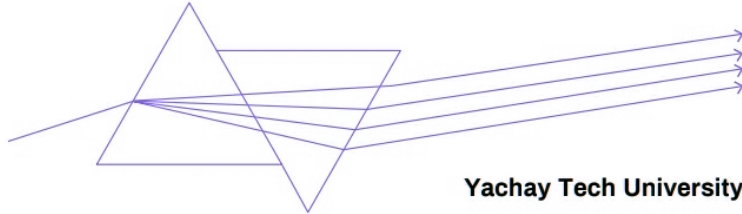


# OPTICA

Advancing Optics and Photonics Worldwide

Formerly  
**OSA**



## Guía Práctica de Armado de Telescopios

Curso de Óptica Experimental y Técnicas de Observación

**Instructor:**

Damian Andrango - Físico

**Edición:**

Abril 2024

**Duración del curso:**

20 horas teórico-prácticas



# Índice general

Índice general	I
<b>1. Telescopios Generalidades</b>	<b>3</b>
1.1. Introducción . . . . .	3
1.2. Principios Ópticos Fundamentales . . . . .	8
1.3. Reflexión y Refracción . . . . .	10
1.3.1. Mecanismos físicos de la reflexión y la refracción . . . . .	11
1.3.2. Reflexión y espejos . . . . .	13
1.3.3. Refracción y Lentes . . . . .	15
1.3.4. Combinación Lentes-Espejos . . . . .	16
1.4. Tipos de Telescopios . . . . .	16
1.4.1. Telescopios Refractores . . . . .	16
1.4.2. Telescopios Reflectores . . . . .	16
1.4.3. Telescopios Catadióptricos . . . . .	16
1.5. Parámetros Clave de un Telescopio . . . . .	16
1.5.1. Apertura . . . . .	16
1.5.2. Distancia Focal . . . . .	16
1.5.3. Relación Focal . . . . .	16
1.5.4. Aumento y Resolución . . . . .	16
1.6. Monturas de Telescopios . . . . .	16
1.6.1. Montura Altazimutal . . . . .	16
1.6.2. Montura Ecuatorial . . . . .	16
1.6.3. Montura Dobson . . . . .	16
1.7. Grandes Telescopios y Futuro en Astronomía . . . . .	16
1.8. Consideraciones para la Elección de un Telescopio . . . . .	16
1.9. Preguntas y Discusión . . . . .	16
<b>2. Solidworks - Modelado por CAD de un Telescopio</b>	<b>17</b>
<b>3. Impresión 3D - Slicer</b>	<b>19</b>
<b>4. Herramientas extra - Solidworks</b>	<b>21</b>
<b>Anexo de Matemáticas</b>	<b>23</b>
<b>Lista de Herramientas</b>	<b>25</b>
.1. Impresoras 3D . . . . .	25
.2. Cortadora laser . . . . .	25
.3. CNC . . . . .	25

<b>Diagramas Técnicos</b>	<b>27</b>
.4. Modelados de práctica . . . . .	27
.5. Ensamblés . . . . .	27
.6. Corte Laser . . . . .	27
.7. Piezas . . . . .	27

Este documento es una guía teórico-práctica que acompañará el desarrollo del curso de construcción de telescopios ópticos de bajo costo, utilizando herramientas digitales como impresión 3D, diseño CAD y corte láser.

La iniciativa nace desde el grupo del Capítulo de Óptica, con el propósito de diseñar y fabricar telescopios accesibles que puedan ser llevados a escuelas, acercando la astronomía a comunidades con recursos limitados. A lo largo del curso, no solo aprenderemos cómo funcionan los telescopios, sino que también construiremos uno funcional desde cero.

Cada módulo está diseñado para ser abordado en sesiones de 2 a 2,5 horas, divididas en bloques de trabajo (pomodoros). Al finalizar, cada participante contará con un prototipo propio, adaptado a sus ideas y preferencias. También se introducirán habilidades prácticas como modelado 3D en SolidWorks, preparación de piezas con slicers para impresión 3D, y diseño de planos para corte láser.

Como punto de partida, utilizaremos un prototipo inicial ya empezado, el cual servirá de referencia tanto para el aprendizaje como para su presentación ante potenciales inversionistas, con miras a escalar el proyecto.

Cabe señalar que para llevar a cabo la construcción de los telescopios será necesario adquirir ciertos materiales y componentes clave, como espejos y oculares, filamento para impresión 3D, tubos de PVC, maderas para las bases, entre otros. Estos elementos serán definidos y organizados durante las primeras sesiones del curso, priorizando soluciones de bajo costo y materiales disponibles localmente o por compra con envío en corto tiempo. internacional.



