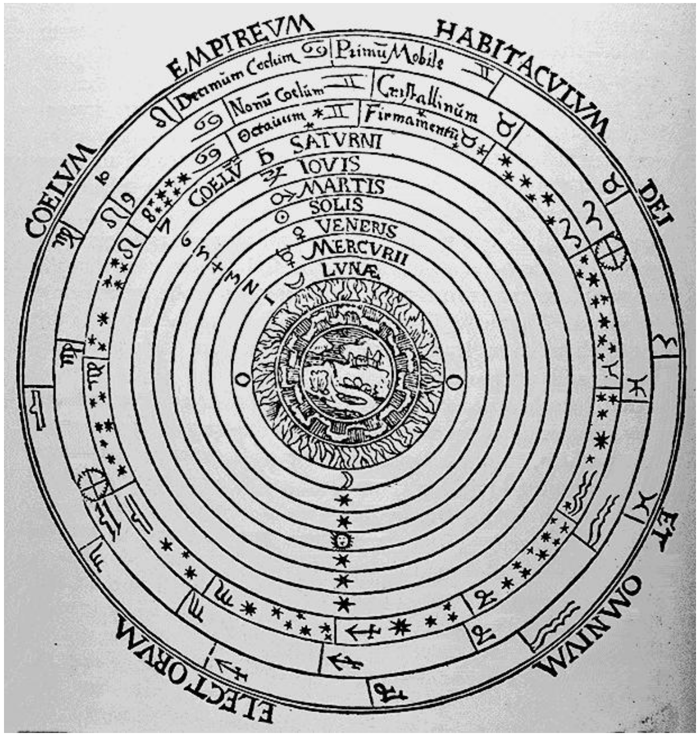
Symulacje komputerowe w fizyce



Ćwiczenia II - PLANETY

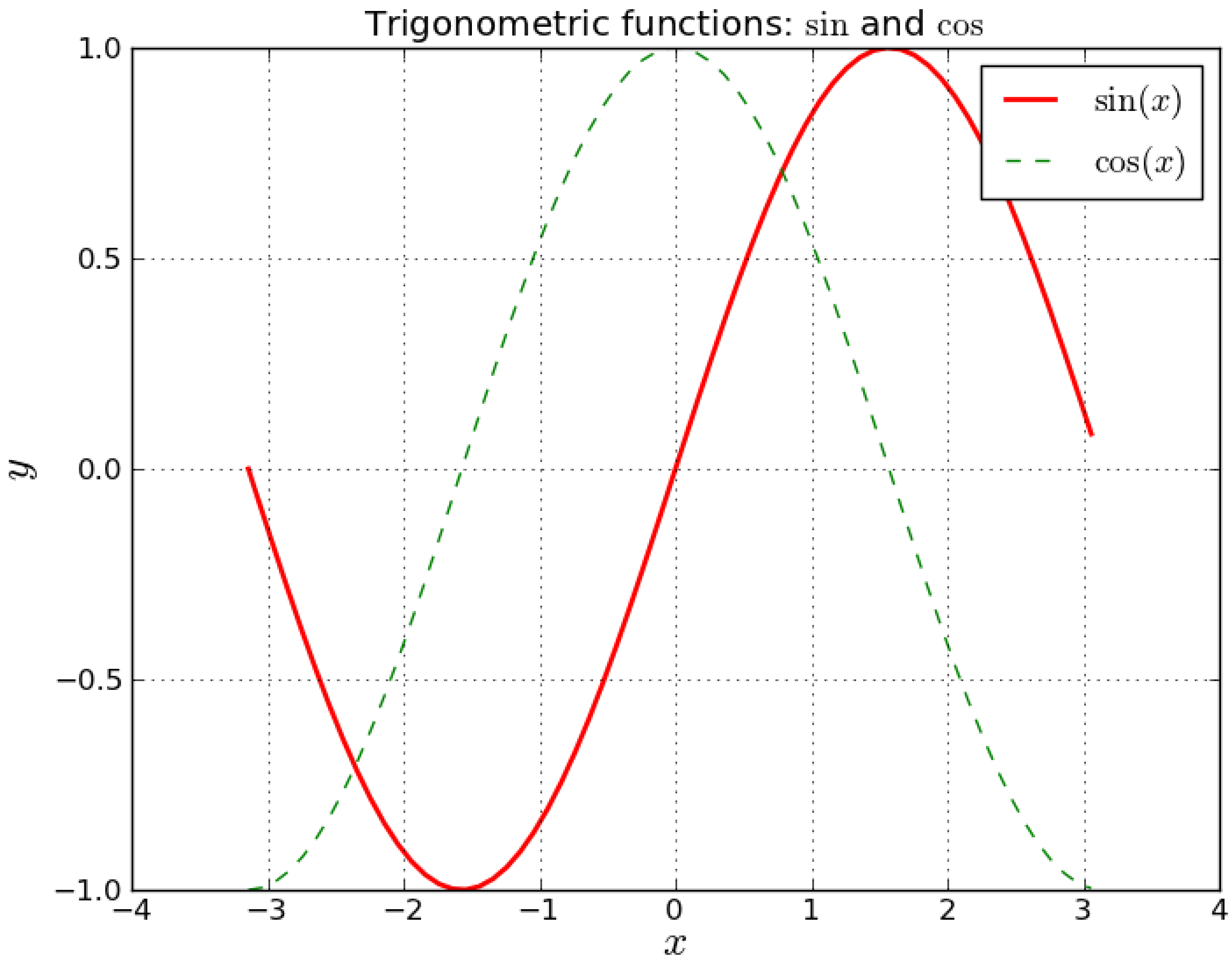
Plan:

