二分答案

二分答案是一种枚举。

当然，最小值最大化是同理的。

利用单调性的优秀枚举。

整体的代码思路就是，二分 + 验证

最大值最小化

注意，这里的有序是广义的有序，如果一个数组中的左侧或者右侧都满足某一种条件，而另一侧都不满足这种条件，也可以看作是一种有序（如果把满足条件看做 1，不满足看做 0，至少对于这个条件的这一维度是有序的）。

换言之，二分可以用来查找满足某种条件的最大（最小)的值。

要求满足某种条件的最大值的最小可能情况（最大值最小化），首先的想法是从小到大枚举这个作为答案的「最大值」，然后去判断是否合法。若答案单调，就可以使用二分来更快地找到答案。因此，要想使用二分来解这种「最大值最小化」的题目，需要满足以下三个条件：

1. 答案在一个固定区间内；
2. 可能查找一个符合条件的值不是很容易，但是要求能比较容易地判断某个值是否是符合条件的；
3. 可行解对于区间满足一定的单调性。换言之，如果 x 是符合条件的，那么有 $x+1$ 或者 $x-1$ 也符合条件。（这样下来就满足了上面提到的单调性)

[蓝桥杯 2022 国 B] 卡牌

题目描述

这天，小明在整理他的卡牌。

他一共有 n 种卡牌，第 i 种卡牌上印有正整数数 $i(i \in [1,n])$, 且第 i 种卡牌现有 a_i 张。

而如果有 n 张卡牌，其中每种卡牌各一张，那么这 n 张卡牌可以被称为一套牌。小明为了凑出尽可能多套牌，拿出了 m 张空白牌, 他可以在上面写上数 i，将其当做第 i 种牌来凑出套牌。然而小明觉得手写的牌不太美观，决定第 i 种牌最多手写 b_i 张。

请问小明最多能凑出多少套牌?

输入格式

输入共 3 行，第一行为两个正整数 n，m 。

第二行为 n 个正整数 $a_1, a_2, \ldots, a_n$ 。

第三行为 n 个正整数 $b_1, b_2, \ldots, b_n$ 。

输出格式

一行，一个整数表示答案。

样例 #1

样例输入 #1

```
4 5
1 2 3 4
5 5 5 5
```

样例输出 #1

```
3
```

提示

【样例说明】

这 5 张空白牌中，拿 2 张写 1，拿 1 张写 2，这样每种牌的牌数就变为了 $3,3,3,4$，可以凑出 3 套牌，剩下 2 张空白牌不能再帮助小明凑出一套。

【评测用例规模与约定】

对于 30% 的数据，保证 $n \leq 2000$;

对于 100% 的数据，保证 $n \leq 2 \times 10^5; a_i, b_i \leq n; m \leq n^2$ 。

蓝桥杯 2022 国赛 B 组 C 题。

[蓝桥杯 2022 国 A] 环境治理

题目描述

LQ 国拥有 n 个城市，从 0 到 $n-1$ 编号，这 n 个城市两两之间都有且仅有一条双向道路连接，这意味着任意两个城市之间都是可达的。每条道路都有一个属性 D，表示这条道路的灰尘度。当从一个城市 A 前往另一个城市 B 时，可能存在多条路线，每条路线的灰尘度定义为这条路线所经过的所有道路的灰尘度之和，LQ 国的人都很讨厌灰尘，所以他们总会优先选择灰尘度最小的路线。

LQ 国很看重居民的出行环境，他们用一个指标 P 来衡量 LQ 国的出行环境，P 定义为：

$$P=\sum_{i=0}^{n-1}\sum_{j=0}^{n-1}d(i,j)$$

其中 $d(i,j)$ 表示城市 i 到城市 j 之间灰尘度最小的路线对应的灰尘度的值。

为了改善出行环境，每个城市都要有所作为，当某个城市进行道路改善时，会将与这个城市直接相连的所有道路的灰尘度都减少 1，但每条道路都有一个灰尘度的下限值 L，当灰尘度达到道路的下限值时，无论再怎么改善，道路的灰尘度也不会再减小了。

具体的计划是这样的：

- 第 1 天，0 号城市对与其直接相连的道路环境进行改善；
- 第 2 天，1 号城市对与其直接相连的道路环境进行改善；

……

- 第 n 天，$n-1$ 号城市对与其直接相连的道路环境进行改善；
- 第 $n+1$ 天，0 号城市对与其直接相连的道路环境进行改善；
- 第 $n+2$ 天，1 号城市对与其直接相连的道路环境进行改善；

……

LQ 国想要使得 P 指标满足 $P \le Q$。请问最少要经过多少天之后，P 指标可以满足 $P \le Q$。如果在初始时就已经满足条件，则输出 0；如果永远不可能满足，则输出 -1。

输入格式

输入的第一行包含两个整数 n,Q，用一个空格分隔，分别表示城市个数和期望达到的 P 指标。

接下来 n 行，每行包含 n 个整数，相邻两个整数之间用一个空格分隔，其中第 i 行第 j 列的值 $D_{i,j}(D_{i,j}=D_{j,i},D_{i,i}=0)$ 表示城市 i 与城市 j 之间直接相连的那条道路的灰尘度。

接下来 n 行，每行包含 n 个整数，相邻两个整数之间用一个空格分隔，其中第 i 行第 j 列的值 $L_{i,j}(L_{i,j}=L_{j,i},L_{i,i}=0)$ 表示城市 i 与城市 j 之间直接相连的那条道路的灰尘度的下限值。