# Capítulo 1

## Telescopios Generalidades

### 1.1. Introducción

¿Qué es un telescopio? Importancia y aplicación básica.

La palabra telescopio proviene del griego  $\tau\tilde{\eta}\lambda\epsilon$  (tēle, “lejos”) y  $\sigma\kappa\omicron\pi\acute{\epsilon}\omega$  (skopeō, “observar”); es decir, un instrumento utilizado para observar a lo lejos. Tal como su nombre lo indica, los telescopios son instrumentos ópticos diseñados para captar con mayor precisión y detalle una porción de la radiación electromagnética proveniente de cuerpos distantes.

Su invención y desarrollo han sido fundamentales para la observación y comprensión del universo. Gracias al telescopio, la humanidad ha podido explorar desde objetos relativamente cercanos como el Sol, la Luna, los planetas y sus satélites, hasta fenómenos mucho más lejanos como nebulosas, cúmulos estelares y galaxias remotas (fig1.1).



Figura 1.1: Telescopio antiguo, aproximadamente de principios de los 1800.

Históricamente, la patente original de un telescopio refractor fue registrada por Hans Lipperhey, un fabricante de lentes de Middelburg (Países Bajos), aunque existen discrepancias sobre si fue realmente su inventor, puesto que existen registros antiguos de marinos que ocupaban lentes para observar las costas en el horizonte. Con la diseminación por Europa de la noticia sobre este instrumento óptico, Galileo Galilei tuvo conocimiento de él, lo cual le llevó a construir una versión propia y la utilizó para observar el cielo nocturno. Así logró ver objetos invisibles al ojo humano, como las lunas de Júpiter y estrellas ubicadas en regiones aparentemente “vacías” del cielo.

Ese momento marcó un punto de inflexión en la historia del conocimiento: por primera vez, se accedía a una visión detallada del universo que desafiaba las ideas establecidas sobre nuestra posición en el cosmos.





Figura 1.2: Versión modificada de telescopios tradicionales hecha por Galileo para poder captar mejor objetos lejanos.

El término telescopio abarca una amplia variedad de dispositivos: radiotelescopios, telescopios infrarrojos y ultravioletas, así como telescopios ópticos. En este documento nos enfocaremos en estos últimos, que son los más comunes y accesibles, ideales para introducirse al mundo de la observación astronómica.

Esta guía forma parte del minicurso organizado por la Comisión de Creación de Telescopios del Capítulo de Óptica de Yachay Tech, realizado en abril de 2024.

## Breve historia del telescopio

El registro más antiguo sobre la existencia de uso de un telescopio refractor corresponde a una patente solicitada por Hans Lippershey, en los Países Bajos en el siglo XVII, pese a que no se la otorgó el diseño del instrumento se popularizó alrededor de Europa, y fue en 1609 cuando Galileo Galilei lo empleó con fines astronómicos para observar el cielo, marcando un hito en la historia de la ciencia. Esto debido a que sus resultados respaldaban la teoría heliocentrista y se iba en contra lo aceptado, la teoría geocéntrica, donde se asume que la tierra es el centro del universo, donde los planetas, la luna y las

estrellas giran alrededor nuestro. Galileo no sólo tomaba nota de sus observaciones, sino que también creaba ilustraciones de sus hipótesis (fig 1.3). Finalmente, a esta revolución de la ciencia se incluye Johannes Kepler, quien mejora el invento de Galileo otorgando un mayor campo de visión siendo el precursor de los telescopios astronómicos modernos, aunque invierte la imagen.

