

# Бойцы, снова в бой



Мячин Данил, ВШЭ ФКН ПМИ

Обсудим решение такой задачи

# Обсудим решение такой задачи

Есть отсортированный массив чисел.

Есть число  $k$ .

Нужно сказать: есть ли в массиве два  
такие числа, что их сумма будет равна  $k$ .

# Обсудим решение такой задачи

Есть отсортированный массив чисел.

Есть число  $k$ .

Нужно сказать: есть ли в массиве два  
такие числа, что их сумма будет равна  $k$ .

Решение за квадрат - тривиально.  
Переберём все пары чисел

# Обсудим решение такой задачи

Есть отсортированный массив чисел.

Есть число  $k$ .

Нужно сказать: есть ли в массиве два такие числа, что их сумма будет равна  $k$ .

Решение за квадрат - тривиально.  
Переберём все пары чисел

SPOILER: есть решение за  $n\log(n)$

# Обсудим решение такой задачи

Есть отсортированный массив чисел.

Есть число  $k$ .

Нужно сказать: есть ли в массиве два такие числа, что их сумма будет равна  $k$ .

Решение за квадрат - тривиально.  
Переберем все пары чисел

SPOILER: есть решение за  $n\log(n)$

На этом степе, я надеюсь, что кто-то помимо Влада придумал решение идти циклом, перебирая одно число, а второе искать бин поиском (а было бы ещё круче, если кто-то уже придумал решение за  $O(n)$ )

Метод решение за  $O(n)$  называется методом двух указателей

Метод решение за  $O(n)$  называется методом двух указателей

Ну или не совсем...



# Метод решение за $O(n)$ называется методом двух указателей

Ну или не совсем...

В этом решении мы просто поддерживаем два индекса, и идём по массиву. Такой принцип и в методе двух указателей, но обычно мы производим действия на отрезке.

# Метод решение за $O(n)$ называется методом двух указателей

Ну или не совсем...

В этом решении мы просто поддерживаем два индекса, и идём по массиву. Такой принцип и в методе двух указателей, но обычно мы производим действия на отрезке.

Теперь, когда мы базово познакомились с тем, как это может быть, давайте решим задачу, которая больше на это похожа

# Задача

# Задача

Дан массив чисел.

Дано число  $k$ .

Найти в нём отрезок наименьшей  
длины такой, что сумма элементов  
на отрезке  $\geq k$

# Задача

Дан массив чисел.

Дано число  $k$ .

Найти в нём отрезок наименьшей длины такой, что сумма элементов на отрезке  $\geq k$

Тривиальный алгос за квадрат - вроде понятен всем: переберем все возможные отрезки и найдем наименьшей длины (а при плохой реализации и вообще за куб).

# Задача

Дан массив чисел.

Дано число  $k$ .

Найти в нём отрезок наименьшей длины такой, что сумма элементов на отрезке  $\geq k$

Тривиальный алгос за квадрат - вроде понятен всем: переберем все возможные отрезки и найдем наименьшей длины (а при плохой реализации и вообще за куб).

Давайте подумаем как свести к  $O(n)$

# Задача

Дан массив чисел  
неотрицательных чисел.

Дано число  $k$ .

Найти в нём отрезок наименьшей  
длины такой, что сумма элементов  
на отрезке  $\geq k$

Тривиальный алгос за квадрат - вроде понятен  
всем: переберем все возможные отрезки и  
найдем наименьшей длины (а при плохой  
реализации и вообще за куб).

Давайте подумаем как свести к  $O(n)$

Вспомним тему, которую недавно прошли

Давайте обобщим, что за метод и как работает



# Давайте обобщим, что за метод и как работает

На великом информатиксе написали:

# Давайте обобщим, что за метод и как работает

На великом информатиксе написали:

## Общая идея

На этом примере очень хорошо видна суть метода двух указателей: мы пользуемся тем, что при увеличении значения одного указателя значение другого указателя тоже может только увеличиваться. Если мы перебираем  $i$  в порядке возрастания, то  $j$  тоже будет только возрастать — поэтому не надо перебирать каждый раз заново, можно просто продолжать с предыдущего значения.

Конечно, это так не в каждой задаче, но есть задачи, где это можно доказать и это работает.

На codeforces EDU есть даже тема для отработки!

<https://codeforces.com/edu/course/2/lesson/9>

# На codeforces EDU есть даже тема для отработки!

<https://codeforces.com/edu/course/2/lesson/9>

(да-да, дома порешать задачки оттуда (и ещё напишите свои ники на sf мне в лс, чтобы я вас в друзья добавил))

## Задача В. Cyberpunk 2077

Инна играет в игру Cyberpunk 2077 и предпочитает одолевать врагов с помощью лома. Однако, для улучшения характеристик лома нужны евродоллары и компоненты, которые можно получить только взломав терминал, а взлом терминала с помощью лома невозможен — обязательно прохождение интеллектуальной мини-игры. Инна не любит интеллектуальные мини-игры и вам нужно помочь ей со взломом терминалов.

