

अनुक्रमांक _____
नाम _____

मुद्रित पृष्ठों की संख्या : 6

901

822 (ZZ)

2023

गणित

केवल प्रश्न-पत्र

समय : 3 घंटे 15 मिनट]

[पूर्णांक- 70

निर्देश :

- (i) प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को प्रश्न-पत्र पढ़ने के लिए निर्धारित हैं।
- (ii) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
- (iii) यह प्रश्न-पत्र दो खण्डों 'अ' एवं 'ब' में विभाजित है।
- (iv) खण्ड अ में बहुविकल्पीय प्रश्न हैं जिसमें सही विकल्प का चयन करके O.M.R. शीट पर नीले अथवा काले बाल प्वाइंट पेन से सही विकल्प वाले गोले को पूर्ण रूप से काला करें।
- (v) खण्ड 'ब' में कुल 5 प्रश्न हैं।
- (vi) खण्ड 'अ' में बहुविकल्पीय प्रश्न हेतु प्रत्येक प्रश्न के लिए 1 अंक निर्धारित है।
- (vii) प्रत्येक प्रश्न के सम्मुख उनके निर्धारित अंक दिए गए हैं।
- (viii) उस प्रश्न पर समय नष्ट मत कीजिए जो आप हल नहीं कर सकते हैं।

खण्ड- अ

बहुविकल्पीय प्रश्न :

1. द्विघात समीकरण $3x^2 - 6x + 4 = 0$ का विविक्तकर होगा : 1
 - (A) 13
 - (B) 12
 - (C) $3\sqrt{6}$
 - (D) -12
2. समीकरण $3x + 2y = 6$ तथा $y = 0$ का हल होगा : 1
 - (A) 2,0
 - (B) 0,2
 - (B) 3,0
 - (D) 0,3

3. यदि बिन्दुओं A(- 4,2) तथा B(5, 6) को जोड़ने वाले रेखाखण्ड का मध्य-बिन्दु C ($\frac{a}{8}, 4$) है, तो a का मान होगा : 1
(A) -8 (B) 4 (C) -4 (D) 2
4. यदि $\triangle ABC$ में, $AB = 6\sqrt{3}$ सेमी. , $AC = 12$ सेमी और $BC = 6$ सेमी है, तो $\angle B$ का मान होगा : 1
(A) 90° (B) 60° (C) 120° (D) 45°
5. वह बड़ी से बड़ी संख्या जिससे 125 और 70 को विभाजित करने पर शेषफल क्रमशः 8 और 5 प्राप्त होता है, होगी : 1
(A) 15 (B) 13 (C) 17 (D) 14
6. यदि समीकरण $x^2 + kx - 6 = 0$ का एक मूल - 2 है, तो k का मान होगा : 1
(A) 4 (B) 1 (C) -1 (D) 3
7. यदि समचतुर्भुज के विकर्णों की लम्बाइयाँ 12 सेमी और 16 सेमी हैं, तो इस समचतुर्भुज की भुजा की लम्बाई होगी 1
(A) 20 सेमी (B) 10 सेमी (C) 9 सेमी (D) 8 सेमी
8. यदि $\sin \theta = \cos \theta$, $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ है, तो θ का मान होगा 1
(A) 60° (B) 45° (C) 30° (D) 0°
9. संख्या 144 के अभाज्य गुणनखण्डों के घातों का योगफल होगा : 1
(A) 5 (B) 4 (C) 6 (D) 3
10. बिन्दु (-3, 5) की y- अक्ष से दूरी होगी : 1
(A) -3 (B) 2 (C) 5 (D) -5

11. $\frac{\sin 15^\circ}{\cos 75^\circ}$ का मान होगा : 1
 (A) 1 (B) 0 (C) 2 (D) -1

12. निम्नलिखित सारणी का माध्य होगा : 1

वर्ग अन्तराल	0 - 10	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50
बारम्बारता	5	6	5	3	1

- (A) 21 (B) 20.5 (C) 20 (D) 19.5

13. यदि $3 \cot \theta = 4$ है, तो $\operatorname{cosec} \theta$ का मान होगा : 1
 (A) $\frac{4}{5}$ (B) $\frac{3}{5}$ (C) $\frac{5}{3}$ (D) $\frac{5}{4}$

