (MD - 2020) Analise o gráfico da função $y = f(x)$ abaixo



Determine:

- a) duas raízes de f .
 b) um máximo local.
 c) dois pontos de mínimo locais.
 d) um intervalo de crescimento.
 e) um intervalo onde f é negativa.
11. Considerando $A = \{a \in \mathbb{N}; a \text{ é número par}\}$ e $B = \{b \in \mathbb{N}; b \text{ é número ímpar}\}$, inevente a lei de uma:
- I) função f , de \mathbb{N} em A , tal que $\text{Im}_f = A$.
 II) função g , de \mathbb{N} em B , tal que $\text{Im}_g = B$.
12. Considerando $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ e $B = \{-1, 1, 3, 5, 7, 9\}$, inevente a lei de uma:
- I) função f , de A em B , tal que $\text{Im}_f = B$.
 II) função g , de B em A , tal que $\text{Im}_g = A$.
13. A tabela abaixo relaciona a medida, em centímetro, do diâmetro de certa planta de formato circular com seu tempo de vida. Após um ano, essa planta morre.

Tempo de vida (trimestre)	0	1	2	3	4
Medida do diâmetro (cm)	1	3	9	27	81

Com base nos dados da tabela, determinar:

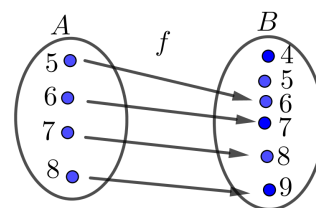
- a) A lei de formação $y = f(x)$ de uma função que retrate a relação entre a medida y do diâmetro da planta e o tempo de vida x dessa planta.
 b) O esboço do gráfico dessa função, admitindo $D = \{x \in \mathbb{R}; 0 \leq x \leq 4\}$ como domínio de \mathbb{R}_+ como contradomínio.
 c) O conjunto imagem e os zeros da função.

14. Analise o diagrama e obtenha o que se pede:

- i) O domínio, o contradomínio e a imagem da função representada.

- ii) O valor de x para $f(x) = 4$.

- iii) O valor de $f(x)$ para $x = 5$.

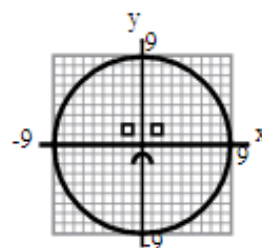


15. (ENEM) Durante uma aula de Matemática, o professor sugere aos alunos que seja fixado um sistema de coordenadas cartesianas (x, y) e representa na lousa a descrição de cinco conjuntos algébricos (I, II, III, IV e V), como se segue:

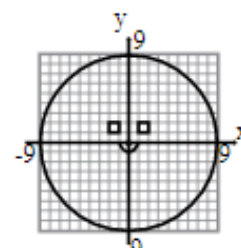
- I. é a circunferência de equação $x^2 + y^2 = 9$;
 II. é a parábola de equação $y = -x^2 - 1$, com x variando de -1 a 1;
 III. é o quadrado formado pelos vértices $(-2, 1)$, $(-1, 1)$, $(-1, 2)$ e $(-2, 2)$;
 IV. é o quadrado formado pelos vértices $(1, 1)$, $(2, 1)$, $(2, 2)$ e $(1, 2)$;
 V. é o ponto $(0, 0)$.

A seguir o professor apresenta corretamente os cinco conjuntos sobre uma mesma malha quadriculada, composta de quadrados com lados medindo uma unidade de comprimento, cada, obtendo, uma figura.

Qual destas figuras foi desenhada pelo professor?



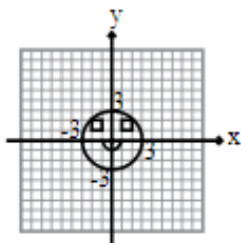
a)



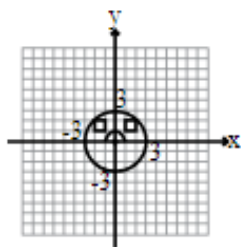
b)



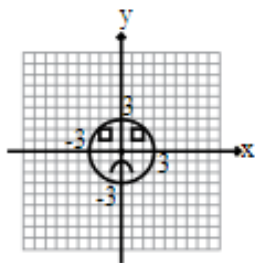
Um belo exemplo de planta circular é a vitória-régia, cujas folhas podem atingir até 2 metros de diâmetro.



c)