Мем получился добрый, а главное - самурайский  
Желаем герою поскорее wake up в city to burn

Продолжаем разогреваться после перерыва



Поговорим о жадных алгоритмах

# Поговорим о жадных алгоритмах

Что такое жадный алгоритм?



# Поговорим о жадных алгоритмах

Что такое жадный алгоритм?

Последовательность действий, где на каждой итерации достаточно делать наилучший выбор на текущей позиции (нужно уметь понимать/доказывать, что это корректно)

Самый простой пример для понимания, давайте  
разберем

# Самый простой пример для понимания, давайте разберем

Есть игра, которая длится  $n$  раундом. В каждом раунде выдается  $k$  карт. Нужно выложить одну перед собой. Кто выложил наибольшую - выиграл. В конце раунда все карты уходят в общую колоду, перетасовываются, и раздаются в следующем раунде из этой же колоде.

# Самый простой пример для понимания, давайте разберем

Есть игра, которая длится  $n$  раундом. В каждом раунде выдается  $k$  карт. Нужно выложить одну перед собой. Кто выложил наибольшую - выиграл. В конце раунда все карты уходят в общую колоду, перетасовываются, и раздаются в следующем раунде из этой же колоде.

Очевидно, чтобы выиграть, в каждом раунде нужно выкладывать наибольшую карту: почему это так?

# Самый простой пример для понимания, давайте разберем

Есть игра, которая длится  $n$  раундов. В каждом раунде выдается  $k$  карт. Нужно выложить одну перед собой. Кто выложил наибольшую - выиграл. В конце раунда все карты уходят в общую колоду, перетасовываются, и раздаются в следующем раунде из этой же колоде.

Очевидно, чтобы выиграть, в каждом раунде нужно выкладывать наибольшую карту: почему это так?

Раунды друг от друга независимы, каждый раунд можно рассматривать как отдельную игру

Ещё можно сказать, что мы делаем наилучшие решения на каждом ходу, при этом итог будет тоже лучшим при таких решениях

Ещё можно сказать, что мы делаем наилучшие решения на каждом ходу, при этом итог будет тоже лучшим при таких решениях

Что с этим всем делать?

Давайте вспомним про мат индукцию (и тут тыкните  
меня, если кто-то не знает, что это такое)



Давайте вспомним про мат индукцию (и тут тыкните меня, если кто-то не знает, что это такое)

1. Смотрим, как делать оптимальный шаг

Давайте вспомним про мат индукцию (и тут тыкните меня, если кто-то не знает, что это такое)

1. Смотрим, как делать оптимальный шаг
2. Смотрим, что после этого получим задачу аналогичную исходной, но поменьше

Давайте вспомним про мат индукцию (и тут тыкните меня, если кто-то не знает, что это такое)

1. Смотрим, как делать оптимальный шаг
2. Смотрим, что после этого получим задачу аналогичную исходной, но поменьше
3. Произошла индукция

## Задача 39 с acmp

[https://acmp.ru/index.asp?main=task&id\\_task=39](https://acmp.ru/index.asp?main=task&id_task=39)

# Посвящается тем, кто вспомнил, что я давал задачу с весами, но не увидел этой идеи на регионе

Когда после олимпиады меняешь одну строчку в коде и оно заходит:



фреско ты здесь? открой я решил загадку

Заметим, что у нас цена никак не меняется, в зависимости от того, продали ли мы в какой-то день волосы или нет.

Каждый раз у нас есть опция: либо продать все волосы, либо ничего не продавать.

Также довольно легко доказать, почему в какой-то день стоит или не стоит продавать волосы

Давайте попробуем найти подвох

# Давайте попробуем найти подвох

Есть две задачи: выдать сумму  
денег наименьшим  
количеством монет, при этом



# Давайте попробуем найти подвох

Есть две задачи: выдать сумму  
денег наименьшим  
количеством монет, при этом

Ver1: есть монеты  
достоинством 1, 5, 10, 25

Ver2: есть монеты  
достоинством 1, 2, 4, 5

# Давайте попробуем найти подвох

Есть две задачи: выдать сумму  
денег наименьшим  
количеством монет, при этом

Ver1: есть монеты  
достоинством 1, 5, 10, 25

Ver2: есть монеты  
достоинством 1, 2, 4, 5

Чем эти задачи различаются?