14. यदि दो गोलों के आयतनों का अनुपात 27 : 64 है, तो उनके पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात होगा 1
 (A) 9 : 16 (B) 16 : 9 (C) 3 : 4 (D) 4 : 3

15. यदि कुछ प्रेक्षकों के बहुलक तथा माध्य क्रमशः 45 तथा 27 हैं, तो माध्यिका होगी : 1
 (A) 34 (B) 33 (C) 32 (D) 40

16. समीकरण $x^2 - 2x + 1 = 0$ के मूल होंगे : 1
 (A) 1, 1 (B) 1, -1 (C) 2, -2 (D) 2, 2

17. यदि 7, 13, 20, 17 तथा $3x$ का समान्तर माध्य 18 है, तो x का मान होगा : 1
 (A) 20 (B) 15 (C) 11 (D) 9

18. समीकरण $\frac{3}{x} - 2x = \frac{2}{x}$ का हल है : 1
 (A) $\pm 1\sqrt{2}$ (B) ± 1 (C) 0, 2 (D) $\pm \frac{1}{2}$

19. यदि दो समरूप त्रिभुजों की भुजाएँ 4: 7 के अनुपात में हैं, तो इन त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात होगा : 1
 (A) 4 : 7 (B) 16 : 49 (C) 49 : 16 (D) 64 : 243
20. यदि एक वृत्त का क्षेत्रफल तथा परिमाप संख्यात्मक रूप से समान हैं, तो उस वृत्त की त्रिज्या होगी : 1
 (A) π मात्रक (B) 4 मात्रक (C) 7 मात्रक (D) 2 मात्रक

खण्ड - ब

21. सभी खण्ड कीजिए:

- (क) सिद्ध कीजिए कि $\sqrt{2}$ एक परिमेय संख्या नहीं है 2
- (ख) ΔPQR में, $\angle Q = 90^\circ$, यदि $\tan P = \frac{1}{\sqrt{8}}$ हो, तो $\sin P \cos R + \cos P \sin R$ का मान ज्ञात कीजिए। 2
- (ग) द्विघात समीकरण $4x^2 + 3x + 5 = 0$ के मूल ज्ञात कीजिए। 2
- (घ) बिन्दुओं A(2, -2) और B(3, 7) को जोड़ने वाले रेखाखण्ड की लम्बाई ज्ञात कीजिए। 2
- (ङ) यदि व्यास 1 सेमी वाली 8 सेमी लम्बी ताँबे की छड़ को पिघलाकर एकसमान मोटाई वाली 18 सेमी लम्बी एक छड़ के रूप में पुनः ढाला जाता है, तो छड़ की मोटाई ज्ञात कीजिए। 2
- (च) निम्नलिखित सारणी का माध्य ज्ञात कीजिए : 2

वर्ग अन्तराल	10- 25	25-40	40-55	55-70	70-85	85-100
बारम्बारता	2	3	7	6	6	6

22. निम्नलिखित में से किन्हीं पाँच खण्डों को हल कीजिए :

- (क) क्या समीकरण $x + 2y - 4 = 0$ तथा $2x + 4y - 12 = 0$ दो रेल पटरियों को निरूपित करते हैं ? इसे ज्यामितीय विधि से व्यक्त कीजिए। 4

(ख) दो व्यक्तियों की आय का अनुपात 9 : 7 है तथा उनके खर्चों का अनुपात 4 : 3 है। यदि इनमें से प्रत्येक व्यक्ति प्रति माह रु० 2,000 बचा लेता है, तो उनकी मासिक आय ज्ञात कीजिए।

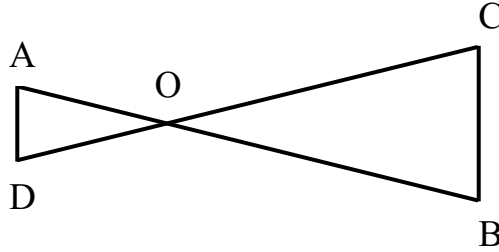
4

(ग) सिद्ध कीजिए कि बिन्दु (3, 2), (-2, -3) और (2, 3) एक समकोण त्रिभुज के शीर्ष हैं।

