Lista de Exercícios 03
Conjuntos Numéricos

1. Quais das seguintes proposições são verdadeiras?

a) $\mathbb{N} \subset \mathbb{Q}$; b) $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$; c) $0 \in \mathbb{Q}$;

d) $517 \in \mathbb{Q}$; e) $0,474747... \in \mathbb{Q}$; f) $\{\frac{4}{7}, \frac{11}{3}\} \not\subset \mathbb{Q}$

g) $1 \in \mathbb{Q} - \mathbb{Z}$; h) $\frac{2}{7} \in \mathbb{Q} - \mathbb{Z}$; i) $\frac{14}{2} \in \mathbb{Q} - \mathbb{Z}$;

j) $\frac{21}{14}$ é irredutível; k) $\frac{121}{147} < \frac{131}{150}$; l) $r \in \mathbb{Q} \Rightarrow -r \in \mathbb{Q}$.

2. Quais das proposições abaixo são verdadeiras?

a) $3 \in \mathbb{R}$; b) $\mathbb{N} \subset \mathbb{R}$; c) $\mathbb{Z} \subset \mathbb{R}$;

d) $\frac{1}{2} \in \mathbb{R} - \mathbb{Q}$; e) $\sqrt{4} \in \mathbb{R} - \mathbb{Q}$; f) $\sqrt[3]{4} \in \mathbb{R} - \mathbb{Q}$

g) $(\sqrt{2} - 3\sqrt{3}) \in \mathbb{R} - \mathbb{Q}$; h) $\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \in \mathbb{R} - \mathbb{Q}$; i) $\frac{3\sqrt{2}}{5\sqrt{2}} \in \mathbb{Q}$.

3. Descrever, conforme a notação da teoria dos conjuntos, os seguintes intervalos:

a) $[-1,3]$; b) $[0,2[$; c) $]-3,4[$; d) $]\infty,5[$; e) $[1,\infty[$.

4. Utilizando a representação gráfica dos intervalos sobre a reta real, determinar $A \cap B$ e $A \cup B$ sendo $A = [0,3]$ e $B = [1,4]$.

5. Determinar os seguintes conjuntos:

a) $[-1,3] \cup [0,4]$; b) $]-2,1] \cup]0,5[$;

c) $[-1,3] \cup [3,5]$; d) $\left[-\frac{1}{2}, 0\right[\cup \left]-\frac{3}{2}, -\frac{1}{4}\right]$.

6. Sendo $A = [0,5[$ e $B =]1,3[$, determinar $\complement_A^B$.

7. Dados os conjuntos $A = [1,3[$ e $B =]2,9]$, os conjuntos $(A \cup B)$, $(A \cap B)$ e $(A - B)$ são, respectivamente:

a) $[1,9],]2,3[, [1,2]$; b) $]1,9],]2,3[,]1,2]$;

c) $]1,9[,]2,3[,]1,2]$; d) $[1,9],]2,3], [1,2]$;

e) $[1,9], [2,3], [1,2]$.

8. Sendo $A = \{x \in \mathbb{R};\ -1 < x \leqslant 3\}$ e $B = \{x \in \mathbb{R};\ 2 < x \leqslant 5\}$, então:

a) $A \cap B = \{x \in \mathbb{R};\ 2 \leqslant x \leqslant 3\}$

b) $A \cup B = \{x \in \mathbb{R};\ -1 < x \leqslant 5\}$

c) $A - B = \{x \in \mathbb{R};\ -1 < x < 2\}$

d) $B - A = \{x \in \mathbb{R};\ 3 \leqslant x \leqslant 5\}$

e) $\complement_A^B = \{x \in \mathbb{R};\ -1 \leqslant x < 2\}$

9. Se $A = \{x \in \mathbb{R};\ -1 < x < 2\}$ e $B = \{x \in \mathbb{R};\ 0 \leqslant x < 3\}$, o conjunto $A \cap B$ é o intervalo:

a) $[0,2[$; b) $]0,2[$; c) $[-1,3]$; d) $]-1,3[$; e) $]-1,3]$.