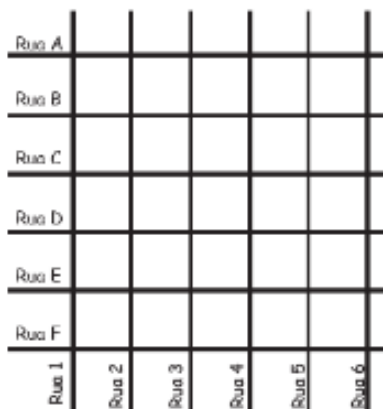


d)



e)

16. (ENEM) Uma família resolveu comprar um imóvel num bairro cujas ruas estão representadas na figura. As ruas com nomes de letras são paralelas entre si e perpendiculares às ruas identificadas com números. Todos os quarteirões são quadrados, com as mesmas medidas, e todas as ruas têm a mesma largura, permitindo caminhar somente nas direções vertical e horizontal. Desconsidere a largura das ruas.



A família pretende que esse imóvel tenha a mesma distância de percurso até o local de trabalho da mãe, localizado na rua 6 com a rua E, o consultório do pai, na rua 2 com a rua E, e a escola das crianças, na rua 4 com a rua A.

Com base nesses dados, o imóvel que atende as pretensões da família deverá ser localizado no encontro das ruas

a) 3 e C. b) 4 e C. c) 4 e D. d) 4 e E. e) 5 e C.

17. Seja f definida por $f(x) = \frac{2x+1}{x+9}$, determine:

a) $f^{-1}(x)$ b) D_f c) $D_{f^{-1}}$ d) Im_f e) $\text{Im}_{f^{-1}}$

18. Determine a inversa de cada função de \mathbb{R} em \mathbb{R} abaixo:

a) $f(x) = 4x + 9$

b) $f(x) = -2x + 3$

c) $f(x) = -7x - \frac{1}{2}$

d) $f(x) = \frac{x+5}{3}$

19. Considerando as funções reais $f(x) = 3x + 7$ e $g(x) = 4x - 1$, determine $f \circ g$ e $g \circ f$.

20. Se $f(x) = x + 2$ e $g(x) = x^2 - 2$, quais os valores de x para que $f(x) = g(f(x))$?

21. Dadas as funções f e g , de \mathbb{R} em \mathbb{R} , definidas por:

$f(x) = x^2 - 5x + 2$ e $g(x) = x + 1$, encontre:

a) as leis que definem $f \circ g$ e $g \circ f$;

b) $(f \circ g)(-2)$ e $(g \circ f)(-2)$;

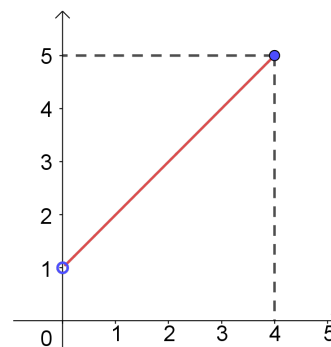
c) $(f \circ g)(1)$ e $(g \circ f)(1)$;

d) os valores do domínio de $g \circ f$ com imagem -3.

22. Sejam $f(x) = 2x + 1$ e $g(x) = 1 - x^2$, determine:

(a) $f \circ g$; (b) $g(f(2))$.

23. O gráfico abaixo representa a função $f(x) = x + 1$, com $0 < x \leq 4$. Determinar o domínio e a imagem de f .



24. Construa, em uma folha de papel quadriculado, o gráfico da função em cada caso.

a) $f : A \rightarrow B$, em que $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ e $B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, dada por $f(x) = x^2$.

b) $g : A \rightarrow B$

25. (GV) Sejam f e g duas funções de \mathbb{R} em \mathbb{R} , tais que $f(x) = 2x$ e $g(x) = 2 - x$. Qual é o valor de x na equação $f(g(x)) + g(f(x)) = f(f(x)) + g(g(x))$?

26. (MACK) As funções $f(x) = 3 - 4x$ e $g(x) = 3x + m$, em que m é uma constante, são tais que $f(g(x)) = g(f(x))$, qualquer que seja x real. Nessas condições, qual é o valor da constante m ?

27. Determine a função inversa de $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por:

a) $g(x) = 3x - 2$; b) $g(x) = \frac{1}{2}x - 4$; c) $g(x) = \frac{3}{2} - 5x$.

