

SIMULACIÓN DE SISTEMAS

TRABAJO PRÁCTICO

Nº4

Matías Ezequiel Daneri, María Mercedes Baron, Tomás Germán Busso Zungri

INTRODUCCIÓN

SISTEMAS

1

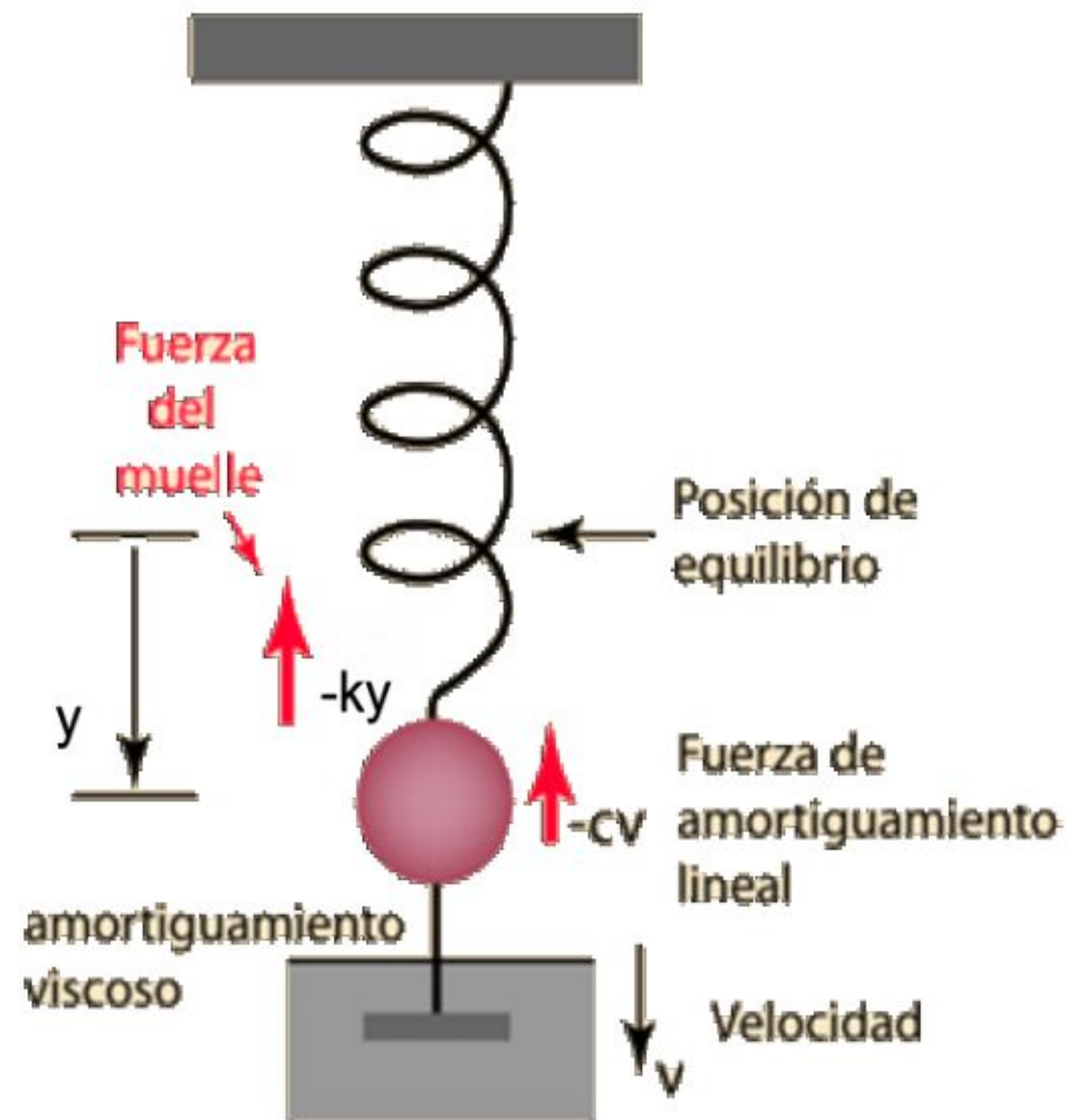
**Oscilador puntual
amortiguado**

2

**Osciladores
acoplados y forzados**

SISTEMA 1

