উচ্চতর গণিত ১ম পত্র।। অধ্যায় ৯ ।। অন্তরীকরণ

* $x = 2.9, 2.99, 2.999 \ldots$ অর্থাৎ $x \to 3^-$ অর্থাৎ x এর মান 3 এর দিকে ধাবিত হচ্ছে কিন্তু 3 নয়।

* $x = 3.1, 3.11, 3.111 \ldots$ অর্থাৎ $x \to 3^+$ অর্থাৎ x এর মান 3 এর দিকে ধাবিত হচ্ছে কিন্তু 3 নয়।

* $x \to 3^-$ হচ্ছে left hand limit; $x \to 3^+$ হচ্ছে right hand limit;

$x \to 3$ হলে উভয় দিকেই ধরতে হবে।

* Limit এর মৌলিক ধর্ম:

$\lim\limits_{x\to a} f(x) = m, \lim\limits_{x\to a} g(x) = n$ হলে

(i) $\lim\limits_{x\to a} \{f(x) \pm g(x) \pm \cdots\}$

$= \lim\limits_{x\to a} f(x) \pm \lim\limits_{x\to a} g(x) \pm \cdots$

$= m \pm n \pm \cdots$

(ii) $\lim\limits_{x\to a} \{f(x)\, g(x) \cdots\}$

$= \lim\limits_{x\to a} f(x) \times \lim\limits_{x\to a} g(x)$

$= m \times n \times \cdots$

(iii) $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = \dfrac{\lim\limits_{x\to a} f(x)}{\lim\limits_{x\to a} g(x)}$

$= \dfrac{m}{n}; n \neq 0$

(iv) $\lim\limits_{x\to a} c \cdot f(x) = c \cdot \lim\limits_{x\to a} f(x)$

$= c \cdot m$ [c ধ্রুবক]

(v) $\lim\limits_{x\to a} c$ (ধ্রুবক) $= c$

* $\dfrac{1}{0} = \dfrac{2}{0} = \cdots = \infty$

* $\dfrac{1}{\infty} = \dfrac{2}{\infty} = \cdots = 0$

* $\infty \pm x = \infty$; $-\infty \pm x = -\infty$

* $\dfrac{\infty}{\infty} = \infty$; $\infty \times x = \infty$

* চলকের লিমিট অসীম হলেও ফাংশনের লিমিট অসীম।

* চলকের লিমিট অসীম বা সসীম এর জন্য ফাংশনের লিমিট অসীম হলে ঐ ফাংশনটি লিমিট বিদ্যমান নেই।

* $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin x}{x} = 1$; $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{\sin x}{x}\right)^n = 1$ [$n \in R$]

* $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x}{\sin x} = 1$; $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{x}{\sin x}\right)^n = 1$

* $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\tan x}{x} = 1$; $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{\tan x}{x}\right)^n = 1$

* $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x}{\tan x} = 1$; $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{x}{\tan x}\right)^n = 1$

* অবশ্যই মুখস্থ রাখতে হবে !

1. $e = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \cdots$

2. $e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots$

3. $e^{-x} = 1 - \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} - \frac{x^3}{3!} + \cdots$

4. $a^x = 1 + \frac{x}{1!}(\ln a) + \frac{x^2}{2!}(\ln a)^2 + \frac{x^3}{3!}(\ln a)^3 + \cdots$

5. $a^{-x} = 1 - \frac{x}{1!}(\ln a) + \frac{x^2}{2!}(\ln a)^2 - \frac{x^3}{3!}(\ln a)^3 + \cdots$

6. $\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \cdots$

7. $\ln(1-x) = -x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} - \cdots$

8. $(1+x)^n = 1 + nx + \frac{n(n-1)}{2!}x^2 + \cdots + \frac{n(n-1)\cdots(n-r+1)}{r!}x^r + \cdots + x^n$ $[n \in N]$

9. $(1+x)^n = 1 + nx + \frac{n(n-1)}{2!}x^2 + \cdots + \infty$ $[n \notin N]$

10. $(1-x)^n = 1 - nx + \frac{n(n-1)}{2!}x^2 + \cdots + (-1)^n x^n$ $[n \in N]$

11. $(1-x)^n = 1 - nx + \frac{n(n-1)}{2!}x^2 + \cdots \infty$ $[n \notin N]$

12. $\lim_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$

13. $\lim_{x \to 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$

14. $\lim_{x \to 0} \frac{(1+x)^n - 1}{x} = n$

15. $\lim_{x \to a} \frac{x^n - a^n}{x - a} = na^{n-1}$; $\lim_{x \to a} \frac{x^m - a^m}{x^n - a^n} = \frac{m}{n} a^{m-n}$