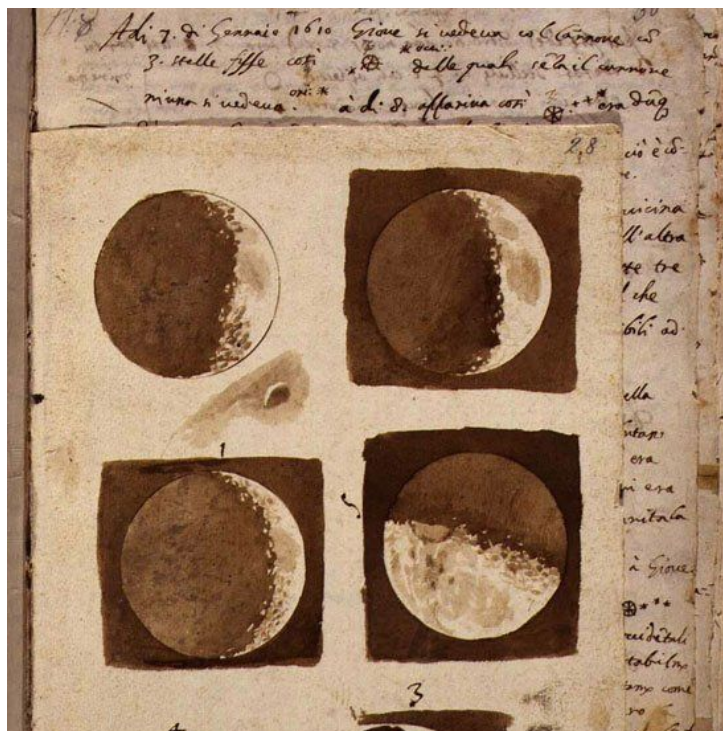


Figura 1.3: Ilustración de la Luna hecha por Galileo Galilei en 1610. Presentada en su obra Siderus Nuncius.

Con el tiempo, se empezó a investigar el uso de espejos para captar luz, en lugar de lentes. Esto permitía evitar problemas comunes en los telescopios que usan lentes. En 1668, Isaac Newton construyó el primer telescopio reflector funcional, conocido hoy como Telescopio Reflector Newtoniano (1.4). Este invento ocupa un espejo cóncavo en lugar de lentes para evitar aberraciones cromáticas.

Las principales diferencias entre estos dos tipos de telescopios vienen dados en la siguiente tabla:

Cuadro 1.1: Tabla comparativa de telescopios refractarios vs reflectores

Telescopes comparison			
	Refractor	Reflector	Mezcla
Materiales	AF	AFG	004
Ventajas	AX	ALA	248
Fabricación	AL	ALB	008
Limitantes	DZ	DZA	012

Durante más de un siglo, los telescopios refractores evolucionaron lentamente, hasta que en 1730 se desarrollaron lentes acromáticas, lo que mejoró significativamente la calidad de imagen. Por otro lado, los primeros telescopios reflectores enfrentaban un problema

relacionado con la pérdida de brillo en los espejos metálicos (fig 1.5). Este problema se fue solucionado progresivamente en la década de 1850 con la introducción de espejos de vidrio recubiertos, y más adelante, en 1932, con la implementación de espejos aluminizados.



Figura 1.4: Réplica del primer telescopio reflector registrado por Isaac Newton ante la Royal Society en 1672.



Figura 1.5: Espejo metálico de 1.2m de diámetro para un telescopio de 40pies.

En aquella época, los telescopios refractores más grandes alcanzaban aperturas de aproximadamente  $1\text{ m} \approx 39\text{ in}$ , mientras que los reflectores superaban los  $10\text{ m} \approx 33\text{ ft}$ . Actualmente, se están construyendo telescopios aún más grandes, con aperturas entre 30



y 40 m, telescopios que se ubican en órbita para evitar interferencias con la atmósfera. Sin embargo, la utilización de telescopios ópticos terrestres continúa siendo de gran interés científico debido a las nuevas tecnologías las cuales ofrecen soluciones adaptativas, de bajo costo y gran impacto en investigación. Además de los nuevos algoritmos de procesamiento de imágenes y de corrección de aberraciones ofrecen un gran marco teórico para el desarrollo de instrumentos ópticos (fig 1.6 1.7).



Figura 1.6: Gran telescopio de Canarias (GTC). Telescopio reflector con 10.4m de diámetro de espejo principal, compuesto por 36 segmentos hexagonales.

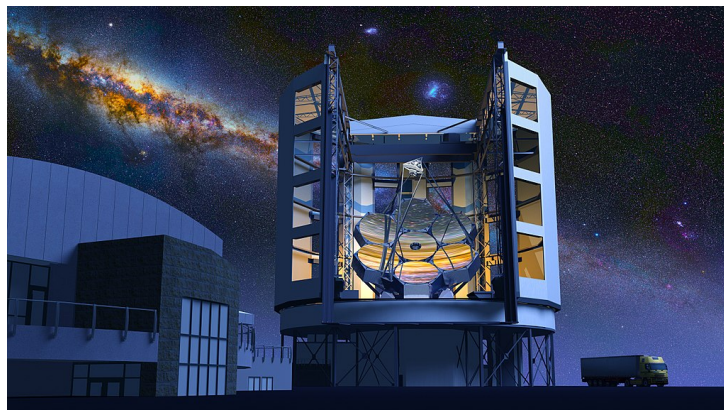


Figura 1.7: Giant Magellan Telescope (GMT) es uno de los tres proyectos de telescopios más grandes actualmente en construcción, en el desierto de Atacama - Chile.