- Jak wykreślać dane: pyplot
- Ruch w polu grawitacyjnym – problem 2 ciał
- Problem 3 ciał: Alex Chenciner i jego balet planetarny
- Przykłady ruchu wielu ciał

Prosty wykres z użyciem pyplota

```
import math
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
xs = np.arange(-math.pi, math.pi, 0.1)
# produkuje równo rozłożone liczby w tym przedziale
ys1 = np.sin(xs)
ys2 = np.cos(xs)
# oblicza sinus i kosinus lda liczb z tego przedziału
plt.plot(xs, ys1, color="r", linestyle="-", linewidth=2)
# rysuje wykres używając xs jako x oraz ys1 jako  y, linia czerwona, ciągła, grubośc=2
plt.plot(xs, ys2, "g--", lw=1)
# rysuje wykres używając xs jako x oraz ys2 jako  y, zielona, przerywana, grubośc=1
plt.xlabel("$x$",fontsize=14 )
plt.ylabel("$y$")
plt.title("Funkcje: $\sin$ i $\cos$")
plt.grid(True)
plt.legend(("$\sin(x)$", "$\cos(x)$"))
plt.show()
```

i wynik jego pracy



Poeksperymentujmy...

```
plt.plot(xs, ys2, "ro", lw=2)?
```

```
plt.plot(xs, xs, 'r--', xs, xs**2, 'bs', xs, xs**3, 'g^')
```

albo, jeśli nie chcemy okreslać cech każdej linii osobno:

```
plt.plot(xs, xs, xs, xs**2, xs, xs**3, color='r', linestyle= '--', linewidth=2.0)
```

alobo, jeszcze prościej (bez opcji):

```
plt.plot(xs, xs, xs, xs**2, xs, xs**3)
```