4

(घ) चित्र में $OA \cdot OB = OC \cdot OD$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $\angle A = \angle C$ तथा $\angle B = \angle D$ हैं।

4



(ङ) भूमि के एक बिन्दु P से एक 10 मी. ऊँचे भवन के शिखर का उन्नयन कोण 30° है। भवन के शिखर पर एक ध्वज है। ध्वज के शिखर का P से उन्नयन कोण 45° है, तो ध्वजदण्ड की लम्बाई तथा बिन्दु P की भवन से दूरी ज्ञात कीजिए।

4

(च) यदि निम्नलिखित आँकड़ों का माध्यक 525 है तथा बारम्बारताओं का योगफल 100 है, तो x और y के मान ज्ञात कीजिए :

वर्ग अन्तराल	बारम्बारता
0-100	2
100-200	5
200-300	X
300-400	12
400-500	17
500-600	20
600-700	Y
700-800	9
800-900	7
900-1000	4

23. एक शंकु का छिन्नक 45 सेमी ऊँचा है। यदि इसके सिरों की त्रिज्याएँ 28 सेमी तथा 7 सेमी हैं, इसका आयतन, वक्र-पृष्ठीय क्षेत्रफल एवं सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 6

$$(\pi = \frac{22}{7} \text{ का प्रयोग कीजिए})$$

अथवा

एक 4 सेमी त्रिज्या वाले वृत्त के त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसका कोण 30° है। साथ ही संगत दीर्घ त्रिज्यखण्ड का भी क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 6

24. एक 10 सेमी के रेखाखण्ड को 3 : 2 के अनुपात में विभाजित कीजिए। 6

अथवा

यदि BL और CM एक समकोण त्रिभुज ABC की माध्यिकाएँ हैं जिसका $\angle A = 90^\circ$ है, तो सिद्ध कीजिए कि : $4(BL^2 + CM^2) = 5 BC^2$. 6

25. निम्नलिखित समीकरणों से x तथा y के मान ज्ञात कीजिए : 6

$$\frac{30}{x-y} + \frac{44}{x+y} = 10; \frac{40}{x-y} + \frac{55}{x+y} = 13$$

अथवा

यदि किसी भिन्न के अंश में से 1 घटाया जाता है, तो वह $\frac{1}{3}$ हो जाता है, तथा यदि उसके हर में 8 जोड़ा जाता है तो वह $\frac{1}{4}$ हो जाता है। तो वह भिन्न ज्ञात कीजिए। 6

[Up Board Math Paper 2023 801 (DG) Solution]**◆ Objective Answer Key****◆ खण्ड- अ**

Q.N	Ans	Q.N	Ans	Q.N	Ans	Q.N	Ans
1	B	6	C	11	D	16	C
2	C	7	B	12	C	17	C
3	A	8	A	13	B	18	✓
4	C	9	B	14	B	19	✓
5	D	10	C	15	✓	20	✓

खण्ड- ब**प्रश्नोत्तर संख्या - 21 (क)**

माना $\sqrt{2}$ एक परिमेय संख्या है

अतः $\frac{p}{q} = \sqrt{2}$ (जहाँ p और q सहभाज्य संख्याएँ हैं और $q \neq 0$ है।)

$$\sqrt{2}q = p$$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$2q^2 = p^2$$

यहाँ 2, p^2 को विभाजित करेगा।

(अंकगणित की आधारभूत प्रमेय से)

इसलिए 2, p को भी विभाजित करेगा।

(प्रमेय 1.3 से)

पुनः माना...