10. **(CESGRANRIO)** Sejam $A = (-\infty, 2]$ e $B = [0, \infty)$ intervalos de números reais. Então $A \cap B$ é:

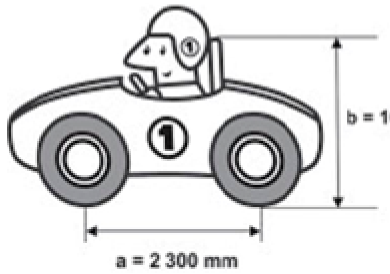
a) $\{1\}$; b) $(-\infty, 0]$; c) vazio; d) $\{0,1,2\}$; e) $[0,2]$.

11. **(ENEM)** O dono de uma oficina mecânica precisa de um pistão das partes de um motor, de 68 mm de diâmetro, para o conserto de um carro. Para conseguir um, esse dono vai até um ferro velho e lá encontra pistões com diâmetros iguais a 68,21 mm; 68,102 mm; 68,001 mm; 68,02 mm e 68,012 mm. Para colocar o pistão no motor que está sendo consertado, o dono da oficina terá de adquirir aquele que tenha o diâmetro mais próximo do que precisa. Nessas condições, o dono da oficina deverá comprar o pistão de diâmetro

a) 68,21 mm; b) 68,102 mm; c) 68,02 mm;

d) 68,012 mm; e) 68,001 mm.

12. **(ENEM)** Um mecânico de uma equipe de corrida necessita que as seguintes medidas realizadas em um carro sejam obtidas em metros:



a) distância a entre os eixos dianteiro e traseiro;
b) altura b entre o solo e o encosto do piloto.

Ao optar pelas medidas a e b em metros, obtêm-se, respectivamente,

a) a) 0,23 e 0,16. b) 2,3 e 1,6. c) 23 e 16.

d) d) 230 e 160. e) 2 300 e 1 600.

13. Colocar na forma de uma fração irredutível os seguintes números racionais

α) 0,4; β) 0,444...; γ) 0,323232...; δ) 5,423423423...

14. **(ENEM)** O medidor de energia elétrica de uma residência, conhecido por "relógio de luz", é constituído de quatro pequenos relógios, cujos sentidos de rotação estão indicados conforme a figura:

A medida é expressa em kWh. O número obtido na leitura é composto por 4 algarismos. Cada posição do número é formada pelo último algarismo ultrapassado pelo ponteiro. O número obtido pela leitura em kWh, na imagem, é:

a) 2614; b) 3624; c) 2715; d) 3725; e) 4162.

15. **(PRISE)** Em consequência da aquisição de hábitos nada saudáveis, como sedentarismo e alimentação excessivamente calórica, Camila, Daniela e Giselle estão engordando. Para combater o sobre peso, resolveram seguir

uma dieta e praticar exercícios físicos. Porém, devido ao intenso ritmo de estudos dedicados ao cumprimento das tarefas escolares, estão com dificuldades para destinar um horário em que, juntas, as três possam frequentar a mesma academia. Os horários disponíveis de cada uma correspondem aos seguintes intervalos fechados: Camila, das 17h às 20h; Daniela, das 18h às 21h; Giselle, das 16h às 19h. Neste caso, o intervalo que corresponde ao horário disponível comum às três para a prática de exercícios físicos é:

a) $[16, 17]$; b) $[17, 18]$; c) $[18, 19]$; d) $[19, 20]$; e) $[20, 21]$.

16. **(ENEM)** Desde 2005, o Banco Central não fabrica mais a nota de R\$ 1,00 e, desde então, só produz dinheiro nesse valor em moedas. Apesar de ser mais caro produzir uma moeda, a durabilidade do metal é 30 vezes maior que a do papel. Fabricar uma moeda de R\$ 1,00 custa R\$ 0,26, enquanto uma nota custa R\$ 0,17, entretanto, a cédula dura de oito a onze meses.

Disponível em: http://noticias.r7.com. Acesso em: 26 abr. 2010.

Com R\$ 1 000,00 destinados a fabricar moedas, o Banco Central conseguiria fabricar, aproximadamente, quantas cédulas a mais?

a) 1 667; b) 2 036; c) 3 846; d) 4 300; e) 5 882.

17. **(ENEM)** Os calendários usados pelos diferentes povos da Terra são muito variados. O calendário islâmico, por exemplo, é lunar, e nele cada mês tem sincronia com a fase da lua. O calendário maia segue o ciclo de Vênus, com cerca de 584 dias, e cada 5 ciclos de Vênus corresponde a 8 anos de 365 dias da Terra.

