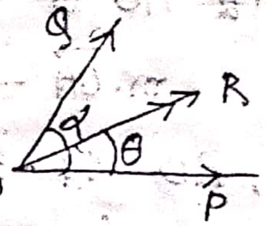
* 

সমতল   সমতল ও সমবিন্দু   অসমতল ও সমবিন্দু

সমবিন্দু ভেক্টর
সমবিন্দু বল
সমবিন্দু বেগ } সব সূত্র একই; শুধু নাম ভিন্ন।

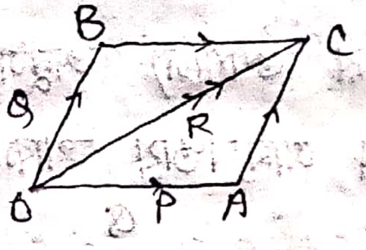
* লব্ধি বল / ভেক্টর / বেগ, $R = \sqrt{P^2+Q^2+2PQ\cos\alpha}$



* লব্ধির দিক, $\theta = \tan^{-1}\dfrac{Q\sin\alpha}{P+Q\cos\alpha}$

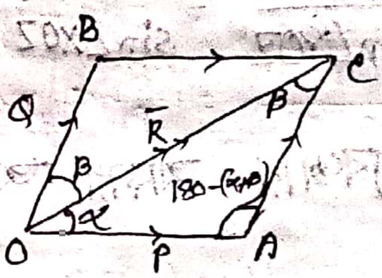
* বল তার ক্রিয়ারেখার দৈর্ঘ্যের সমানুপাতিক।

$$\frac{P}{OA} = \frac{Q}{OB} = \frac{R}{OC}$$



* লব্ধি বলের বা যেকোনো বলের উপাংশের মান :

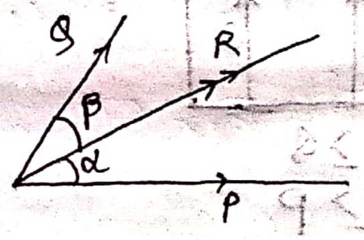
$$\frac{P}{\sin\beta} = \frac{Q}{\sin\alpha} = \frac{R}{\sin(\alpha+\beta)}$$ → বলের সাইন সূত্র



$$\therefore P = \frac{R\sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)};$$

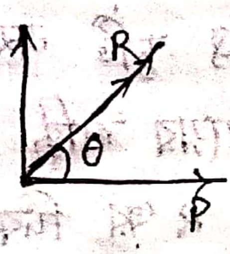
$$Q = \frac{R\sin\alpha}{\sin(\alpha+\beta)}$$

অথবা



* লম্ব উপাংশ :

$$P = R\cos\theta$$
$$Q = R\sin\theta$$

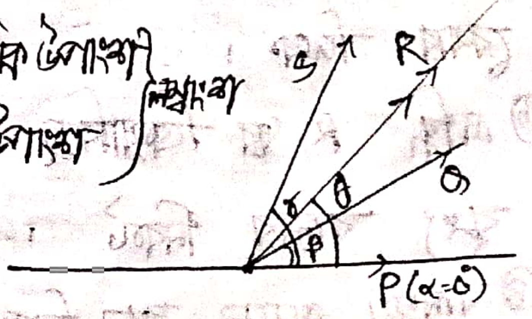


* বলজোটের লব্ধি (লম্বাংশের উপপাদ্য)

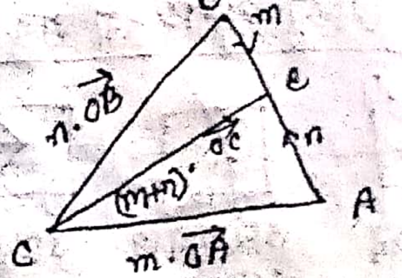
$R\cos\theta = P\cos\alpha + Q\cos\beta + \cdots$ —(i) আনুভূমিক উপাংশ
$R\sin\theta = P\sin\alpha + Q\sin\beta + \cdots$ —(ii) উলম্ব উপাংশ } লম্বাংশ

$(i)^2+(ii)^2$ —

$$\therefore R^2 = P^2+Q^2+2PQ\cos(\alpha-\beta)$$



* (m,n) উপপাদ্য :