## 1.2. Principios Ópticos Fundamentales

### La luz y su velocidad

La luz, tal como la percibimos, corresponde a una fracción del espectro electromagnético la cual puede ser detectada por nuestro sistema visual. Su definición, en términos prácticos, está íntimamente relacionada con la respuesta fisiológica y psicológica del sistema ojo-cerebro frente a estímulos dentro del rango de la luz visible, que abarca frecuencias entre 400 y 700nm.

Por ejemplo, una mezcla de luz roja y verde es interpretada por nuestro sistema visual como luz amarilla, aunque no exista radiación electromagnética en la longitud de onda

correspondiente al amarillo. Este fenómeno se conoce como *mezcla aditiva de colores* y es una propiedad emergente de cómo procesamos la luz, más que de la luz en sí misma.

Desde hace siglos, el ser humano ha intentado determinar si la luz tiene velocidad finita o es instantánea. Con el desarrollo de los telescopios, comenzaron a surgir los primeros experimentos.

Galileo Galilei, en el siglo XVII, intentó medir la velocidad de la luz con la ayuda de un asistente. Cada uno portaba una linterna, y se situaban a unos 3 kilómetros de distancia. Galileo destapaba su linterna, y cuando su asistente veía la luz, destapaba la suya en respuesta. Galileo cronometraba el tiempo entre su acción inicial y la recepción de la segunda luz.

Aunque ingenioso, el experimento no tuvo éxito. Hoy sabemos que la luz recorre 3 kilómetros en aproximadamente  $10^{-5}$  segundos, un tiempo imposible de medir con instrumentos de la época, además no se consideraba el factor de error humano, donde ni con los reflejos entrenados puede responder a estímulos de tal velocidad.

En 1675, el astrónomo danés Ole Rømer estudió durante varios años los eclipses de la luna Io, una de los satélites naturales de Júpiter. Rømer, observó que la duración entre eclipses variaba dependiendo de la posición relativa entre la Tierra y Júpiter. Cuando la Tierra se alejaba de Júpiter, los eclipses parecían retrasarse.

Rømer concluyó correctamente que la luz tardaba un tiempo finito en viajar, y que esta diferencia se debía al cambio en la distancia. Su trabajo fue el primer indicio experimental de que la luz no tenía velocidad infinita.

Por otro lado, James Bradley, un físico de Inglaterra con la ayuda de telescopios descubrió, por serendipia, un cambio simétrico (paralaje), es decir, observó el desplazamiento cíclico de toda la esfera celeste a lo largo del año, con un pico máximo de cambio, lo que ocurría con la tierra con una velocidad orbital dada, lo que se explicaba con el movimiento de la tierra alrededor del sol, respaldando la teoría heliocentrista, y por una velocidad finita de la luz. Estimó  $\sim 301,000 \text{ km/s}$ .

Hoy en día, uno de los métodos más exactos para conocer la velocidad de la luz es a través de las constantes del electromagnetismo. La relación fundamental es:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

Donde:

- $\epsilon_0$  es la permitividad eléctrica del vacío ( $8.854 \times 10^{-12} \text{ F/m}$ ),
- $\mu_0$  es la permeabilidad magnética del vacío ( $4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2$ ).

Esta ecuación, derivada de las ecuaciones de Maxwell, describe cómo los campos eléctricos y magnéticos se propagan en el vacío. A partir de estas constantes, se puede demostrar que la velocidad de propagación de cualquier onda electromagnética en el vacío es constante y finita, por lo tanto siendo la luz una perturbación del campo electromagnético, la velocidad de la luz en el vacío es constante y finita: (añadir anexos con los calculos para esto)

### 1.2.1 Velocidad de la luz en el vacío

$$c = 299\,792\,458 \text{ m/s} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

## Propagación de la luz

La propagación de la luz, al tratarse de una oscilación del campo electromagnético, está regida por la ecuación de onda. No obstante, mucho antes de que Maxwell desarrollara la teoría del electromagnetismo, la propagación de la luz ya había sido descrita empíricamente mediante dos principios fundamentales: el Principio de Huygens y el Principio de Fermat.

El principio de Huygens, propuesto por el físico holandés Christiaan Huygens en el siglo XVII, describe el comportamiento de los frentes de onda de forma geométrica:

### 1.2.2 Principio de Huygens

Cada punto de un frente de onda primario actúa como foco, o fuente, de ondas esféricas secundarias que se propagan con la misma velocidad y frecuencia que la onda original. El nuevo frente de onda, al cabo de un intervalo de tiempo, es la envolvente de estas ondas secundarias.

Por otro lado, el principio de Fermat, basado en una idea geométrica y variacional, establece:

### 1.2.3 Principio de Fermat

La trayectoria que sigue la luz al pasar de un punto **A** a un punto **B** es aquella en la que el tiempo de recorrido es mínimo. Es decir, la luz tiende a seguir el camino óptico más rápido.