SIMULACIÓN



1

$$ECM = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - x'_i)^2$$

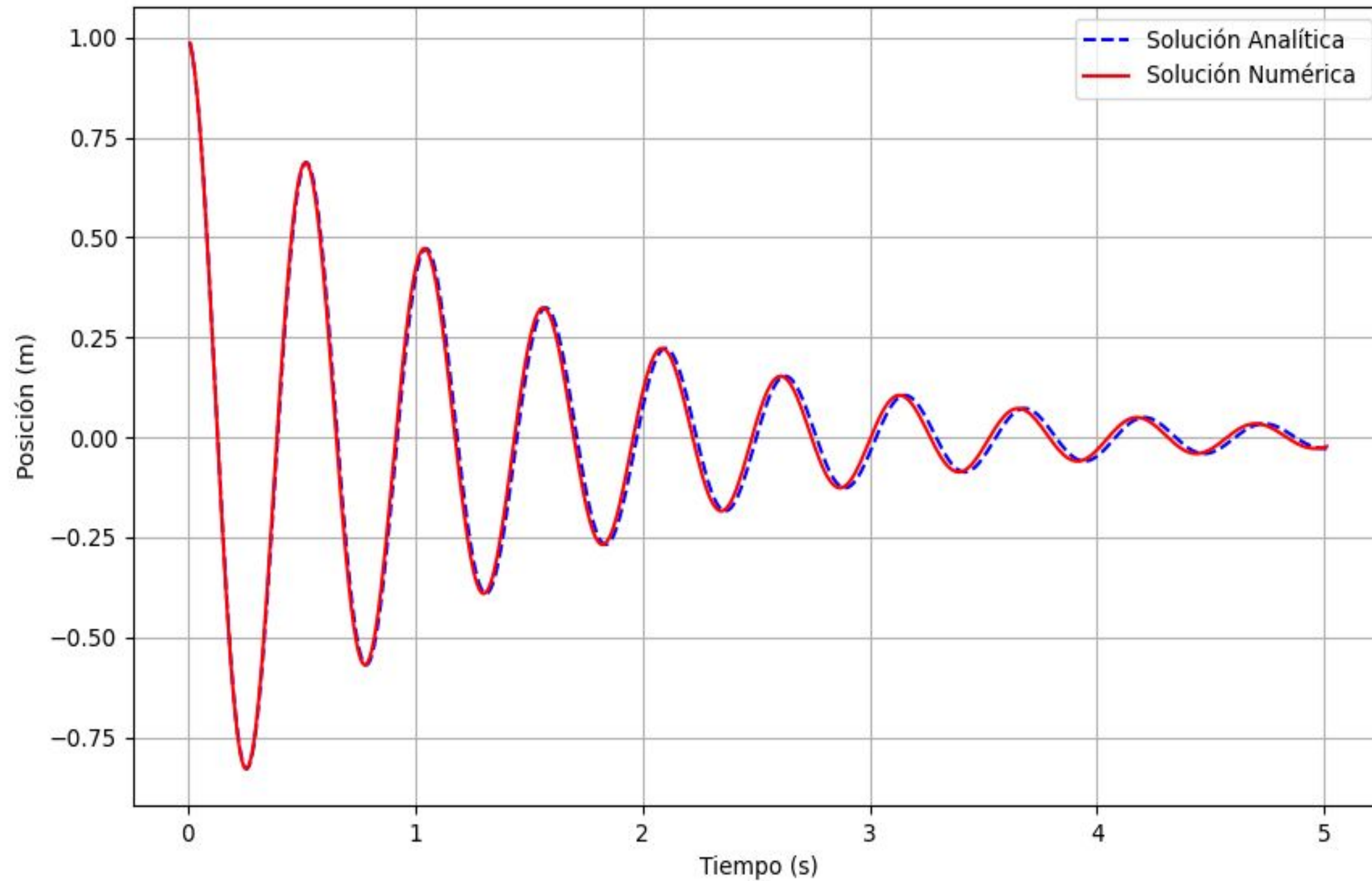
ERROR CUADRÁTICO MEDIO

- n : cantidad total de pasos
- x_i = posición analítica en el i-ésimo paso
- x'_i = posición calculada en el i-ésimo paso