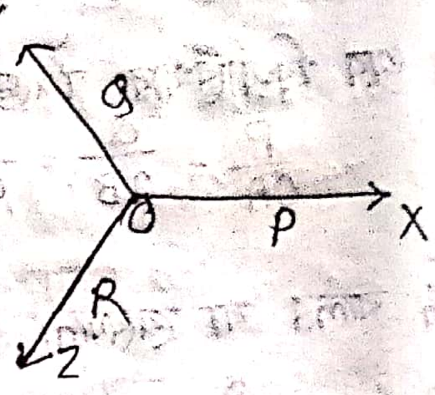
C বিন্দু AB কে n:m অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করলে, $m.\vec{OA}+n.\vec{OB}=(m+n)\vec{OC}$

C বিন্দু AB কে n:m অনুপাতে বহির্বিভক্ত করলে

$$m.\vec{OA}-n.\vec{OB}=(m-n)\vec{OC}$$

C, AB এর মধ্যবিন্দু হলে অর্থাৎ m = n হলে, $\vec{OA}+\vec{OB}=2\vec{OC}$

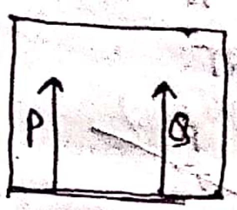
* লামির উপপাদ্য অনুসারে, P, Q, R বলত্রয় সাম্যবস্থায় থাকলে,



$$\frac{P}{\sin\angle YOZ}=\frac{Q}{\sin\angle XOZ}=\frac{R}{\sin\angle XOY}$$

সাম্যবস্থায় থাকার অর্থ লব্ধির মান শূন্য।

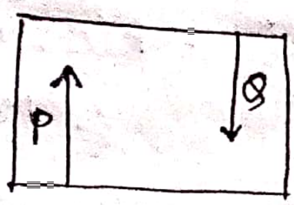
*



$P \geq Q$

$Q \geq P$

সদৃশ, সমান্তরাল



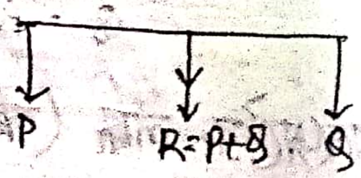
$P>Q$ বা $Q>P$

অসদৃশ, সমান্তরাল

* P ও Q দুটি সমমুখী সমান্তরাল বলের বৈশিষ্ট্য:

① বলদ্বয়ের লব্ধি R হলে, $R = P+Q$

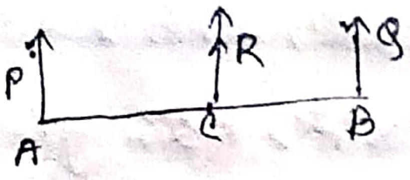
② লব্ধি R এর দিক P এবং Q বল দুটির ক্রিয়া-রেখার দিকে।



③ লব্ধি R এর ক্রিয়াবিন্দু P ও Q বলদ্বয়ের সংযোগ রেখার অভ্যন্তরে বৃহৎ বলের নিকটে।

④ বলদ্বয় সমান হলে ক্রিয়াবিন্দু হবে সংযোগ রেখার মাঝে বা মধ্যবিন্দু

* ক্রিয়াবিন্দুর অবস্থানের গাণিতিক সমাধান :



$$P \cdot AC = Q \cdot BC = R \cdot (AC + BC)$$

$$\therefore \frac{P}{BC} = \frac{Q}{AC} = \frac{R}{AB}$$

* P ও Q দুটি অসদৃশ সমান্তরাল বলের বৈশিষ্ট্য : $(P > Q)$

① লব্ধির মান $R = P - Q$

② লব্ধির দিক বৃহত্তর বল P এর দিকে।

③ লব্ধির ক্রিয়াবিন্দু প্রদত্ত বলদ্বয়ের ক্রিয়াবিন্দুর সংযোগ রেখার বর্ধিতাংশের উপরে বৃহত্তম বলের দিকে।

