বৃত্ত হওয়ার শর্ত: (i) x^2 ও y^2 অর্থাৎ দ্বিঘাত যুক্ত পদ থাকবে।
(ii) x^2 ও y^2 এর সহগ সমান হবে।
(iii) xy যুক্ত কোনো পদ থাকবে না।
(iv) $g^2+f^2-c \geq 0$ হবে।

৩টি শর্ত মানলেও যদি ব্যাসার্ধ, $r=\sqrt{g^2+f^2-c} < 0$ হয় তবে তা বৃত্ত হবে না।

$r=0$ হলে বিন্দুবৃত্ত

* মূলবিন্দু $(0,0)$ ও r ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তের সমীকরণ, $x^2+y^2=r^2$; $r \geq 0$

বৃত্তটি x অক্ষকে $(\pm r, 0)$, y অক্ষকে $(0, \pm r)$ বিন্দুতে ছেদ করে এবং উভয় অক্ষ হতে খন্ডিত অংশের দৈর্ঘ্য $2r$.

* কেন্দ্র (h,k) ও r ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তের সমীকরণ, $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$

ইহা বৃত্তের আদর্শ সমীকরণ

* x অক্ষ স্পর্শ করলে, $r=|k|$;

y " " , $r=|h|$; উভয় অক্ষকে স্পর্শ করলে, $r=|h|=|k|$

* বৃত্তটি দ্বারা x অক্ষে খন্ডিত অংশের দৈর্ঘ্য, $2\sqrt{r^2-k^2}$

" " y " " , $2\sqrt{r^2-h^2}$

* বৃত্তের সাধারণ সমীকরণ, $x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$; যার কেন্দ্র $(-g,-f)$

ব্যাসার্ধ, $r=\sqrt{g^2+f^2-c}$

* x^2 ও y^2 ফর্মে এনে -2 দ্বারা ভাগ করলে x ও y এর সহগই হবে বৃত্তটির কেন্দ্র $(-g,-f)$

* $y=0$ হলে বৃত্তটি দ্বারা x অক্ষে খন্ডিত অংশের দৈর্ঘ্য $2\sqrt{g^2-c}$
* $x=0$ হলে " " y " " " $2\sqrt{f^2-c}$
* বৃত্তটি x অক্ষকে স্পর্শ করলে $g^2=c$; y অক্ষকে স্পর্শ করলে, $f^2=c$

এবং, উভয় অক্ষকে স্পর্শ করলে, $g^2=f^2=c$

* $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ বিন্দু দুইটির সংযোগ রেখাকে ব্যাস ধরে অঙ্কিত বৃত্তের সমীকরণ, $(x-x_1)(x-x_2)+(y-y_1)(y-y_2)=0$

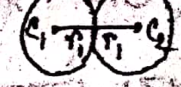
* দুই বিন্দুগামী বৃত্তের সমীকরণ বা খলিফার সূত্র :

$$(x-x_1)(x-x_2)+(y-y_1)(y-y_2)+K\{(x-x_1)(y_1-y_2)-(y-y_1)(x_1-x_2)\}=0$$

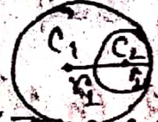
* একটি বৃত্ত ~~বা~~ ও একটি সরলরেখা অথবা, দুইটি বৃত্তের ছেদবিন্দুগামী বৃত্তের সমীকরণ, বৃত্ত + (K × সরলরেখা) = 0 ; $K \in R$, $K \neq 0$

অথবা, ১ম বৃত্ত + (K × ২য় বৃত্ত) = 0 ;

* দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করলে, $C_1C_2 = r_1 + r_2$



* দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে অন্তঃস্পর্শ করলে, $C_1C_2 = |r_1 - r_2|$



দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে ছেদ করলে $|r_1 - r_2| < C_1C_2 < (r_1 + r_2)$; স্পর্শ না করলে $C_1C_2 > (r_1 + r_2)$

একটি বৃত্ত অপর বৃত্তের অভ্যন্তরে অবস্থিত হলে, $C_1C_2 < (r_1 - r_2)$

* পোলার স্থানাঙ্ক পদ্ধতিতে কেন্দ্র (r_1, θ_1) ও ব্যাসার্ধ a হলে বৃত্তের আদর্শ সমীকরণ, $a^2 = r^2 + r_1^2 - 2rr_1\cos(\theta - \theta_1)$

* বৃত্তটি মেরু বা পোল বিন্দুগামী হলে, $r_1 = a$

$\therefore r = 2a\cos(\theta - \theta_1)$

* বৃত্তটি পোল বা মেরুবিন্দুগামী হলে এবং কেন্দ্র মেরু অক্ষের উপর অবস্থিত হলে, $r_1 = a$, $\theta_1 = 0°$; অতএব, $r = 2a\cos\theta$

* পোলার স্থানাঙ্ক পদ্ধতিতে বৃত্তের সাধারণ সমীকরণ,

$$r^2 + 2r(g\cos\theta + f\sin\theta) + c = 0$$
$$r^2 + 2rg\cos\theta + 2rf\sin\theta + c = 0$$

যার কেন্দ্র, $(r_1, \theta_1) = \left(\sqrt{g^2+f^2}, \tan^{-1}\frac{f}{g}\right)$

ব্যাসার্ধ, $r = \sqrt{g^2+f^2-c}$

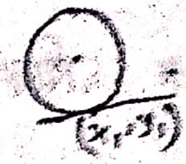
$g = -r_1\cos\theta_1$
$f = -r_1\sin\theta_1$
$c = r_1^2 - a^2$