RESULTADOS

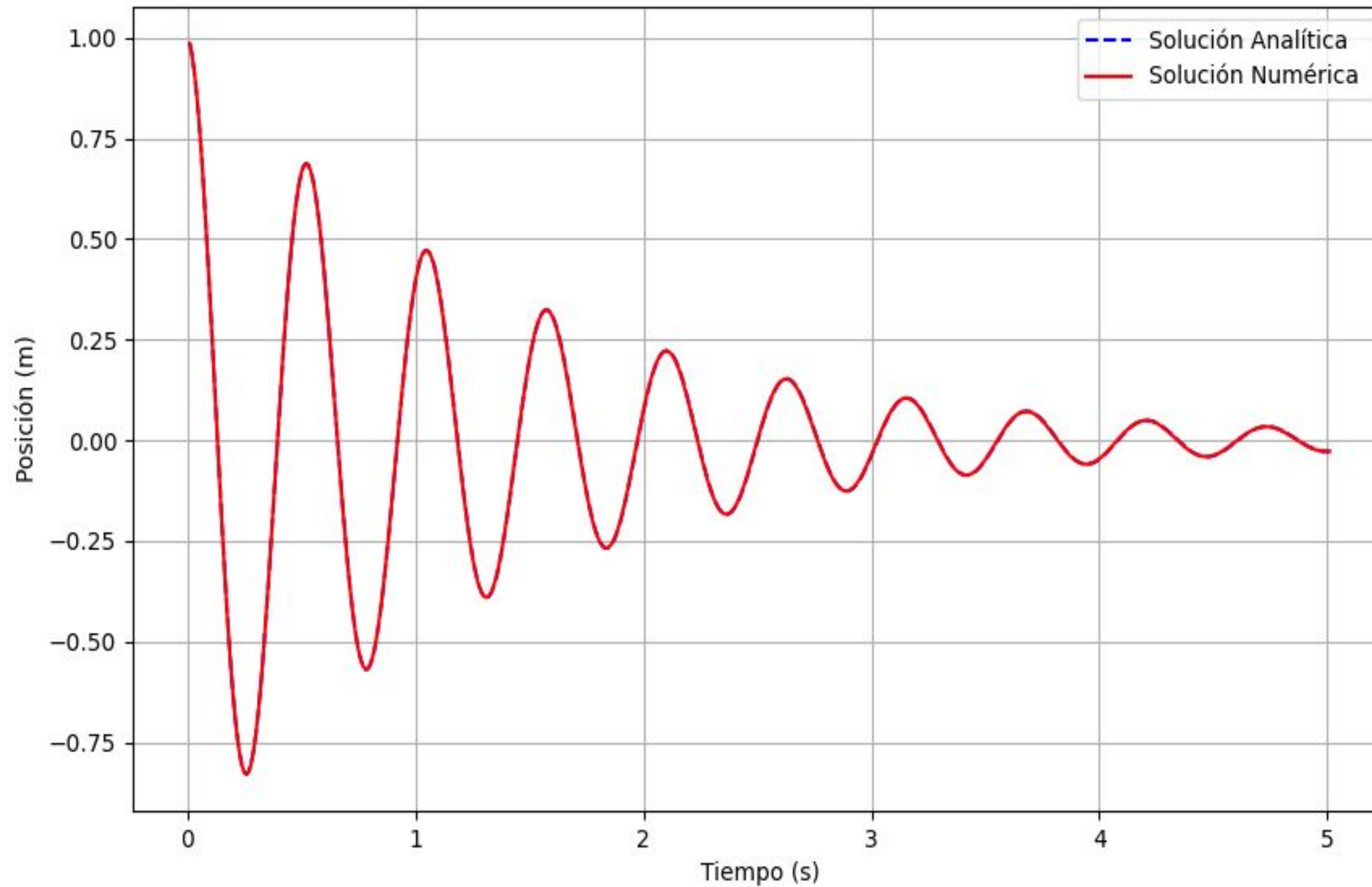
Método Verlet con $\Delta t = 10^{-2}$

Resultados



Método Beeman con $\Delta t = 10^{-2}$

Resultados



Método Gear con $\Delta t = 10^{-2}$

Resultados