* ক্রিয়াবিন্দুর অবস্থানের গাণিতিক সমাধান : $(P > Q)$

$$P \cdot AC = Q \cdot BC$$

$$\therefore \frac{P}{BC} = \frac{Q}{AC} = \frac{P-Q}{BC-AC}$$

$$\therefore \frac{P}{BC} = \frac{Q}{AC} = \frac{R}{AB}$$

Scanned with CamScanner

* P ও Q নামক দুটি বলের মধ্যবর্তী কোণ θ হলে তাদের লব্ধি $R=\sqrt{P^2+Q^2+2PQ\cos\theta}$

$\theta=0^\circ$ হলে $R_{max}=P+Q$; $\theta=180^\circ$ হলে $R_{min}=P\sim Q$; $\theta=90^\circ$ হলে $R=\sqrt{P^2+Q^2}$

* দুইয়ের অধিক বলের ক্ষেত্রে সবগুলো বলের উপাংশ বের করে লব্ধি ও দিক নির্ণয় করতে হবে।

$$\left.\begin{array}{l} F\cos\theta = F_1\cos0^\circ + F_2\cos\theta_2 + F_3\cos\theta_3 + \cdots \text{(i)} \\ F\sin\theta = F_1\sin0^\circ + F_2\sin\theta_2 + F_3\sin\theta_3 + \cdots \text{(ii)} \end{array}\right\} \begin{array}{l} \text{(i)}^2+\text{(ii)}^2 \Rightarrow F \text{ পাব।} \\ \text{(ii)}\div\text{(i)} \Rightarrow \theta \text{ পাব।} \end{array}$$

* লব্ধির দিক অপরিবর্তিত থাকার ক্ষেত্রে সদৃশকোণী ত্রিভুজের ধর্ম কাজে লাগাতে হবে। অর্থাৎ বাহুগুলোর অনুপাত সমান হবে।

* সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রে যদি বলগুলোর পারস্পারিক বিয়োগফল সমান হয় এবং একই ক্রমে বাহু বরাবর ক্রিয়া করে, তাহলে লব্ধি হবে $\sqrt{3}\times$ বিয়োগফলের মান। যেমন: 6, 10, 14 একক মানের বলত্রয়ের ক্ষেত্রে লব্ধি $\sqrt{3}\times 4$

MCQ: complex mood (Degree)
+
$6+10\angle120 + 14\angle240 \rightarrow =$
Ans ▸ $r\angle\theta$

* P, Q ও R বল যখন ত্রিভুজের

(i) ত্রিভুজের অন্তঃকেন্দ্রে ক্রিয়া করে তখন $P:Q:R=\cos\frac{A}{2}:\cos\frac{B}{2}:\cos\frac{C}{2}$
$P^2:Q^2:R^2=a(b+c-a):b(c+a-b):c(a+b-c)$

(ii) পরিকেন্দ্রে ক্রিয়া করে তখন $P:Q:R=a^2(b^2+c^2-a^2):b^2(c^2+a^2-b^2):c^2(a^2+b^2-c^2)$
$P:Q:R=\sin2A:\sin2B:\sin2C$ বা, $a\cos A:b\cos B:c\cos C$

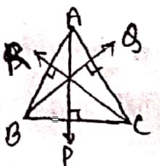
(iii) লম্বকেন্দ্রে ক্রিয়া করে তখন $P:Q:R=a:b:c$ বা, $\sin A:\sin B:\sin C$

* দুটি সদৃশ সমান্তরাল বল (P ও Q) এর লব্ধি $R=P+Q$ এবং ক্রিয়াবিন্দু নির্ণয় এর সূত্র:

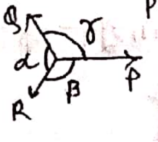
$P\times$ (P হতে লব্ধির দূরত্ব) $= Q\times$ (Q হতে লব্ধির দূরত্ব)

* খুঁটি উল্টিয়ে ফেলার ক্ষেত্রে খুঁটির উচ্চতা হবে $=\frac{\text{দড়ির দৈর্ঘ্য}}{\sqrt{2}}$; খুঁটির উচ্চতা $<\frac{l}{\sqrt{2}}$ হয় তবে খুঁটির সর্বোচ্চ উচ্চতায় দড়ি বাঁধলে Moment সর্বোচ্চ হবে।