Estos principios no solo son compatibles, sino que se complementan. El primero ofrece una visión geométrica local, útil para explicar fenómenos como la difracción, mientras que el segundo permite deducir leyes globales como la de la refracción.

## 1.3. Reflexión y Refracción

La velocidad de la luz en medios transparentes como el aire, el agua o el vidrio es menor que su velocidad en el vacío. Esta diferencia da lugar a un parámetro óptico llamado **índice de refracción**, este está definido como:

### 1.3.1 Índice de refracción

$$n = \frac{c}{v}$$

donde:

- $c$  es la velocidad de la luz en el vacío,

- $v$  es la velocidad de la luz en el medio considerado.

Cuando un rayo de luz incide sobre la interfaz entre dos medios con diferente índice de refracción (por ejemplo, aire y vidrio), una parte de la energía se refleja y otra parte penetra en el segundo medio, cambiando de dirección: este fenómeno se conoce como **refracción**.

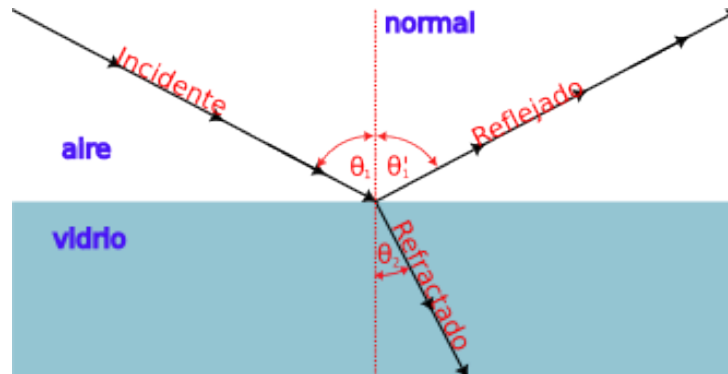


Figura 1.8: El ángulo de reflexión es igual al ángulo de incidencia. El ángulo de refracción  $\theta_2$  depende de la relación entre las velocidades de propagación en ambos medios.

En la figura 1.8 se observa un rayo de luz incidente sobre la superficie de un vidrio. El ángulo  $\theta_1$  entre el rayo incidente y la normal se denomina **ángulo de incidencia**, y el plano definido por ambos se llama **plano de incidencia**.

El rayo reflejado se encuentra en el mismo plano y forma un ángulo igual con la normal, lo cual se expresa con la **ley de la reflexión**:

### 1.3.2 Ley de la reflexión

$$\theta'_1 = \theta_1$$

Por otro lado, el rayo que entra al segundo medio (el rayo **refractado**) cambia de dirección debido al cambio de velocidad de propagación. La relación entre los ángulos y las velocidades en cada medio se expresa como:

$$\frac{1}{v_1} \sin(\theta_1) = \frac{1}{v_2} \sin(\theta_2) \quad (1.1)$$

Si sustituimos las velocidades por sus respectivas expresiones en términos del índice de refracción ( $v = c/n$ ), obtenemos la conocida **ley de Snell**:

### 1.3.3 Ley de Snell de la refracción

$$n_1 \sin(\theta_1) = n_2 \sin(\theta_2)$$

## 1.3.1. Mecanismos físicos de la reflexión y la refracción

A nivel microscópico, la reflexión y la refracción pueden entenderse como fenómenos de interacción entre la luz y los átomos del medio. Cuando un rayo de luz incide sobre una superficie, sus campos eléctricos hacen oscilar las cargas (principalmente electrones) en

los átomos del material. Estas oscilaciones inducidas producen una nueva radiación: la luz es absorbida y reemitida por los átomos.

En el fenómeno de la reflexión, parte de las ondas reemitidas se propagan en dirección opuesta al haz de luz incidente. Debido a interferencias constructivas (coherencia de la onda incidente) estas ondas se reflejan constructivamente en una dirección bien definida, formando el rayo reflejado.

En el caso de la refracción, la luz reemitida hacia adelante también sufre interferencia constructiva, pero en una dirección distinta a la original. El resultado neto es un cambio en la dirección de propagación, determinado por la diferencia de velocidades de fase en cada medio.

## Reflexión Especular y Difusa

La reflexión especular ocurre en superficies suaves y lisas. Podemos observar en la imagen 1.9 donde los rayos de luz del objeto  $P$  al reflejar en el espejo forman una imagen como si procedieran del punto  $P'$ , este se denomina **imagen virtual del punto  $P$** . Por otro lado, la reflexión difusa ocurre cuando la superficie donde se refleja la imagen es rugosa, es decir, los rayos procedentes de un punto se reflejan en todas direcciones y no divergen de ningún punto.