$$p = 2m \text{ (जहाँ m कोई धनात्मक पूर्णांक है)}$$

दोनों तरफ वर्ग करने पर

$$p^2 = 4m^2 \dots\dots(2)$$

समीकरण(1) से p^2 का मान समीकरण(2) में रखने पर

$$2q^2 = 4m^2$$

$$q^2 = 2m^2 \dots\dots(3)$$

यहाँ $2, q^2$ को विभाजित करेगा।

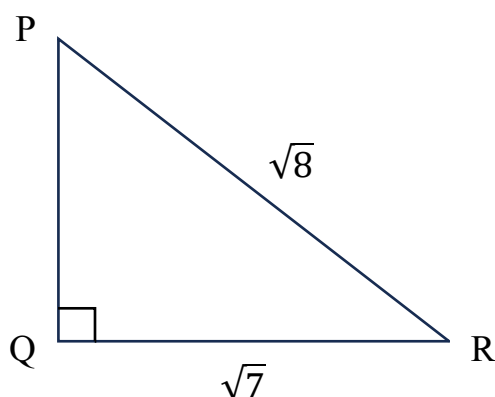
(अंकगणित की आधारभूत प्रमेय से)

इसलिए $2, q$ को भी विभाजित करेगा।

(प्रमेय 1.3 से)

हमने पीछे समीकरण....(1) में देखा की $2, p$ को विभाजित करता है, और यहाँ समीकरण....(3) में q को भी कर रहा है, लेकिन p और q सहभाज्य संख्याएँ हैं, अर्थात् 1 और स्वयं के अतिरिक्त अन्य किसी भी संख्या से विभाजित नहीं होंगे। ऐसा विरोधाभास हमारी गलत कल्पना की $\sqrt{2}$ एक परिमेय संख्या है, के कारण उत्पन्न हो रहा है। अतः $\sqrt{2}$ एक अपरिमेय संख्या है।

प्रश्नोत्तर संख्या - 21 (ख)



$$\tan p = \frac{1}{\sqrt{8}}$$

$$\text{अतः } \frac{L}{k} = \frac{1}{\sqrt{8}}$$

$$\text{तब } A = \sqrt{K^2 - L^2}$$

$$A = \sqrt{(8)^2 - (1)^2}$$

$$A = \sqrt{7}$$

$$\text{तब } \sin p \cdot \cos R + \cos p \sin R$$

$$= \frac{QR}{PR} \times \frac{QR}{PR} + \frac{PQ}{PR} \times \frac{PQ}{PR}$$

$$= \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{8}} \times \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{8}} + \frac{1}{\sqrt{8}} \times \frac{1}{\sqrt{8}}$$

नोट -

L = लम्ब,

K = कर्ण,

A = आधार

$$= \frac{7}{8} + \frac{1}{8}$$

$$= 1 \text{ Ans..}$$

प्रश्नोत्तर संख्या - 21 (ग)

Ssssss

प्रश्नोत्तर संख्या - 21 (घ)

दो बिन्दुओं के बीच का दूरी सूत्र $= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$$\begin{aligned} \text{अतः बिन्दु A तथा B के बीच की दूरी} &= \sqrt{(3 - 2)^2 + \{(-2) - (7)\}^2} \\ &= \sqrt{1 + 81} \\ &= \sqrt{82} \text{ Ans..} \end{aligned}$$

प्रश्नोत्तर संख्या - 21 (ङ)

चूकी दोनों छड़े बेलनाकार होंगी

इस प्रकार पहले छड़ का व्यास $= 2$ सेमी

अतः पहले छड़ की त्रिज्या $= \frac{2}{2} = 1$ सेमी

पहले छड़ की लम्बाई $= 8$ सेमी

दूसरे छड़ की लम्बाई $= 18$ सेमी

चूकी दूसरी छड़ का निर्माण पहली छड़ के द्वारा ही किया जा रहा है, इसलिए दोनों छड़ों का आयतन सामान होगा

पहले छड़ का आयतन $=$ दूसरे छड़ का आयतन

$$\pi r_1^2 h_1 = \pi r_2^2 h_2$$

$$r_1^2 h_1 = r_2^2 h_2$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 \times 8 = r_2^2 \times 18$$

$$r_2^2 = \frac{1}{9}$$

$$r_2 = \frac{1}{3}$$

अतः दुसरे छड़ की मोटाई = $2 \times r_2$

$$= 2 \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \text{ Ans..}$$

प्रश्नोत्तर संख्या - 21 (च)