zachowajmy rysunek: `plt.savefig("C:/D/sym2012/xy.png", format="png")`

Rysunki kilkuczęściowe

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
def f(t): return np.exp(-t) * np.cos(2*np.pi*t)
t1 = np.arange(0.0, 5.0, 0.1)
t2 = np.arange(0.0, 5.0, 0.02)
plt.subplot(211)
plt.plot(t1, f(t1), 'bo', t2, f(t2), 'k')
plt.subplot(212)
plt.plot(t2, np.cos(2*np.pi*t2), 'r--')
```

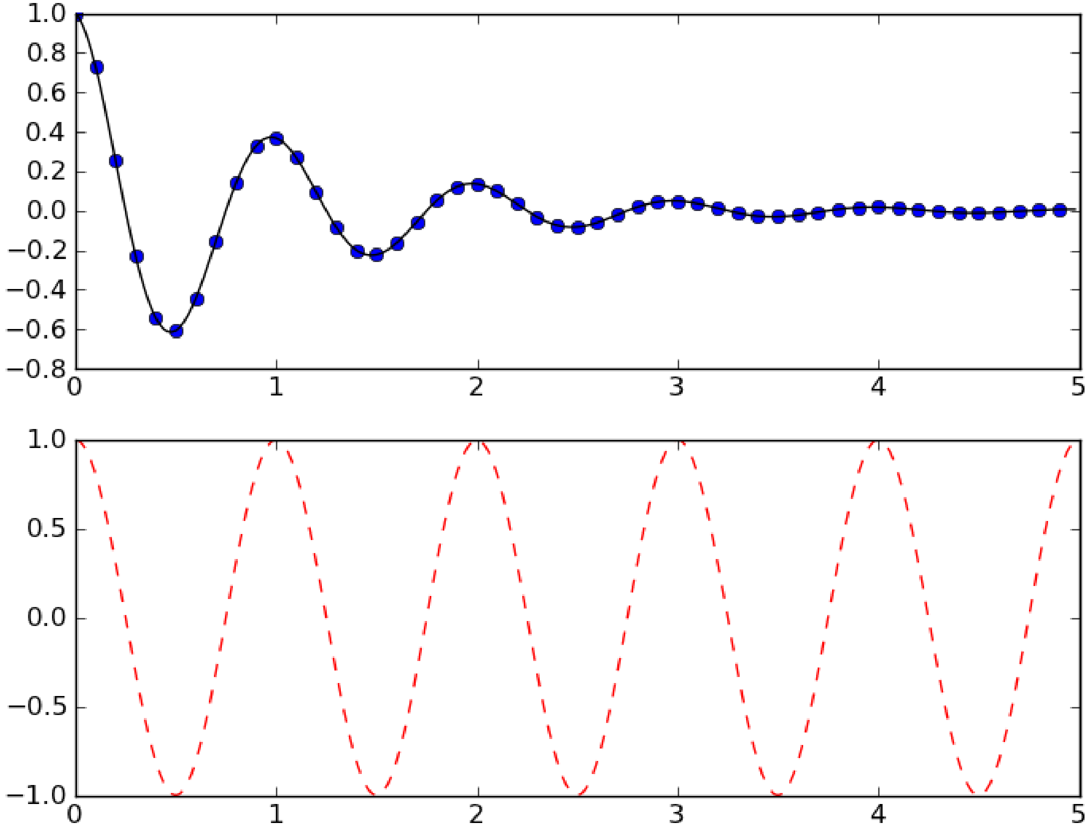
plt.subplot(211)

nr rysunku

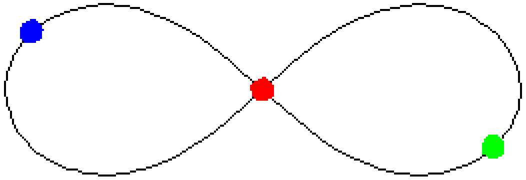
liczba kolumn

liczba wierszy

i rezultat:



Balet planetarny



C. Moore, *Braids in classical gravity*, Phys. Rev. Lett. **70**, 3675, 1993

A. Chenciner and R. Montgomery, *A remarkable periodic solution of the three body problem in the case of equal masses,* Ann. Math. **152**, 2000

D. Mackenzie *Triple Star Systems May Do Crazy Eights*, Science, **287**, 1910, 2000

Balet planetarny w większym gronie

Java applet by Charlie McDowell of the University of California, Santa Cruz based on
Chenciner, A., Gerver, J., Montgomery, R. and Simó, C. *Simple Choreographic Motions of N Bodies*

Zadanie

- rozwiązać (numerycznie) problem dwóch ciał

potencjał oddziaływania: $$V(r_{12}) = \frac{GMm}{r_{12}}$$

$$G = 0.01,\ \ M = 500.0,\ \ m = 0.1,\ dt = 0.001$$

dla uproszczenia, potraktujmy *M* jako nieruchome i usytuowane w środku układu współrzednych siła na masę *m* wynosi wtedy:

