* টর্ক, $\tau = \vec{r} \times \vec{F}$; একক N-m * কৌণিক বেগ, $\omega = \frac{\theta}{t}$; একক $rad\,s^{-1}$

* রৈখিক বেগ, $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$; * কৌণিক ভরবেগ, $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{P} = \vec{r} \times m\vec{v}$

* একক ভেক্টর $\hat{a} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|} \Rightarrow \vec{A} = |\vec{A}|\,\hat{a}$

* সরণ ভেক্টর, $\Delta r = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$

* সাধারণ সূত্র: $\vec{R} = \vec{P} + \vec{Q}$

or, $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} + \vec{D}$ (একই ক্রমে থাকে)

$\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA} = 0$

* লব্ধি, $R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\alpha}$ →
বা, লব্ধির মান

$\alpha = 0^\circ$ হলে, $R_{max} = P + Q$

$\alpha = 90^\circ$ হলে, $R = \sqrt{P^2 + Q^2}$

$P = Q$ হলে, $R = \sqrt{2}\,P$

$\alpha = 120^\circ$ হলে, $R = P = Q$

$\alpha = 180^\circ$ হলে, $R_{min} = P \sim Q$

* লব্ধির দিক, $\tan\theta = \frac{Q\sin\alpha}{P + Q\cos\alpha}$

$\Rightarrow \theta = \tan^{-1}\left(\frac{Q\sin\alpha}{P + Q\cos\alpha}\right)$

$\alpha = 90^\circ$ হলে, $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{Q}{P}\right)$

কিন্তু $\theta = 90^\circ$ হলে, $\alpha = \cos^{-1}\left(-\frac{P}{Q}\right)$

* $|\vec{A} - \vec{B}| = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB\cos\alpha}$

* অবস্থান ভেক্টর, $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$

* $\vec{r}$ বরাবর বা $\vec{r}$ এর সমান্তরাল একক ভেক্টর, $\hat{r} = \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} = \frac{x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$

* $R = A + B$, হলে, $\hat{r} = \frac{\vec{R}}{|\vec{R}|} = \frac{A + B}{|A + B|}$

* $\vec{P} \cdot \vec{Q} = |\vec{P}|\,|\vec{Q}|\cos\alpha$

$\theta = 0^\circ$ হলে, $\vec{P} \cdot \vec{Q} = PQ$ → সমান্তরাল

$\theta = 90^\circ$ হলে, $\vec{P} \cdot \vec{Q} = 0^\circ$ → লম্ব

$\theta = 180^\circ$ হলে, $\vec{P} \cdot \vec{Q} = -PQ$ → সমান্তরাল ও বিপরীতমুখী

* $\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$; $A \neq 0$, $B \neq 0$ হলে $A \perp B$

* দুটি ভেক্টরের মধ্যবর্তী কোণ, $\theta = \cos^{-1}\frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}|\,|\vec{B}|}$

* P এর উপর Q এর লম্ব অভিক্ষেপ,

$Q\cos\theta = \frac{P \cdot Q}{|P|}$

* P এর উপর Q এর অংশক,

$Q\cos\theta \cdot \hat{\eta} = \frac{\vec{P} \cdot \vec{Q}}{|P|} \cdot \frac{\vec{P}}{|P|}$

* $\hat{i} \cdot \hat{i} = \hat{j} \cdot \hat{j} = \hat{k} \cdot \hat{k} = 1$

* $\hat{i} \cdot \hat{j} = \hat{j} \cdot \hat{k} = \hat{k} \cdot \hat{i} = \hat{j} \cdot \hat{i} = \hat{k} \cdot \hat{j} = 0$

* $\vec{A} \cdot \vec{A} = A^2$

Scanned with CamScanner

* $\vec{P}\times\vec{Q} = |P||Q|\sin\theta\,\hat{n}$; $|\vec{P}\times\vec{Q}| = PQ\sin\theta$

* $\vec{P}\times\vec{Q} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix}$; $\vec{P}\times\vec{Q} \neq \vec{Q}\times\vec{P}$; $\vec{P}\times\vec{Q} = -\vec{Q}\times\vec{P}$

* $\theta = 0^\circ$ হলে, $\vec{P}\times\vec{Q} = 0 \rightarrow$ সমান্তরাল

$\theta = 90^\circ$ হলে, $\vec{P}\times\vec{Q} = PQ \rightarrow$ লম্ব

$\theta = 180^\circ$ হলে, $\vec{P}\times\vec{Q} = -PQ \rightarrow$ সমান্তরাল ও বিপরীতমুখী ।

* সন্নিহিত বাহু $\vec{P}, \vec{Q}$ হলে ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}|\vec{P}\times\vec{Q}|$

রম্বস বা সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল $= |\vec{P}\times\vec{Q}|$

* কর্ণ $\vec{P}, \vec{Q}$ হলে " " " $= \frac{1}{2}|\vec{P}\times\vec{Q}|$

* $\vec{A}\times\vec{A} = 0$

* $\vec{A}, \vec{B}, \vec{C}$ ভেক্টর তিনটি সমতলীয় হবার শর্ত: $\vec{A}\cdot(\vec{B}\times\vec{C}) = 0$

বা, $\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix} = 0$ হবে ।

* $\vec{P}, \vec{Q}$ ভেক্টর দ্বয়ের উলম্ব দিকে একক ভেক্টর, $\hat{n} = \pm \frac{\vec{P}\times\vec{Q}}{|\vec{P}\times\vec{Q}|}$