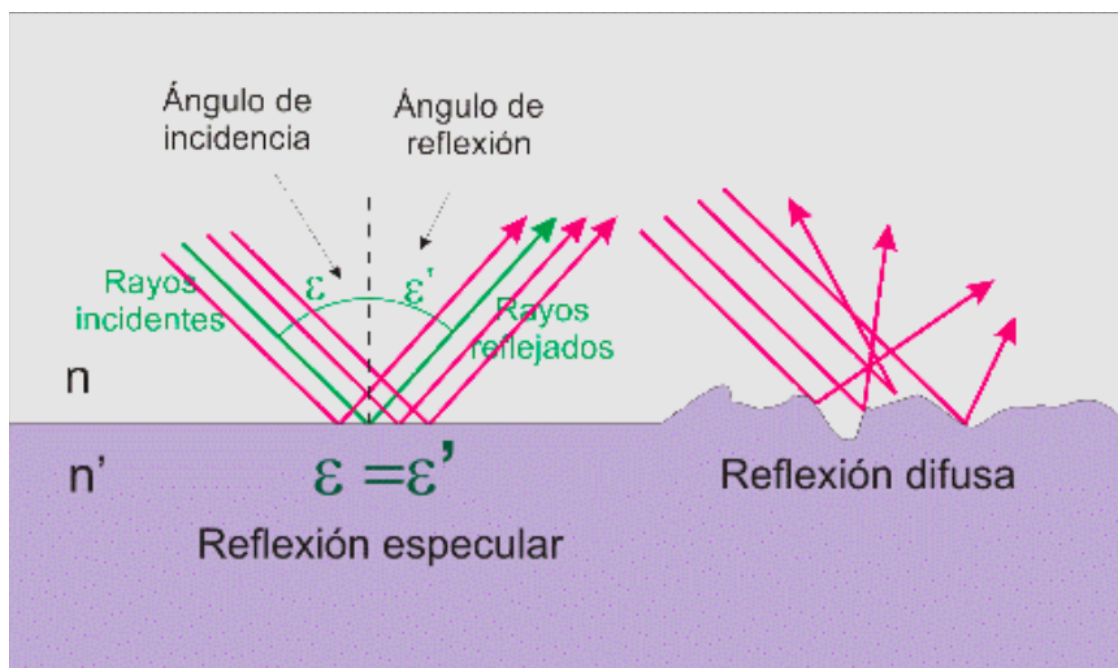


Figura 1.9: Reflexión especular y difusa.

## Dispersión

El índice de refracción de un material depende ligeramente de la longitud de onda con la que incide un haz de luz. Para la mayoría de materiales,  $n$  disminuye cuando crece la longitud de onda. La dependencia entre el índice de refracción con la longitud de onda (y por tanto con la frecuencia) se denomina **dispersión**.



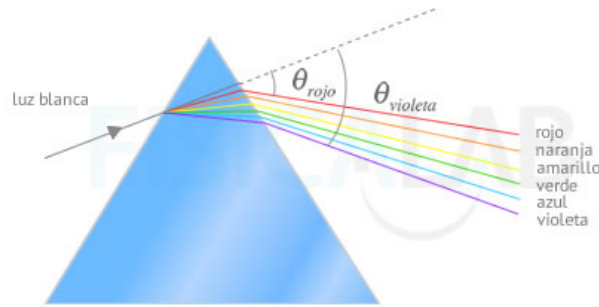


Figura 1.10: Imagen de la descomposición de la luz blanca cuando atraviesa un prisma.

??

### 1.3.2. Reflexión y espejos

#### Espejos Planos

Los espejos planos, los más conocidos. Podemos observar la figura ??, en ella se ilustran dos rayos que se emiten de los extremos de la botella (en realidad van en todas las direcciones), estos son los que encierra el haz de rayos de luz que entra al ojo. Cada conjunto de rayos divergentes que se reflejan en el espejo y entran en el ojo parecen provenir de un mismo punto (llamado punto de imagen) detras del espejo, tal y como muestran las líneas punteadas. Siempre que un objeto esté dentro del plano de un espejo existe una posición en la cual puede situarse el ojo para poder ver la imagen.