একটি সরলরেখা একটি বৃত্তের স্পর্শক হওয়ার শর্ত একই বিন্দু হতে হবে

কোনো সরলরেখা একটি বৃত্তের স্পর্শক হবে যদি বৃত্তটির কেন্দ্র থেকে সরলরেখাটির লম্ব দূরত্ব বৃত্তটির ব্যাসার্ধের সমান হয়।

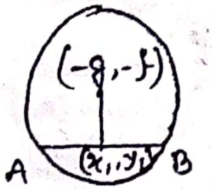
* $x^2+y^2=r^2$ বৃত্তটি; x, y বিন্দুটি বৃত্তের পরিধিতে অবস্থিত।

* (x_1, y_1) বৃত্তের উপরস্থ একটি বিন্দু হলে উক্ত বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ, $xx_1+yy_1+g(x+x_1)+f(y+y_1)+c=0$



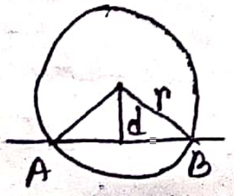
অনুরূপে, $xx_1+yy_1=r^2$

$x^2 \to xx_1$; $y^2 \to yy_1$; $x \to \frac{x+x_1}{2}$; $y \to \frac{y+y_1}{2}$



* নির্দিষ্ট বৃত্তের জ্যা-এর মধ্যবিন্দু (x_1, y_1) হলে ঐ জ্যা এর সমীকরণ, $xx_1+yy_1+g(x+x_1)+f(y+y_1)=x_1^2+y_1^2+2gx_1+2fy_1$

অনুরূপে, $xx_1+y.y_1=x_1^2+y_1^2$



* বৃত্তের কোনো জ্যা এর দৈর্ঘ্য: $2\sqrt{r^2-d^2}$

* বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু (x_1, y_1) হতে অঙ্কিত স্পর্শকের সমীকরণ, $y-y_1=m(x-x_1)$

* $x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$ বৃত্তের বহিঃস্থ বিন্দু (x_1, y_1) হতে অঙ্কিত স্পর্শকের দৈর্ঘ্য $=\sqrt{x_1^2+y_1^2+2gx_1+2fy_1+c}$

অনুরূপে, $\sqrt{x_1^2+y_1^2-r^2}$

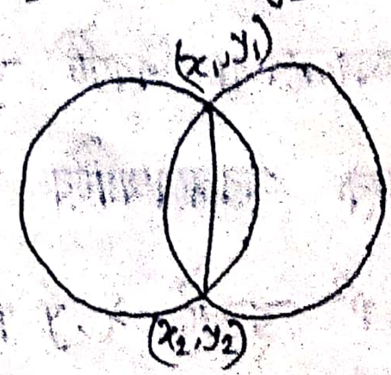
* বিন্দুতে বললে বৃত্তের পরিধিতে; বিন্দু হতে বললে বৃত্তের বাইরে।

* $y=mx+c$ সরলরেখাটি $x^2+y^2=r^2$ বৃত্তের স্পর্শক হওয়ার শর্ত $c=\pm r\sqrt{m^2+1}$

∴ স্পর্শকটির সমীকরণ, $y=mx\pm r\sqrt{m^2+1}$

* $S_1 = x^2+y^2+2g_1x+2f_1y+c_1=0$ এবং, $S_2 = x^2+y^2+2g_2x+2f_2y+c_2=0$

S_1 ও S_2 দুইটি বৃত্তের সাধারণ জ্যা-এর সমীকরণ, $S_1 - S_2 = 0$



$\Rightarrow 2(g_1-g_2)x+2(f_1-f_2)y+c_1-c_2=0$

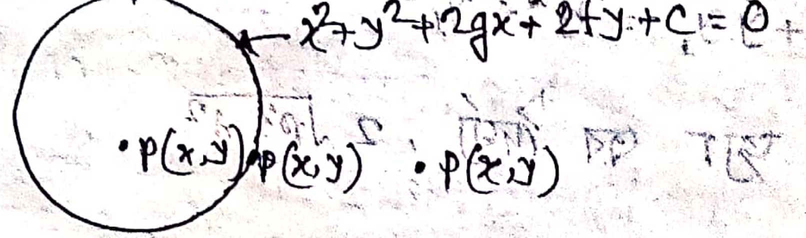
ইহা সাধারণ স্পর্শকের সমীকরণও বটে।

* সাধারণ জ্যা-টিকে ব্যাস ধরে অঙ্কিত বৃত্তের সমীকরণ,

$$S_1+\{K(S_1-S_2)\}=0$$

অথবা, $$S_2+\{K(S_1-S_2)\}=0$$

* বৃত্তের সাপেক্ষে বিন্দুর অবস্থান

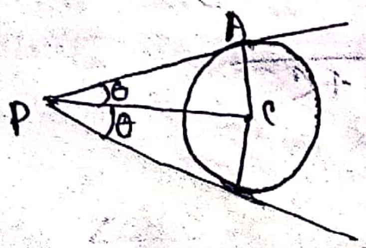


বিন্দুটি বৃত্তের সমীকরণে বসালে যদি তা + হয় তাহলে বাইরে

– " " ভিতরে

0 হয় " পরিধির উপর

*



বৃত্তের বহিঃস্থ বিন্দু থেকে বৃত্তের উপর অঙ্কিত স্পর্শকদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ নির্ণয়:

$$\tan\theta = \frac{AC}{PA} = \frac{\text{ব্যাসার্ধ}}{\text{স্পর্শকের দৈর্ঘ্য}}$$

$$\therefore \theta = \tan^{-1}\frac{r}{\text{স্পর্শকের দৈর্ঘ্য}}$$

$$\therefore 2\theta = 2\tan^{-1}\left(\frac{r}{\text{স্পর্শকের দৈর্ঘ্য}}\right)$$