输出格式

输出一行包含一个整数表示答案。

样例 #1

样例输入 #1

```
3 10
0 2 4
2 0 1
4 1 0
0 2 2
2 0 0
2 0 0
```

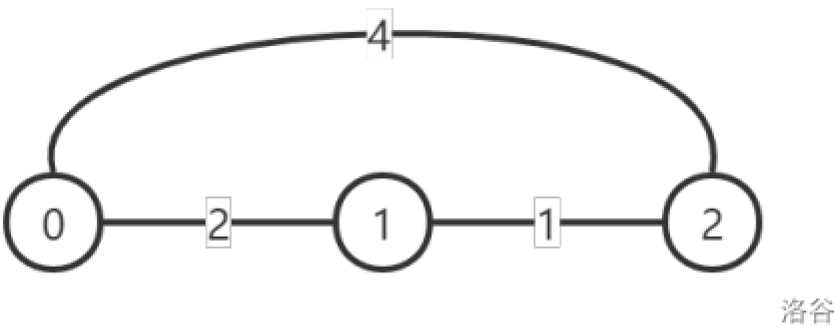
样例输出 #1

```
2
```

提示

【样例说明】

初始时的图如下所示，每条边上的数字表示这条道路的灰尘度：

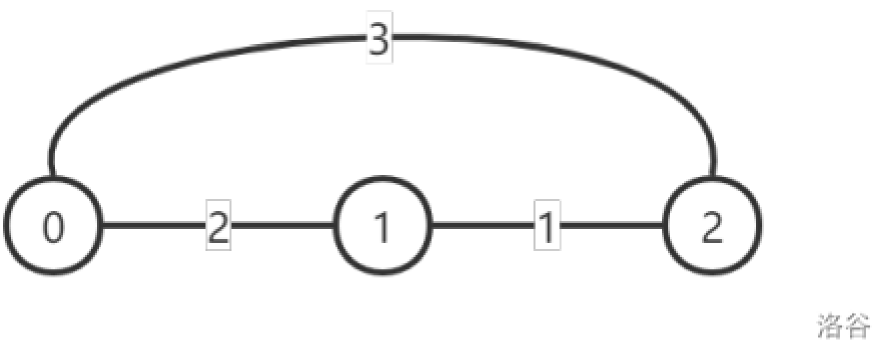


此时每对顶点之间的灰尘度最小的路线对应的灰尘度为：

- $d(0,0)=0,d(0,1)=2,d(0,2)=3$；
- $d(1,0)=2,d(1,1)=0,d(1,2)=1$；
- $d(2,0)=3,d(2,1)=1,d(2,2)=0$。

初始时的 P 指标为 $(2+3+1)\times 2=12$，不满足 $P\leq Q=10$;

第一天，0 号城市进行道路改善，改善后的图示如下：

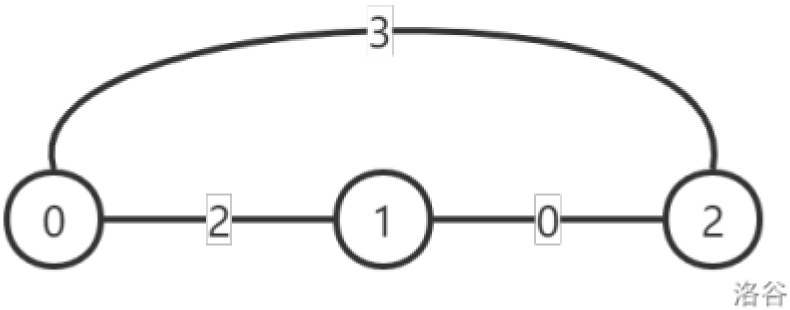


注意到边 $(0,2)$ 的值减小了 1，但 $(0,1)$ 并没有减小，因为 $L_{0,1}=2$，所以 $(0,1)$ 的值不可以再减小了。此时每对顶点之间的灰尘度最小的路线对应的灰尘度为：

- $d(0,0)=0, d(0,1)=2, d(0,2)=3$，
- $d(1,0)=2, d(1,1)=0, d(1,2)=1$，
- $d(2,0)=3, d(2,1)=1, d(2,2)=0$。

此时 P 仍为 12。

第二天，1 号城市进行道路改善，改善后的图示如下：



此时每对顶点之间的灰尘度最小的路线对应的灰尘度为：

- $d(0,0)=0, d(0,1)=2, d(0,2)=2$，
- $d(1,0)=2, d(1,1)=0, d(1,2)=0$，
- $d(2,0)=2, d(2,1)=0, d(2,2)=0$。

此时的 P 指标为 $(2+2)\times 2=8<Q$，此时已经满足条件。

所以答案是 2。

【评测用例规模与约定】

- 对于 30% 的评测用例，$1 \le n \le 10$，$0 \le L_{i,j} \le D_{i,j} \le 10$；
- 对于 60% 的评测用例，$1 \le n \le 50$，$0 \le L_{i,j} \le D_{i,j} \le 10^5$；
- 对于所有评测用例，$1 \le n \le 100$，$0 \le L_{i,j} \le D_{i,j} \le 10^5$，$0 \le Q \le 2^{31}-1$。

蓝桥杯 2022 国赛 A 组 F 题。