Resolução
Atividade 04
Conjuntos Numéricos

1.

a) $M \cap N = [-5, 1[= \{x \in \mathbb{R};\ -5 \leqslant x < 1\}$;

b) $M \cap N = [2, 5] = \{x \in \mathbb{R};\ 0 \leqslant x \leqslant 2\}$;

c) $M \cap N = [-1, 1] = \{x \in \mathbb{R};\ -1 \leqslant x \leqslant 1\}$;

d) $M \cap N = [0,6; 3,2[= \{x \in \mathbb{R};\ 0,6 \leqslant x < 3,2\}$;

e) $M \cap N = [10, 10] = \{10\}$.

2.

I. Falso, pois, consideram-se $x = 4 - \sqrt{2}$ e $y = 3 + \sqrt{2}$, logo, $x + y = 4 - \sqrt{2} + 3 + \sqrt{2} = 7 \notin \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$.

II. Falso, pois, $0 \in \mathbb{Q}$ e $\pi \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$, então $0 * \pi \in \mathbb{Q}$.

III. Falso, pois, consideram-se $x = \sqrt{3}$ e $y = \sqrt{12}$, tem-se $xy = \sqrt{3} * \sqrt{12} = \sqrt{36} = 6 \notin \mathbb{I}$.

Alternativa e).

3. Considere

g : número de motores a gasolina originalmente,
f : número de motores flex originalmente.

Para antes da conversão tem-se $1000 = f + g$.
Para depois da conversão tem-se $556 = 0,64f + 0,36g$.

Logo, $1000 - f = g$, segue-se

$$\begin{aligned} 556 &= 0,64f + 0,36(1000 - f) \\ &= 0,64f + 360 - 0,36f \\ &= 360 + 0,28f \implies \\ 556 - 360 &= 0,28f \\ \frac{196}{0,28} &= f \\ 700 &= f. \end{aligned}$$

Portanto, o número de motores tricombustíveis é

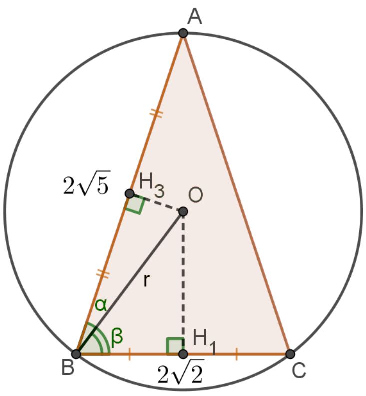
$$0,36 * 700 = 252.$$

4. Tem-se

$$\begin{aligned} \sqrt{4 + 2\sqrt{3}} &\ ?\ 1 + \sqrt{3} \\ \left(\sqrt{4 + 2\sqrt{3}}\right)^2 &\ ?\ (1 + \sqrt{3})^2 \\ 4 + 2\sqrt{3} &\ ?\ 1 + 2\sqrt{3} + 3 \\ 4 + 2\sqrt{3} &= 4 + 2\sqrt{3}. \end{aligned}$$

■

5. Considera-se o ponto O o centro da circunferência. Sabe-se que O é o circuncentro de ABC, logo, sejam H_1 e H_3 os pontos médios de $\overline{BC}$ e $\overline{AB}$, respectivamente. Como mostra o desenho a seguir



Então,

$$\cos(\alpha) = \frac{\sqrt{5}}{\frac{5\sqrt{2}}{3}} = \sqrt{5} * \frac{3}{5\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{10}}{10}.$$

Pela Relação Fundamental da Trigonometria, tem-se

$$\operatorname{sen}(\alpha) = \sqrt{1 - \cos^2(\alpha)} = \sqrt{1 - \frac{90}{100}} = \sqrt{\frac{1}{10}} = \frac{\sqrt{10}}{10}.$$

Da mesma forma, tem-se

$$\cos(\beta) = \frac{\sqrt{2}}{\frac{5\sqrt{2}}{3}} = \sqrt{2} * \frac{3}{5\sqrt{2}} = \frac{3}{5}.$$

Logo,

$$\operatorname{sen}(\beta) = \sqrt{1 - \cos^2(\beta)} = \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}.$$

Segue-se,

$$\begin{aligned} \operatorname{sen}(A\widehat{B}C) &= \operatorname{sen}(\alpha + \beta) = \operatorname{sen}(\alpha)\cos(\beta) + \operatorname{sen}(\beta)\cos(\alpha) \\ &= \frac{\sqrt{10}}{10} * \frac{3}{5} + \frac{4}{5} * \frac{3\sqrt{10}}{10} = \frac{15\sqrt{10}}{50} = \frac{3\sqrt{10}}{10}. \end{aligned}$$

Portanto, a área de ABC é

$$\begin{aligned} \text{Área} &= \frac{a * c * \operatorname{sen}(A\widehat{B}C)}{2} = \frac{2\sqrt{2} * 2\sqrt{5} * \frac{3\sqrt{10}}{10}}{2} \\ &= 2\sqrt{10} * \frac{3\sqrt{10}}{10} = 6. \end{aligned}$$