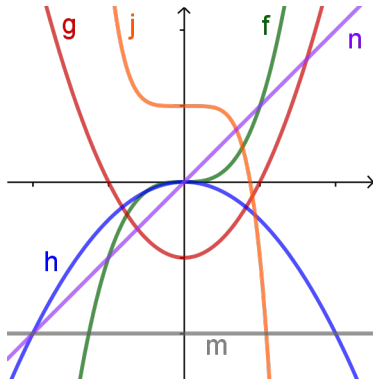
28. (MD - 2019) Sejam f , g e h funções tais que f e g são pares, e h é ímpar. Decida se cada função é par (P), ímpar (I) ou nem par nem ímpar (N):

() $a(x) = f(x) - 2g(x)$; () $b(x) = 8 - \frac{h(x)}{5}$;

() $c(x) = g(x) + h(x)$; () $d(x) = 4h(x) - 2x^5$;

() $e(x) = f(x) \cdot g(x) + \frac{1}{h(x)}$.

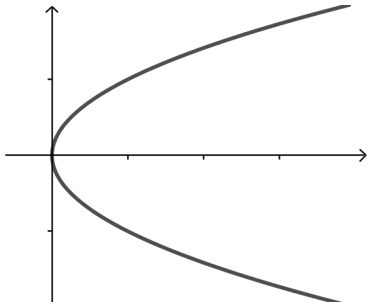
29. (MD - 2020) Considere as funções f, g, h, j, m e n desenhadas no plano cartesiano a seguir



De acordo com a figura acima

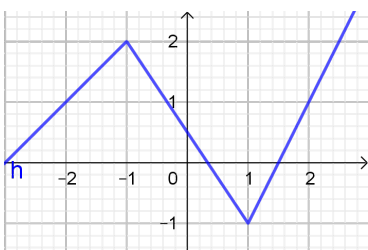
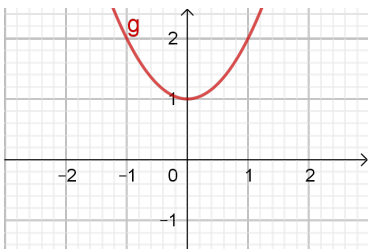
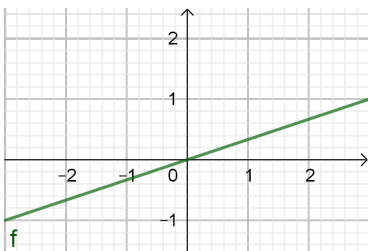
- Indique **todas** as funções pares;
- Indique **todas** as funções ímpares.

30. (MD - 2020)



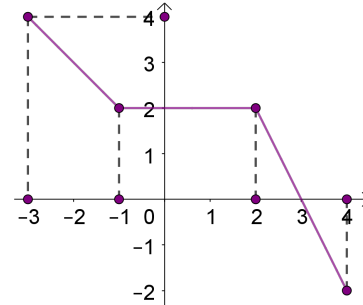
Sobre a curva na imagem acima, pode-se afirmar que é o gráfico de uma função par, de uma função ímpar, de uma função nem par e nem ímpar ou que não se trata do gráfico de uma função? Justifique sua resposta.

31. Observe os gráficos das funções de \mathbb{R} em \mathbb{R} e, depois, faça o que se pede.



- Identifique os intervalos de crescimento e os intervalos de decréscimo de cada função.
- As funções apresentam um valor máximo ou um valor mínimo? Em caso afirmativo, que valores são esses?
- Determine a imagem de cada função.

32. Observe o gráfico da função f e responda às questões.



- Qual é a imagem de 2 pela função f ?
- Para que valor de x a imagem é -2?
- No intervalo $[-1, 2]$, a função assume positivos ou negativos?
- No intervalo $[-1, 2]$, a função é crescente?
- Qual é o domínio dessa função?
- Qual é o conjunto imagem dessa função?
- Qual é o valor máximo e qual é o valor mínimo dessa função?

33. Em cada caso, construa o gráfico de uma função f de \mathbb{R} em \mathbb{R} tal que:

- seja positiva em todo o seu domínio;
- seja negativa em todo o seu domínio;
- a função f tenha um máximo no 1º quadrante;
- a função f seja crescente em $] -\infty, 0]$;
- a função f seja decrescente em $[2, 4]$.

34. Construa o gráfico de uma função cujo conjunto imagem seja $\left\{ y \in \mathbb{R} \mid -\frac{3}{2} < y < 2 \right\}$.

35. Determine o conjunto imagem e o valor mínimo da função a seguir

