

第4章 不定积分 同步测试卷 A卷

一、选择题 (1-6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

(1) 设 $F_1(x), F_2(x)$ 是区间 I 内连续函数 $f(x)$ 的两个不同的原函数, 且 $f(x) \neq 0$, 则在区间 I 内必有 ().

- (A) $F_1(x) + F_2(x) = C$ (B) $F_1(x) \cdot F_2(x) = C$
(C) $F_1(x) = CF_2(x)$ (D) $F_1(x) - F_2(x) = C$ (C 为常数)

(2) 下列等式中正确的是 ().

- (A) $\int f'(x)dx = f(x)$ (B) $\int df(x) = f(x)$
(C) $\frac{d}{dx} \int f(x)dx = f(x)$ (D) $d \int f(x)dx = f(x)$

(3) 若 $f'(x^2) = \frac{1}{x} (x > 0)$, 则 $f(x) =$ ().

- (A) $2x + C$ (B) $\ln|x| + C$
(C) $2\sqrt{x} + C$ (D) $\frac{1}{\sqrt{x}} + C$

(4) 若 $\int f(x)dx = F(x) + C$, 则 $\int e^{-x} f(e^{-x})dx =$ ().

- (A) $F(e^x) + C$ (B) $-F(e^{-x}) + C$
(C) $F(e^{-x}) + C$ (D) $\frac{F(e^{-x})}{x} + C$

(5) 如果等式 $\int f(x)e^{-\frac{1}{x}}dx = -e^{-\frac{1}{x}} + C$, 则函数 $f(x) =$ ().

- (A) $-\frac{1}{x}$ (B) $-\frac{1}{x^2}$ (C) $\frac{1}{x}$ (D) $\frac{1}{x^2}$

(6) $\int \frac{x + \sin x}{1 + \cos x} dx =$ ().

- (A) $\tan \frac{x}{2} + C$ (B) $x \tan \frac{x}{2}$
(C) $2 \tan \frac{x}{2} + C$ (D) $x \tan \frac{x}{2} + C$

二、填空题 (7-12 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

(7) 设 $f(x) = e^{-x}$, 则 $\int \frac{f'(\ln x)}{x} dx =$ _____.

(8) $\int \frac{(1+x^2) \arcsin x}{x^2 \sqrt{1-x^2}} dx =$ _____.

(9) $\int \frac{\cos 2x}{\sin^2 x \cos^2 x} dx = \underline{\hspace{2cm}}.$

(10) $\int x^2 \sqrt{x^3 + 1} dx = \underline{\hspace{2cm}}.$

(11) 已知 $f'(e^x) = xe^{-x}$, 且 $f(1) = 0$, 则 $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}.$

(12) $\int \frac{dx}{3 + \sin^2 x} = \underline{\hspace{2cm}}.$

三、解答题 (13-20 小题, 每小题 8 分, 共 64 分)

(13) 若函数 $f(x)$ 的原函数是 $F(x)$, 问 $f(x)$ 是否一定为连续函数? 试举例说明.

(14) 设 $f(\sin^2 x) = \frac{x}{\sin x}$, 求 $\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{1-x}} f(x) dx.$

(15) 求不定积分 $\int \frac{dx}{\sqrt{x}(1+\sqrt[3]{x})}.$

(16) 求不定积分 $\int \frac{dx}{x^4(1+x^2)}.$

(17) 求不定积分 $\int \frac{\sin x}{1 + \sin x} dx.$

(18) 求不定积分 $\int \frac{\arctan e^x}{e^{2x}} dx.$

(19) 求不定积分 $\int \ln(1 + \sqrt{\frac{1+x}{x}}) dx (x > 0).$

(20) 求不定积分 $\int \sin x \sin 2x \sin 3x dx.$

第4章 不定积分 同步测试卷 B 卷

一、选择题 (1-6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

(1) $\int \frac{e^{3x} + e^x}{e^{4x} + e^{2x} + 1} dx = (\quad) .$

(A) $\tan(e^x + e^{-x}) + C$ (B) $\tan(e^x - e^{-x}) + C$

(C) $\arctan(e^x + e^{-x}) + C$ (D) $\arctan(e^x - e^{-x}) + C$

(2) 若 $f(x)$ 的导函数为 $\sin x$, 则 $f(x)$ 的一个原函数是 $(\quad) .$

(A) $1 + \sin x$ (B) $1 - \sin x$

(C) $1 + \cos x$ (D) $1 - \cos x$

(3) $\int \frac{f'(x)}{1+f^2(x)} dx = (\quad) .$

(A) $\ln|1+f(x)|+C$ (B) $\frac{1}{2}\ln|1+f^2(x)|+C$

(C) $\arctan f(x)+C$ (D) $\frac{1}{2}\arctan f(x)+C$

(4) 设 $\int F'(x)dx = \int G'(x)dx$, 则下列结论正确的是 $(\quad) .$

(A) $F(x) = G(x)$ (B) $F(x) = G(x) + C$

(C) $F'(x) = G'(x)$ (D) $d\int F(x)dx = d\int G(x)dx$

(5) 设 $f(x)$ 为连续函数, $\int f(x)dx = F(x) + C$, 则正确的是 $(\quad) .$

(A) $\int f(ax+b)dx = F(ax+b) + C$ (B) $\int f(x^n)x^{n-1}dx = F(x^n) + C$

(C) $\int f(\ln ax)\frac{1}{x}dx = F(\ln ax) + C$ (D) $\int f(e^{-x})e^{-x}dx = F(e^{-x}) + C$

(6) 已知 $f(x)$ 的一个原函数为 $\ln^2 x$, 则 $\int xf'(x)dx = (\quad) .$

(A) $2\ln x - \ln^2 x + C$ (B) $\ln x + \ln^2 x + C$

(C) $\ln x - \ln^2 x + C$ (D) $2\ln x + C$

二、填空题 (7-12 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

(7) $\int \frac{dx}{(2-x)\sqrt{1-x}} = \underline{\hspace{2cm}} .$

$$(8) \int \frac{3x^4 + 3x^2 + 1}{x^2 + 1} dx = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$(9) \int \frac{\tan x}{\sqrt{\cos x}} dx = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$(10) \text{ 设 } \int x f(x) dx = \arcsin x + C, \text{ 则 } \int \frac{1}{f(x)} dx = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$(11) \int x \sin x \cos x dx = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$(12) \int x f(x^2) f'(x^2) dx = \underline{\hspace{2cm}}.$$

三、解答题 (13-20 小题, 每小题 8 分, 共 64 分)

$$(13) \text{ 设 } f(x^2 - 1) = \ln \frac{x^2}{x^2 - 2}, \text{ 且 } f[\varphi(x)] = \ln x, \text{ 求 } \int \varphi(x) dx.$$

$$(14) \text{ 求 } \int \frac{1}{x} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} dx.$$

$$(15) \text{ 求 } \int \frac{1}{\sqrt{1+x} + \sqrt[3]{1+x}} dx.$$

$$(16) \text{ 求 } \int \frac{\arctan x}{x^2(1+x^2)} dx.$$

$$(17) \text{ 设 } f(x) = \begin{cases} 1, & x < 0, \\ x+1, & 0 \leq x \leq 1, \\ 2x, & x > 1. \end{cases} \text{ 求 } \int f(x) dx.$$

$$(18) \text{ 求 } \int \frac{\arcsin e^x}{e^x} dx.$$

$$(19) \text{ 求 } \int \frac{\ln \sin x}{\sin^2 x} dx.$$

$$(20) \text{ 求 } \int \frac{dx}{\sin 2x + 2 \sin x}.$$