य

प्रश्नोत्तर संख्या - 22 (क)

समीकरण युग्म $x + 2y - 4 = 0$ तथा $2x + 4y - 12 = 0$ दो रेल पटरियों को निरूपित तभी करेगा जब समीकरण युग्म समान्तर होने के शर्त का पालन करें, क्योंकि रेल की पटरिया समान्तर होती है

अतः समान्तर होने की शर्त

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2} \text{ से}$$

समीकरण युग्म $x + 2y - 4 = 0$ तथा $2x + 4y - 12 = 0$ में

$$\begin{aligned} a_1 &= 1, & a_2 &= 2 \\ b_1 &= 2, & b_2 &= 4 \\ c_1 &= -4, & c_2 &= -12 \end{aligned}$$

इस प्रकार -

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} \neq \frac{-4}{-12}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \neq \frac{1}{3}$$

अतः दी गई समीकरण युग्म दो रेल पटरियों को निरूपित करता है

समीकरण $x + 2y - 4 = 0$ से

$$y = \frac{4 - x}{2}$$

सारणी -

X	0	4
$y = \frac{4 - x}{2}$	2	0

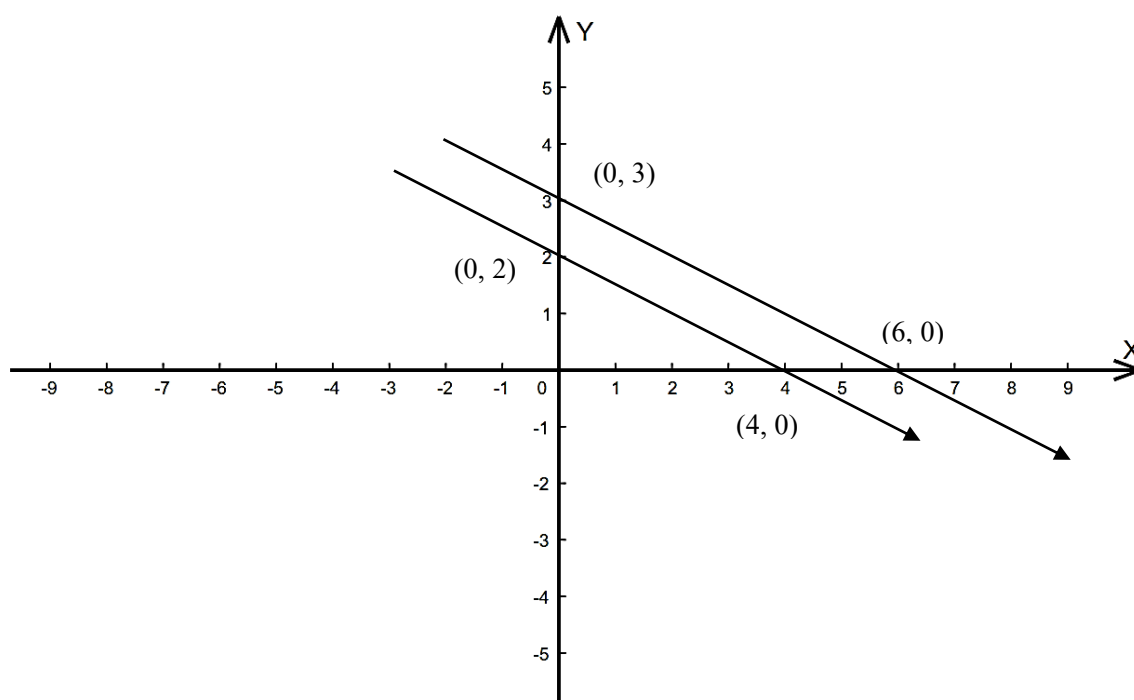
समीकरण $2x + 4y - 12 = 0$ से

$$y = \frac{12 - 2x}{4}$$

सारणी -

X	0	6
$y = \frac{12 - 2x}{4}$	3	0

समीकरणों से प्राप्त बिन्दुओं $(0, 2)$, $(4, 0)$ तथा $(0, 3)$, $(6, 0)$ को ग्राफीय रूप में प्रदर्शित करने पर



F