16. $\lim_{x \to 0} \frac{a^x - 1}{x} = \ln a$

17. $\lim_{x \to 0} (1+x)^{1/x} = e^{x \text{ এর সহগ} \times \frac{1}{x} \text{ এর সহগ}}$

18. $\lim_{x \to \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e^{x \text{ এর সহগ} \times \frac{1}{x} \text{ এর সহগ}}$

Scanned with CamScanner

* $\frac{d}{dx} x^n = nx^{n-1}$
* $\frac{d}{dx} e^x = e^x$
* $\frac{d}{dx} e^{mx} = me^{mx}$
* $\frac{d}{dx} a^x = a^x \ln a$
* $\frac{d}{dx} \ln x = \frac{1}{x}$
* $\frac{d}{dx} \log_a x = \frac{d}{dx} \frac{\ln x}{\ln a} = \frac{1}{x \ln a}$
  $= \frac{1}{x} \log_a e$
* $\frac{d}{dx} \sin x = \cos x$
* $\frac{d}{dx} \cos x = -\sin x$
* $\frac{d}{dx} \tan x = \sec^2 x$
* $\frac{d}{dx} \cot x = -\operatorname{cosec}^2 x$
* $\frac{d}{dx} \sec x = \sec x \tan x$
* $\frac{d}{dx} \operatorname{cosec} x = -\operatorname{cosec} x \cot x$
* $\frac{d}{dx} (\overset{\text{ধ্রুবক}}{c}) = 0$
* $\frac{d}{dx}\{c f(x)\} = c \frac{d}{dx}\{f(x)\}$
* $\frac{d}{dx}(u \pm v \pm w \pm \cdots) = \frac{d}{dx}(u) \pm \frac{d}{dx}(v) \pm \cdots$
* $\frac{d}{dx}(uv) = u \frac{d}{dx}(v) + v \frac{d}{dx} u$
* $\frac{d}{dx}\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{v \frac{d}{dx} u - u \frac{d}{dx} v}{v^2}$
* $\frac{d}{dx}(x) = 1$
* $\frac{d}{dx}(\sqrt{x}) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
* $\frac{d}{dx}\{\ln(\tan x)\} = 2\operatorname{cosec} 2x$

* $\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ কে $\frac{dy}{dx}$ বা $\frac{d}{dx} f(x)$ বা $f'(x)$ বা y_1 বা D_x দ্বারা প্রকাশ করা হয়। ইহাকে x এর সাপেক্ষে y এর অন্তরজ বলে।

* মূল নিয়মে বা লিমিট পদ্ধতিতে সমাধানের সূত্র:

$$\frac{d}{dx} f(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \quad [\text{ধরি, } \Delta x = h$$

সমাধান করার নিয়ম:

⇒ প্রদত্ত ফাংশন $= f(x)$ ধরা হয়।

⇒ প্রতিক্ষেত্রে x এর পরিবর্তে $x+h$ বসিয়ে $f(x+h)$ এর মান নির্ণয় করতে হবে।

⇒ মূল নিয়মের সূত্রটিতে মান বসিয়ে স্বাভাবিক ভাবে অন্তরজ নির্ণয় করতে হবে।

* কোনো নির্দিষ্ট বিন্দু, $x = a$ বিন্দুতে $f(x)$ এর অন্তরজ নির্ণয়:

$$f'(x) = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

$$f'(a^-) = \lim_{x \to a^-} \frac{f(x) - f(a^-)}{x - a^-} \; ; \; f'(a^+) = \lim_{x \to a^+} \frac{f(x) - f(a^+)}{x - a^+}$$

অর্থাৎ, বাম অন্তরজ = ডান অন্তরজ হলে ঐ বিন্দুতে ফাংশনটি অন্তরজ বিদ্যমান, লিমিট বিদ্যমান এবং ফাংশনটি ঐ বিন্দুতে অবিচ্ছিন্ন।