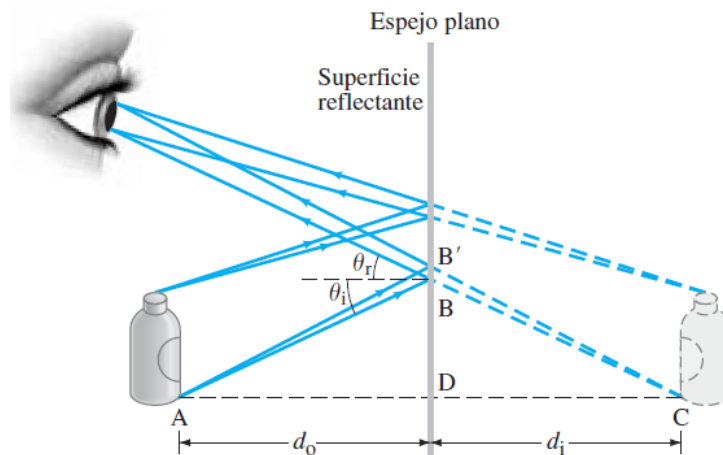


Figura 1.11: Espejo plano reflejando una botella. Se marcan los puntos que son los que entrarán al ojo.

En los espejos también podemos observar el resultado de inversión en profundidad, es decir, si ponemos la mano derecha en el espejo vemos convertida en la mano izquierda, también podemos observarlo como un cambio de coordenadas, donde el espejo transforma un sistema de coordenadas según la regla de la mano derecha, donde  $\hat{i} \times \hat{j} = \hat{k}$  se convierte en  $\hat{i} \times \hat{j} = -\hat{k}$ .

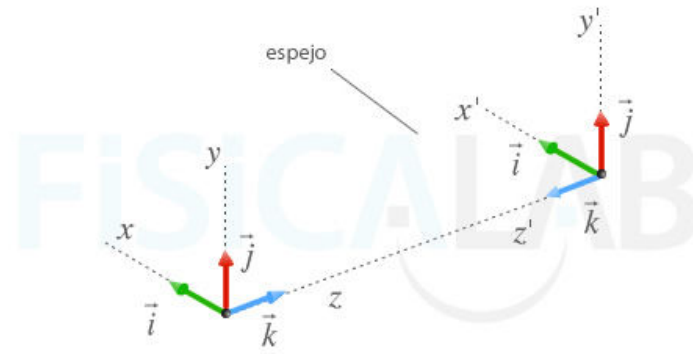


Figura 1.12: .

## Espejos Esféricos

Podemos observar la figura 1.13, que muestra un haz de rayos que provienen del punto  $P$  situado en el eje de un espejo esférico cóncavo y que después de reflejarse en él convergen en el punto  $P'$ , también denominado **imagen real**. Se le denomina imagen real porque la luz realmente emana del punto imagen, esta puede ser vista por cualquier observador al lado izquierdo del espejo. (Regresar a la explicación de imágenes virtuales en espejos planos).

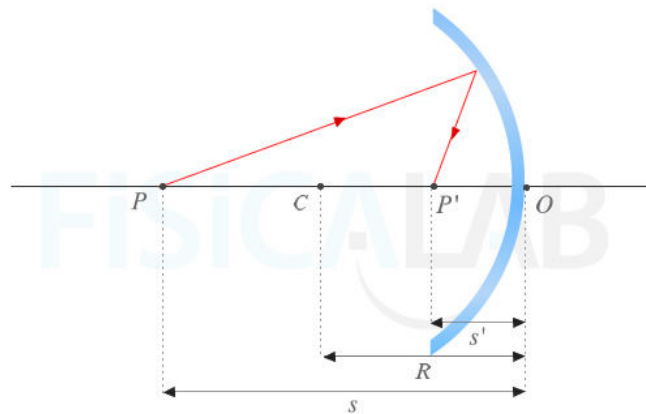


Figura 1.13: Los rayos procedentes del punto  $P$ , en el eje  $PO$  de un espejo esférico cóncavo forman una imagen en  $P'$ . Los rayos más significativos son los que inciden más cercanos al eje  $PO$ .

En los espejos cóncavos también se pueden generar aberraciones denominadas **aberraciones esféricas**. Los rayos que rebotan más lejanos al eje  $PO$  son los causantes de estas aberraciones, esto es debido a que estos rayos no consiguen pasar exactamente por el punto de la imagen.

Para cálculos relacionados a espejos esféricos queremos buscar una ecuación que relacione el punto  $P$  con el punto  $P'$ .