* বলের লম্ব ত্রিভুজ সূত্র: $\frac{P}{BC}=\frac{Q}{AC}=\frac{R}{AB}$



* লামীর উপপাদ্য: $\frac{P}{\sin\alpha}=\frac{Q}{\sin\beta}=\frac{R}{\sin\gamma}$

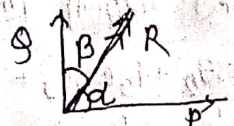


* একই সমতলে অবস্থিত যে কোনো বিন্দুর চারদিকে দুটি বলের ভ্রামকের বীজগাণিতিক সমষ্টি ঐ বিন্দুর চারদিকে এদের লব্ধির ভ্রামকের সমান।

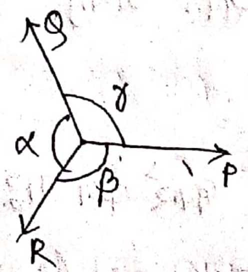
* একগুচ্ছ বল সুস্থিত থাকলে ঐ তলের যে কোন বিন্দুর চারদিকে এদের ভ্রামকের বীজগাণিতিক সমষ্টি শূন্য হবে।

কোনো বিন্দুর সাপেক্ষে কোনো বলের ভ্রামকের গতি ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে হলে তা ধনাত্মক আবার ঘড়ির কাঁটার দিকে ক্রিয়াশীল হলে তা ঋণাত্মক।

* ভেক্টর লব্ধির sine সূত্র: $\frac{P}{\sin\beta} = \frac{Q}{\sin\alpha} = \frac{R}{\sin(\alpha+\beta)}$



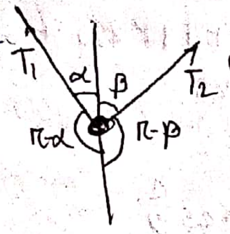
* সমবিন্দুগামী তিনটি বল সাম্যাবস্থা সৃষ্টি করলে বলত্রয়ের অন্তর্গত কোণ:



$$\cos\alpha = \frac{P^2-Q^2-R^2}{2QR}$$

$$\cos\beta = \frac{Q^2-P^2-R^2}{2PR}$$

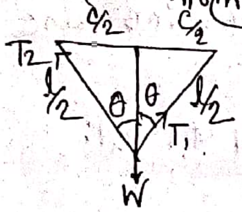
$$\cos\gamma = \frac{R^2-P^2-Q^2}{2PQ}$$



* উলম্বের সাথে কোণ দেওয়া থাকলে, টান, $T = \frac{W \times \sin(\text{opposite angle})}{\sin(\text{total angle})}$

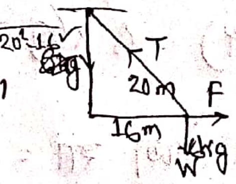
যেমন: $T_1 = \frac{W \times \sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)}$; $T_2 = \frac{W \times \sin\alpha}{\sin(\alpha+\beta)}$

আংটা দেওয়া থাকলে টান ভিন্ন হয়। কিন্তু আংটা দেয়া না থাকলে অর্থাৎ অবাধে চলাচলে সক্ষম হলে টান সমান হবে।



$$T_1 = T_2 = \frac{W\sin\theta}{\sin 2\theta} = \frac{W}{2\cos\theta} = \frac{Wl}{2\sqrt{l^2-c^2}}$$

* বল তার অনুরূপ বাহুর দৈর্ঘ্যের সমানুপাতিক।



$$\frac{T}{20} = \frac{F}{16} = \frac{W}{\sqrt{20^2-16^2}}$$

* যুগল সৃষ্টি করতে হলে দুটি বলের ক্রিয়ারেখা বিপরীত করে নিতে হবে। অতঃপর পৃথক ভাবে বলের দ্বারা সৃষ্ট যুগলগুলোর সমষ্টি = লব্ধির জন্য সৃষ্ট যুগল

* P ও Q বলদ্বয় α কোণে ক্রিয়ারত। P বলকে m গুণ করলে লব্ধিও m গুণ হয় তবে

$$\alpha = \cos^{-1}\left\{-\frac{(m+1)Q}{2mP}\right\}$$

Q বলকে m গুণ করলে লব্ধিও m গুণ হয় তবে, $\alpha = \cos^{-1}\left\{-\frac{(m+1)P}{2mQ}\right\}$