MATSUURA, Oscar. Calendários e o fluxo do tempo. Scientific American Brasil. Disponível em: http://www.uol.com.br. Acesso em: 14 out. 2008 (adaptado).

Quantos ciclos teria, em Vênus, um período terrestre de 48 anos?

a) 30 ciclos. b) 40 ciclos. c) 73 ciclos.

d) 240 ciclos. e) 384 ciclos.

18. **(ENEM)** Há um novo impulso para produzir combustível a partir de gordura animal. Em abril, a High Plains Bioenergy inaugurou uma biorrefinaria próxima a uma fábrica de processamento de carne suína em Guymon, Oklahoma. A refinaria converte a gordura do porco, juntamente com o o óleo vegetal, em biodiesel. A expectativa da fábrica é transformar 14 milhões de quilogramas de banha em 112 milhões de litros de biodiesel.

Revista Scientific American. Brasil, ago. 2009 (adaptado).

Considere que haja uma proporção direta entre a massa de banha transformada e o volume de biodiesel produzido. Para produzir 48 milhões de litros de biodiesel, a massa de banha necessária, em quilogramas, será de, aproximadamente,

a) 6 milhões. b) 33 milhões. c) 78 milhões.

d) 146 milhões. e) 384 milhões.

19. **(ENEM)** Um dos grandes problemas da poluição dos mananciais (rios, córregos e outros) ocorre pelo hábito de jogar óleo utilizado em frituras nos encanamentos que estão interligados com o sistema de esgoto. Se isso ocorrer, cada 10 litros de óleo poderão contaminar 10 milhões (10^7) de litros de água potável.

Manual de etiqueta. Parte integrante das revistas Veja (ed. 2055), Cláudia (ed. 555), National Geographic (ed. 93) e Nova Escola (ed. 208) (adaptado).

Suponha que todas as famílias de uma cidade descartem os óleos de frituras através dos encanamentos e consomem 1 000 litros de óleo em frituras por semana. Qual seria, em litros, a quantidade de água potável contaminada por semana nessa cidade?

a) 10^2. b) 10^3. c) 10^4. d) 10^5. e) 10^9.

20. São dados os conjuntos $A = \{x \in \mathbb{Z};\ -3 \leqslant x < 4\}$, $B = \{x \in \mathbb{N};\ x \text{ é ímpar}\}$ e $C = \{x \in \mathbb{Z}_+^*;\ x < 6\}$. O conjunto D, tal que $D = (A - B) - C$ é

a) $\{-3, -2, -1, 0\}$; b) $\emptyset$; c) $\{1, 3\}$; d) $\{2\}$; e) $\{2, 4, 5\}$.

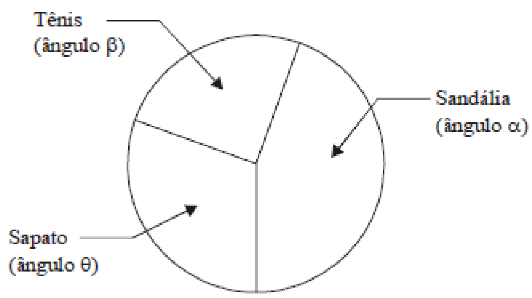
21. **(Puc-Campinas)** Para os conjuntos $A = \{a\}$ e $B = \{a, \{A\}\}$ podemos afirmar:

a) $B \subset A$; b) $A = B$; c) $A \in B$; d) $a = A$; e) $\{A\} \in B$.

22. **(UEG-GO)** Considere os dados abaixo.
Uma enquete com 450 alunos de uma escola para saber os tipos de calçados mais usados apresentou o seguinte resultado:

- 49% dos alunos usavam sandália;
- 22% dos alunos usavam tênis;
- 30% dos alunos usavam sapato.

Esse resultado foi representado em um gráfico de setores



O ângulo θ no gráfico acima mede:

a) 95^o; b) 100^o; c) 105^o; d) 108^o; e) 120^o.

23. Considere os seguintes conjuntos:

$$I = \{n \in \mathbb{Z} |\ n \text{ é ímpar}\}$$
$$P = \{n \in \mathbb{Z} |\ n \text{ é primo}\}$$
$$M = \{n \in \mathbb{Z} |\ n \text{ é múltiplo de 3}\}$$

Então temos:

a) $P \subset I$; b) $I \subset P$; c) $P \cap M = \emptyset$;

d) $(M \cap P) \subset (I \cap P)$; e) $M \subset I$.