* " " " সমতলে একক ভেক্টর, $\hat{n} = \pm \frac{\vec{P}+\vec{Q}}{|\vec{P}+\vec{Q}|}$

* নাবলা অপারেটর, $\vec{\nabla} = \frac{\delta}{\delta x}\hat{i} + \frac{\delta}{\delta y}\hat{j} + \frac{\delta}{\delta z}\hat{k}$

* যদি, $\phi = x, y, z$ হয় তবে grad $\phi = \vec{\nabla}\phi$

$= \left(\frac{\delta}{\delta x}\phi\,\hat{i} + \frac{\delta}{\delta y}\phi\,\hat{j} + \frac{\delta}{\delta z}\phi\,\hat{k}\right)$

* ডাইভারজেন্স div $\vec{V} = \vec{\nabla}\cdot\vec{V} = \left(\frac{\delta}{\delta x}\hat{i} + \frac{\delta}{\delta y}\hat{j} + \frac{\delta}{\delta z}\hat{k}\right)\cdot\left(x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}\right)$

ডটগুণ

ডাইভারজেন্সের সর্বোচ্চ মান = 3

* কার্ল, $\vec{\nabla} \times \vec{V} = \left(\frac{\delta}{\delta x}\hat{i} + \frac{\delta}{\delta y}\hat{j} + \frac{\delta}{\delta z}\hat{k}\right) \times (x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k})$

$$= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\delta}{\delta x} & \frac{\delta}{\delta y} & \frac{\delta}{\delta z} \\ x & y & z \end{vmatrix}$$

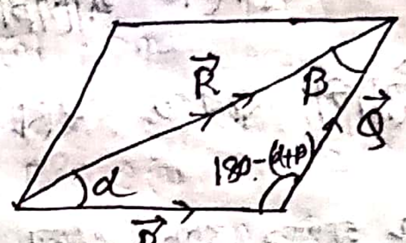
$\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{V}) = 0$

$V = \vec{\omega} \times \vec{r}$ হলে, $|\vec{\nabla} \times \vec{V}| = 2\vec{\omega}$

* $\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = 0$ হলে অলিনয়ডাল ; * $\vec{\nabla} \times \vec{V} = 0$ হলে অঘূর্ণনশীল

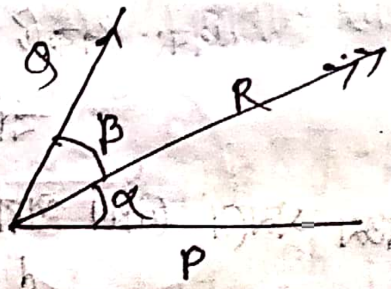
* sine law: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$

* উপাংশ: $\frac{P}{\sin\beta} = \frac{Q}{\sin\alpha} = \frac{R}{\sin(\alpha+\beta)}$



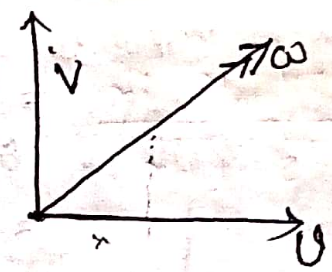
$\therefore \vec{P} = \frac{R\sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)}$

$Q = \frac{R\sin\alpha}{\sin(\alpha+\beta)}$



* ন্যূনতম সময়ে নৌকা পার করার ক্ষেত্রে,

$t_{min} = \frac{d}{v} = \frac{\text{নদীর প্রস্থ}}{\text{নৌকার বেগ}}$



লব্ধি বেগ, $\omega = \sqrt{u^2+v^2}$

স্রোতের সাথে নৌকার লব্ধি বেগের কোণ, $\theta = \tan^{-1}\frac{v}{u} = \tan^{-1}\frac{d}{x}$ → পার্শ্বীয় সরণ

পার্শ্বীয় সরণ, $x = \frac{d}{v} \times u$

কোনাকুনি দূরত্ব, $s = \sqrt{d^2+x^2}$

* একটি ভেক্টর $\vec{A}$ এর direction cosines $\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma$ হ

$\vec{A}\cdot\hat{i} = A.1\cos\alpha$

$\Rightarrow \cos\alpha = \frac{\vec{A}\cdot\hat{i}}{|\vec{A}|}$

$\cos\beta = \frac{\vec{A}\cdot\hat{j}}{|\vec{A}|}$

$\cos\gamma = \frac{\vec{A}\cdot\hat{k}}{|\vec{A}|}$

* লব্ধি সম্পর্কিত Brainstorming Question:

'যার সাপেক্ষে আপেক্ষিক বেগ বের করতে হবে তার বেগকেই বিয়োগ করতে হবে।'

* n সংখ্যক সুষম ভুজের ক্ষেত্রে, অন্তঃস্থ মোট কোণ $= \cancel{(n-2)\times 2}\ (2n-4) \times 90^\circ$

এবং একটি কোণ $= \frac{\cancel{(n-2)\times 2}\ (2n-4)\times 90^\circ}{n}$

বহিঃস্থ কোণ $= (2n+4)\times 90^\circ$

* ন্যূনতম সময়ে নৌকা পার করার ক্ষেত্রে,

$$t_{min} = \frac{d\ (\text{প্রস্থ})}{\text{প্রস্থ বরাবর নৌকার বেগের উপাংশ}} = \frac{d}{V\sin\theta} = \frac{d}{V\sin\theta}$$