Scanned with CamScanner

* কোনো ফাংশানের লিমিট বিদ্যমান থাকবে যদি বাম লিমিট = ডান লিমিট অর্থাৎ, $\lim_{x\to a^-} f(x) = \lim_{x\to a^+} f(x)$ হয়

এবং মান গুলো অসীম হয়।

* স্যান্ডউইচ উপপাদ্য : $f(x)$, $h(x)$, $g(x)$ তিনটি ফাংশান হলে,

$h(x) \le f(x) \le g(x)$ এর জন্য

$\lim_{x\to a} h(x) = m$ এবং $\lim_{x\to a} g(x) = m$ হলে, $\lim_{x\to a} f(x) = m$ হবে।

$\lim_{x\to 0} x^2 \sin\frac{1}{x}$ # $\lim_{x\to \alpha} \frac{2-\cos x}{x+3}$ # $\lim_{x\to \alpha} \frac{\cos^2(2x)}{3-2x}$

* $x = a$ বিন্দুতে $f(x)$ ফাংশানটি অবিচ্ছিন্ন হবে যদি $\lim_{x\to a^-} f(x) = \lim_{x\to a^+} f(x) = f(a)$ এবং অসীম মান হয়। কিন্তু তিনটি শর্তের একটিও যদি অমিল হয় তবে $f(x)$ বিচ্ছিন্ন হবে।

* Chain rule, $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dz} \cdot \frac{dz}{du} \cdot \frac{du}{dx}$

* ln ব্যতীত দুই বা ততোধিক ফাংশান গুণ বা ভাগ আকারে থাকলে প্রদত্ত ফাংশানটি $= y$ ধরে উভয় পাশে ln নিয়ে সরল করার পর অন্তরজ করলে অন্তরজ প্রক্রিয়া সহজ হয়।

$\frac{e^{-3x}(3x+5)}{7x-1}$; ধরি, $y = \frac{e^{-3x}(3x+5)}{7x-1} \Rightarrow \ln y = \ln\{e^{-3x}(3x+5)\} - \ln(7x-1)$

* $\frac{d}{dx}(\sin^{-1}x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$; $\frac{d}{dx}(\cos^{-1}x) = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$; $\frac{d}{dx}(\tan^{-1}x) = \frac{1}{1+x^2}$;

$\frac{d}{dx}(\cot^{-1}x) = -\frac{1}{1+x^2}$; $\frac{d}{dx}(\sec^{-1}x) = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$; $\frac{d}{dx}(\operatorname{cosec}^{-1}x) = \frac{-1}{x\sqrt{x^2-1}}$

* $\sin^{-1}x+\sin^{-1}y=\sin^{-1}\left(x\sqrt{1-y^2}+y\sqrt{1-x^2}\right)$
* $\sin^{-1}x-\sin^{-1}y=\sin^{-1}\left(x\sqrt{1-y^2}-y\sqrt{1-x^2}\right)$
* $\cos^{-1}x+\cos^{-1}y=\cos^{-1}\left\{xy-\sqrt{(1-x^2)(1-y^2)}\right\}$
* $\cos^{-1}x-\cos^{-1}y=\cos^{-1}\left\{xy+\sqrt{(1-x^2)(1-y^2)}\right\}$
* $\tan^{-1}x+\tan^{-1}y=\tan^{-1}\frac{x+y}{1-xy}$ * $\tan^{-1}x-\tan^{-1}y=\tan^{-1}\frac{x-y}{1+xy}$
* $2\tan^{-1}x=\tan^{-1}\frac{2x}{1-x^2}=\sin^{-1}\frac{2x}{1+x^2}=\cos^{-1}\frac{1-x^2}{1+x^2}$
* $2\sin^{-1}x=\sin^{-1}\left(2x\sqrt{1-x^2}\right)$; $2\cos^{-1}x=\cos^{-1}(2x^2-1)$
* Technic → * $\sqrt{a^2-x^2}$ থাকলে x এর পরিবর্তে $x=a\sin\theta/a\cos\theta$ বসাতে হবে
  * $\sqrt{1-x^2}$ " " " " $x=\sin\theta/\cos\theta$ " "
  * $\sqrt{2-x^2}$ " " " $x=\sqrt{2}\sin\theta/\sqrt{2}\cos\theta$ " "
  * $\sqrt{x^2-a^2}$ " " " $x=a\sec\theta/a\operatorname{cosec}\theta$ " "
  * $\sqrt{x^2+a^2}/\sqrt{a^2+x^2}$ " " " $x=a\tan\theta/a\cot\theta$ " "
  * $\sqrt{1+x}/\sqrt{1-x}/\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}/\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$ " " $x=\cos 2\theta/\cos\theta$ " "
  * $\frac{2x}{1-x^2}/\frac{2x}{1+x^2}/\frac{1-x^2}{1+x^2}/\frac{1-x}{1+x}/\frac{1+x}{1-x}$ " " $x=\tan\theta$ " "