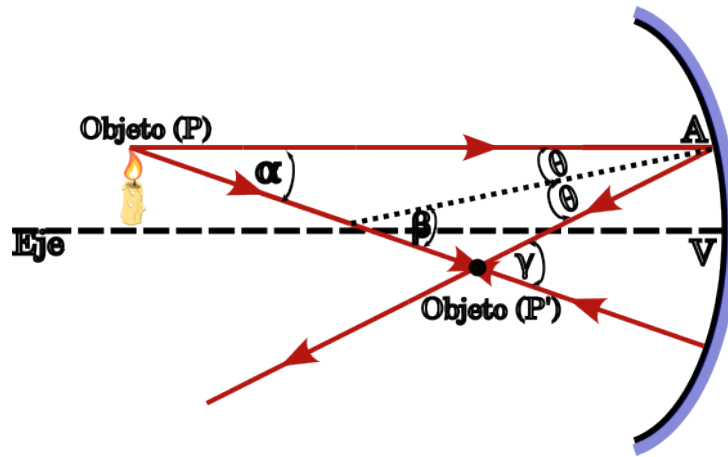


Figura 1.14: Geometría para espejos

Siguiendo identidades trigonométricas, se llega a la conclusión de que

$$\alpha + \gamma = 2\beta \quad (1.2)$$

### 1.3.3. Refracción y Lentes

Para crear lentes se pulen cilindros de vidrio para formar superficies esféricas convexas. Suponiendo que todos los rayos son paraxiales, mediante la aproximación de ángulos pequeños tenemos  $\alpha \approx l/s$ ,  $\beta \approx l/r$ ,  $\gamma \approx l/s'$ .

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{r} \quad (1.3)$$

### 1.3.4. Combinación Lentes-Espejos

## 1.4. Tipos de Telescopios

### 1.4.1. Telescopios Refractores

### 1.4.2. Telescopios Reflectores

### 1.4.3. Telescopios Catadióptricos

## 1.5. Parámetros Clave de un Telescopio

### 1.5.1. Apertura

### 1.5.2. Distancia Focal

### 1.5.3. Relación Focal

### 1.5.4. Aumento y Resolución

## 1.6. Monturas de Telescopios

### 1.6.1. Montura Altazimutal

### 1.6.2. Montura Ecuatorial

### 1.6.3. Montura Dobson

## 1.7. Grandes Telescopios y Futuro en Astronomía

El estado del arte de los telescopios en tierra es muy prometedor. Existen proyectos próximos a entrar en funcionamiento, tales como el Observatorio Vera C. Rubin, el cual hará uso del sensor más grande construido desde un principio con enfoque en astronomía. Este sensor cuenta con 3200 megapíxeles, que permitirá que cada imagen tome una fotografía con una extensión similar a 40 lunas llenas (referencia- <https://elpais.com/chile/2024-12-27/el-telescopio-con-la-mayor-camara-digital-del-mundo-construida-para-la-astronomia-se-asoma-en-una-montana-chilena.html> ) las operaciones están previstas empezar en 2028. El proyecto lleva a cabo el consorcio de universidades estadounidenses AURA y afiliados internacionales.

## 1.8. Consideraciones para la Elección de un Telescopio

## 1.9. Preguntas y Discusión

## Capítulo 2

# Solidworks - Modelado por CAD de un Telescopio



## Capítulo 3

### Impresion 3D - Slicer





## Capítulo 4

### Herramientas extra - Solidworks



# Anexo de Matemáticas

## Derivación de $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$ a partir de las ecuaciones de Maxwell

Partimos de las ecuaciones de Maxwell en el vacío (sin cargas ni corrientes):

$$\nabla \cdot \vec{E} = 0 \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (2)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (3)$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (4)$$

Aplicamos el operador rotacional a la ecuación de Faraday (3):

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{E}) = -\frac{\partial}{\partial t}(\nabla \times \vec{B}) \quad (5)$$

Sustituyendo la ecuación de Ampère-Maxwell (4) en (5):

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{E}) = -\mu_0\varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (6)$$

Utilizamos la identidad vectorial:

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{E}) = \nabla(\nabla \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E}$$

Dado que  $\nabla \cdot \vec{E} = 0$ , la identidad se reduce a:

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{E}) = -\nabla^2 \vec{E} \quad (7)$$

Sustituyendo en la ecuación (6):

$$-\nabla^2 \vec{E} = -\mu_0\varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (8)$$

Cancelamos los signos negativos:

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu_0\varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (9)$$

La ecuación (9) es la ecuación de onda para el campo eléctrico. Comparándola con la forma general de una ecuación de onda:

$$\nabla^2 \vec{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

Se concluye que:

$$\frac{1}{c^2} = \mu_0 \varepsilon_0 \quad \Rightarrow \quad c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$$

Por lo tanto, la velocidad de propagación de las ondas electromagnéticas en el vacío es:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$$

# Lista de Herramientas

- .1. Impresoras 3D
- .2. Cortadora laser
- .3. CNC



# Diagramas Técnicos

.4. Modelados de práctica

.5. Ensamblés

.6. Corte Laser

.7. Piezas

Piezas a comprar.