$$F(r) = -\frac{GMm}{r^2}\hat{r}$$

wygodnie pracować z wektorami!

znaleźć orbitę dla warunków początkowych:

$$(x, y) = (2, 0),\ \ (p_x, p_y) = (0, 0.1)$$

używając metody Verleta, żabki oraz Eulera

Metody całkowania

Euler:

$$\mathbf{r}(t+\delta t)=\mathbf{r}(t)+v(t)\delta t+\tfrac{1}{2}\frac{\mathbf{F}(t)}{m}\delta t^{2}$$

$$\mathbf{p}(t+\delta t)=\mathbf{p}(t)+\mathbf{F}(t)\delta t$$

Verlet:

$$\mathbf{r}(t+\delta t)=2\mathbf{r}(t)-\mathbf{r}(t-\delta t)+\left(\frac{\mathbf{F}(t)}{m}\right)\Delta t^{2}$$

Leapfrog:

$$\mathbf{v}(t+\delta t/2)=\mathbf{v}(t-\delta t/2)+\left(\frac{\mathbf{F}(t)}{m}\right)\Delta t$$

$$\mathbf{r}(t+\delta t)=\mathbf{r}(t)+\mathbf{v}(t+\delta t/2)\Delta t$$

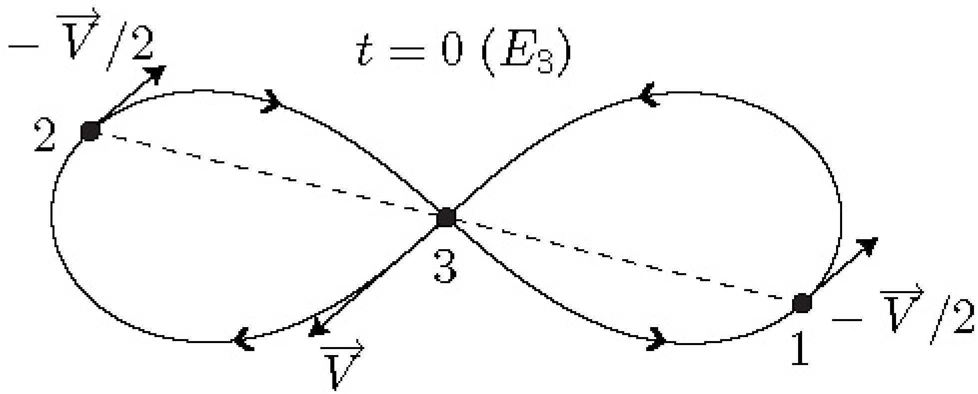
Zadanie – cd.

- znajdź orbitę
- narysuj zalezność od czasu energii kinetycznej, potencjalnej i całkowitej dla róznych algorytmów
- w którym punkcie algorytm traci dokładność?

wskazówki:

- warto pracować na wektorach (np. **r0**=array([2.,0.])
- iloczyn skalarny **a**.**b**=dot(**a**,**b**)
- warto zdefiniowac funkcje sila(**r**), potencjal (**r**) etc.

Z gwiazdką: ósemka Chencinera



$\mathbf{r_1}=-\mathbf{r_2}=(0.97000436,-0.24308753)$; $\mathbf{r_3}=(0,0)$;

$\mathbf{v_3}=-2\mathbf{v_1}=-2\mathbf{v_2}=(0.93240737,0.86473146)$;

Spróbujcie uzyskać to numerycznie