$\cos^{-1}\left(\frac{1+x}{2}\right)^{1/2}$; # $\sin^{-1}\frac{1-x^2}{1+x^2}$

* x^x, x^y, x^{x^x}, x^{e^x}, $x^{\ln x}$, $x^{\sin x}$, $x^{\cos^{-1}x}$, $(\ln x)^{\sin x}$, $(\sin x)^{\ln x}$, $(\sin^{-1}x)^{\cos x}$, $(\ln x)^x$, $(\sin x)^x$, $(\cos^{-1}x)^x$ প্রভৃতি এই ধরনের ফাংশনের ক্ষেত্রে লগারিদমের সাহায্যে অন্তরজ প্রক্রিয়া সহজ হয়।

সূত্র: $\frac{d}{dx}\left(U^V\right)=U^V\left[\frac{V}{U}\frac{d}{dx}(U)+\ln(U)\frac{d}{dx}(V)\right]$

$=\text{ভিত্তি}^{\text{পাওয়ার}}\left[\frac{\text{পাওয়ার}}{\text{ভিত্তি}}\frac{d}{dx}(\text{ভিত্তি})+\ln(\text{ভিত্তি})\frac{d}{dx}(\text{পাওয়ার})\right]$

* যদি কোনো ফাংশনের স্বাধীন ও অধীন চলক নির্ণয় সম্ভব না হয় তবে তাকে অব্যক্ত ফাংশান বলে।

যেমন: $x^2 - xy + y^2 + 1 = 0$

* ব্যক্ত ফাংশান: $y = x^2 - x + 1$

পর্যায়ক্রমিক অন্তরজ:

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)^n \neq \frac{d^n y}{dx^n}$$

যদি, $y = f(x)$ হয় তবে,

১ম অন্তরজ: $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\{f(x)\} = f'(x) = y' = y_1 = D_x'$

২য় অন্তরজ: $\frac{d}{dx}\left(\frac{dy}{dx}\right) = \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dx}\{f'(x)\} = f''(x) = y'' = y_2 = D_x''$

৩য় অন্তরজ: $\frac{d}{dx}\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right) = \frac{d^3y}{dx^3} = \frac{d}{dx}\{f''(x)\} = f'''(x) = y''' = y_3 = D_x'''$

— — — — — — — — — — — — —

n তম অন্তরজ: $\frac{d}{dx}\left(\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}\right) = \frac{d^n y}{dx^n} = \frac{d}{dx}\{f^{(n-1)}(x)\} = f^n(x) = y^n = y_n = D_x^n$

* কোনো বক্ররেখার যেকোনো বিন্দুতে অন্তরজ ঐ বিন্দুগামী স্পর্শকের ঢালের সমান, $\frac{dy}{dx} = \tan\theta$

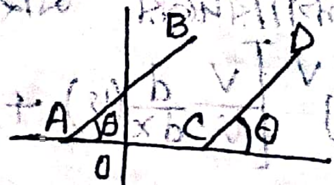
* বক্ররেখার স্পর্শকের ঢালের বৈশিষ্ট্য:

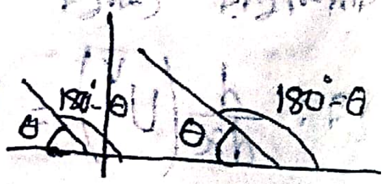
(ক) বক্ররেখা স্পর্শক x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করলে স্পর্শকটির ঢাল, $\frac{dy}{dx} = \tan\theta$

(খ) যেকোনো দিকের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করলে, $\frac{dy}{dx} = \pm\tan\theta$

সূক্ষ্মকোণের ঢাল ধনাত্মক

স্থূলকোণের ঢাল ঋণাত্মক





(গ) বক্ররেখাটির স্পর্শক অক্ষদ্বয়ের সাথে সমান সমান কোণ উৎপন্ন করলে স্পর্শকটির ঢাল, $\frac{dy}{dx} = \pm 1$

④ কোনো নিদিষ্ট বিন্দুতে (x_1, y_1) স্পর্শকের ঢালকে $\left.\frac{dy}{dx}\right|_{(x_1,y_1)} = \tan\theta$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

⑤ বক্ররেখার স্পর্শক x অক্ষ বা x অক্ষের সমান্তরাল বা y অক্ষের উপর লম্ব হলে, $\frac{dy}{dx} = 0$

⑥ বক্ররেখার স্পর্শক y অক্ষ বা y অক্ষের সমান্তরাল বা x অক্ষের উপর লম্ব হলে, $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{0}$

⑦ (x_1, y_1) বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ, $y - y_1 = \left.\frac{dy}{dx}\right|_{(x_1,y_1)} (x - x_1)$

⑧ (x_1, y_1) বিন্দুতে লম্বরেখা বা অভিলম্বের সমীকরণ, $y - y_1 = \frac{-1}{\left.\frac{dy}{dx}\right|_{(x_1,y_1)}} (x - x_1)$

* $f'(x) > 0$ হলে, ঐ বিন্দুতে ফাংশনটি ক্রমবর্ধমান।
* $f'(x) < 0$ হলে, ঐ বিন্দুতে ফাংশনটি ক্রমহ্রাসমান
* $y = f(x)$ হলে এবং, $f'(x) = 0$ এর জন্য যেসকল বিন্দু পাওয়া যাবে (ধরি, a/b) সেগুলো,

$f''(a/b) > 0$ হলে a/b এর জন্য ক্ষুদ্রতম বা লঘিষ্ঠ বা লঘু বা সর্বনিম্ন মান পাওয়া যাবে।

$f''(a/b) < 0$ হলে, a/b এর জন্য বৃহত্তম বা গরিষ্ঠ বা গুরু বা সর্বোচ্চ মান পাওয়া যাবে

প্রাপ্ত a ও b কে $f(x)$ এ বসিয়ে মান নির্ণয় করতে হবে।

* x^n এর n তম অন্তরজ, $y_n = n!$

কিন্তু, $y_{n+1} = 0$, $y_{n+2} = 0$ ...

$y = x^{100}$ হলে, $y_{101} + y_{102} + y_{103} = ?$
$= 0$

$$\frac{d^{50} x^{50}}{d x^{50}} = 50!$$

* $(ax+b)^n$ এর n তম অন্তরজ, $y_n = a^n n!$

* e^{ax} এর n তম অন্তরজ, $y_n = a^n \cdot e^{ax}$

* a^{mx} এর n তম অন্তরজ, $y_n = a^{mx} \cdot (m \ln a)^n$

* $y = \ln x$ এর n তম অন্তরজ, $y_n = (-1)^{n-1} \cdot (n-1)!\ x^{-n}$

* $y = \frac{1}{x}$ এর n তম " , $y_n = (-1)^n \cdot n! \cdot x^{-(n+1)}$

* $y = \frac{1}{ax}$ এর n তম " , $y_n = (-1)^n \cdot n! \cdot (ax)^{-(n+1)} \cdot a^n$

* $y = \frac{c}{a+bx}$ এর n তম অন্তরজ, $y_n = c\, b^n (-1)^n \cdot n!\ (a+bx)^{-(n+1)}$

* $y = a\sin(bx+c) + d$ এর n তম অন্তরজ, $y_n = ab^n \sin\left(n\frac{\pi}{2} + bx + c\right)$

$y = a\cos(bx+c) + d$ এর n তম অন্তরজ, $y_n = ab^n \cos\left(n\frac{\pi}{2} + bx + c\right)$

$y = e^{ax}\sin(bx+c)$ এর n তম অন্তরজ, $y_n = \left(\sqrt{a^2+b^2}\right)^n \cdot e^{ax} \cdot \sin(bx+c+n\theta)$

(cos থাকলেও একই সূত্র)

$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)$

* $y = (ax+b)^m$ এর n তম অন্তরজ, $y_n = \frac{m!}{(m-n)!} a^n \cdot (ax+b)^{m-n}$;

$m > n,\ m, n \in \mathbb{N}$

* লিবনিজ: $(UV)_n = {}^nc_0 U_n V + {}^nc_1 U_{n-1} V_1 + {}^nc_2 U_{n-2} V_2 + \cdots + {}^nc_n U \cdot V_n$

এখানে, U, V ∈ চলকের ফাংশান

$y = e^{m\tan^{-1}x}$

$\therefore y_1 = e^{m\tan^{-1}x} \cdot \frac{m}{1+x^2} = \frac{ym}{1+x^2}$

$\Rightarrow \underbrace{(1+x^2)}_{V}\underbrace{y_1}_{U} = ym$

$\Rightarrow \underbrace{(1+x^2)}_{V}\underbrace{y_2}_{U} + \underbrace{y_1}_{U} 2x - my_1 = 0$

* $|x| < 1$ হলে, $\lim_{n \to \infty} x^n = 0$

$\lim_{n\to\infty} \frac{5^{n+1} + 7^{n+1}}{5^n - 7^n}$

Shortcut:

$\lim_{x\to 0} \frac{\cos(ax) - \cos(bx)}{x^2}$ এর মান $\boxed{\frac{b^2-a^2}{2}}$ [L-Hospital করে Prove করা যায়]

$\lim_{x\to 0} \frac{\sin(ax) - \sin(bx)}{\sin(cx) - \sin(dx)}$ এর মান $\boxed{\frac{a-b}{c-d}}$ "

$\lim_{x\to 0} \frac{\cos ax - \cos bx}{\cos cx - \cos dx}$ এর মান $\boxed{\frac{a^2-b^2}{c^2-d^2}}$ "

$\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos ax}{1-\cos bx}$ এর মান $\boxed{\frac{a^2}{b^2}}$ "

$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos ax}{bx^2}$ এর মান $\dfrac{a^2}{2b}$ [L-Hospital] (VU)

$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{a+x}-\sqrt{a-x}}{x}$ এর মান $\dfrac{1}{\sqrt{a}}$ [অনুবন্ধী দ্বারা লব হর গুণ]

$\lim\limits_{x\to 0} (1+ax)^{\frac{bx+c}{dx}}$ এর মান $e^{x \text{ এর সহগ} \times \frac{1}{x} \text{ এর সহগ}}$

$\lim\limits_{x\to \infty} \left(\dfrac{x+a}{x+b}\right)^x$ এর মান e^{a-b}

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\cancel{x^x}\left(1+\frac{a}{x}\right)^x}{\cancel{x^x}\left(1+\frac{b}{x}\right)^x} = \frac{e^{x \text{ এর সহগ} \times \frac{1}{x} \text{ এর সহগ}}}{e^{x \text{ এর সহগ} \times \frac{1}{x} \text{ এর সহগ}}}$$

$\lim\limits_{x\to \infty} a^x \sin\left(\dfrac{b}{a^x}\right)$ এর মান b [$a^x=\theta$ ধরে]

$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{(1\pm x)^n-1}{x}$ এর মান $\pm n$

$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin ax}{bx}$ / $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\tan ax}{bx}$ / $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\tan^{-1} ax}{bx}$ / $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\tan ax}{\sin bx}$ / $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin^{-1} ax}{bx}$ / $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin ax}{\tan bx}$

এদের মান $\dfrac{a}{b}$

অব্যক্ত বা Implicit function এর অন্তরজ সহগ $\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{x \text{ এর সাপেক্ষে অন্তরীকরণ}}{y \text{ এর সাপেক্ষে অন্তরীকরণ}}$

$y=\sqrt{f(x)+\sqrt{f(x)+\sqrt{f(x)+\cdots}}}$ হলে, $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{x \text{ এর সাপেক্ষে অন্তরীকরণ}}{2y-1}$

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{af(x)+b}{cf(x)+d}\right) = \frac{\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} f'(x)}{\{cf(x)+d\}^2}$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt[m]{a+x^n}-\sqrt[m]{a-x^n}}{x^n} = \frac{2}{m\times a^{1-1/m}}$$

Scanned with CamScanner