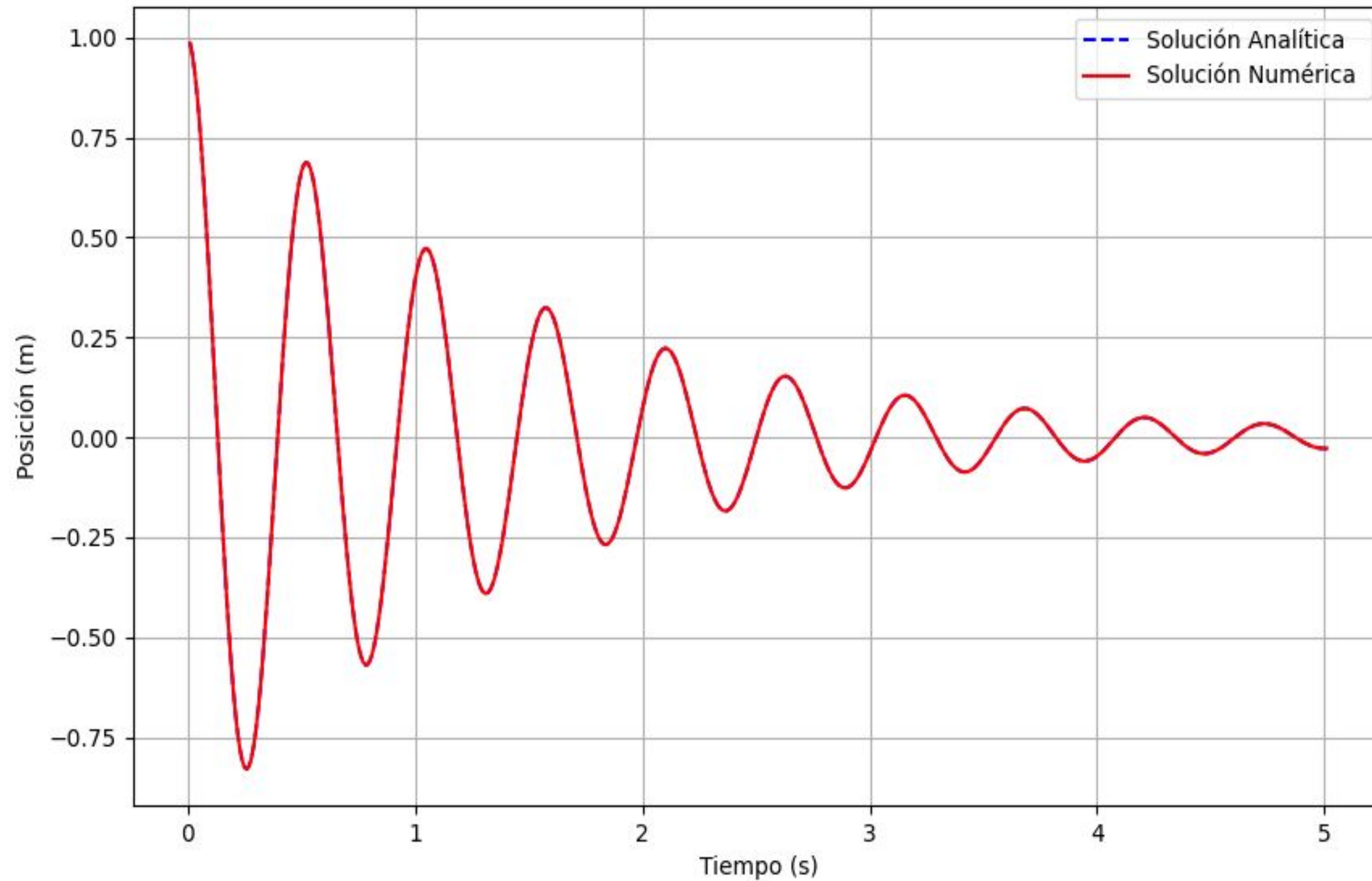
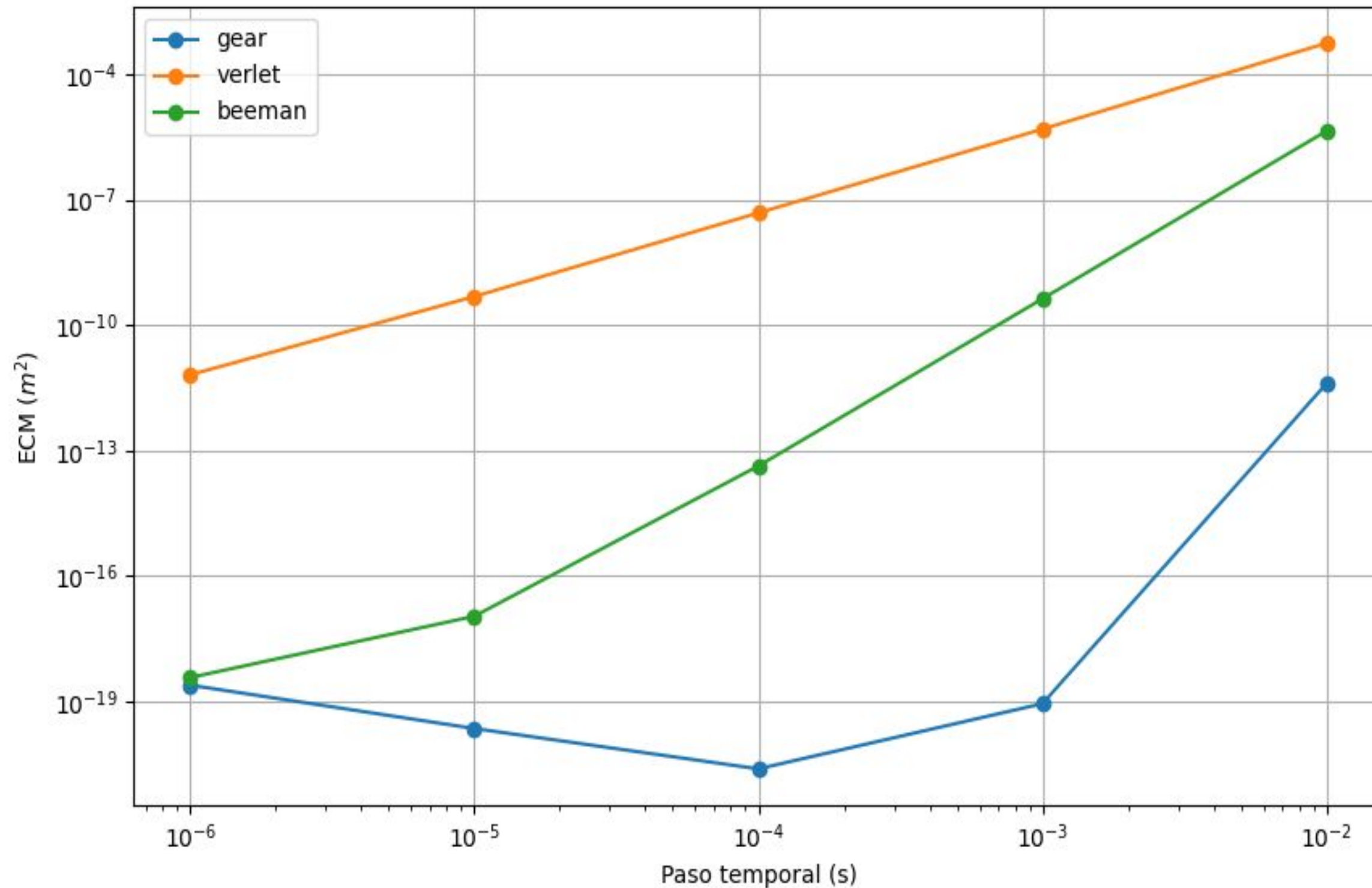


Tabla con el ECM en función del paso

	Verlet	Beeman	Gear
10^{-6}	$4,814^{-12}$	$2,631^{-19}$	$2,069^{-19}$
10^{-5}	$4,814^{-10}$	$1,079^{-17}$	$2,228^{-20}$
10^{-4}	$4,820^{-8}$	$4,251^{-14}$	$2,409^{-21}$
10^{-3}	$4,885^{-6}$	$4,267^{-10}$	$8,748^{-20}$
10^{-2}	$5,575^{-4}$	$4,422^{-6}$	$4,049^{-12}$

ECM en función del paso temporal



SISTEMA 2

FUNDAMENTOS

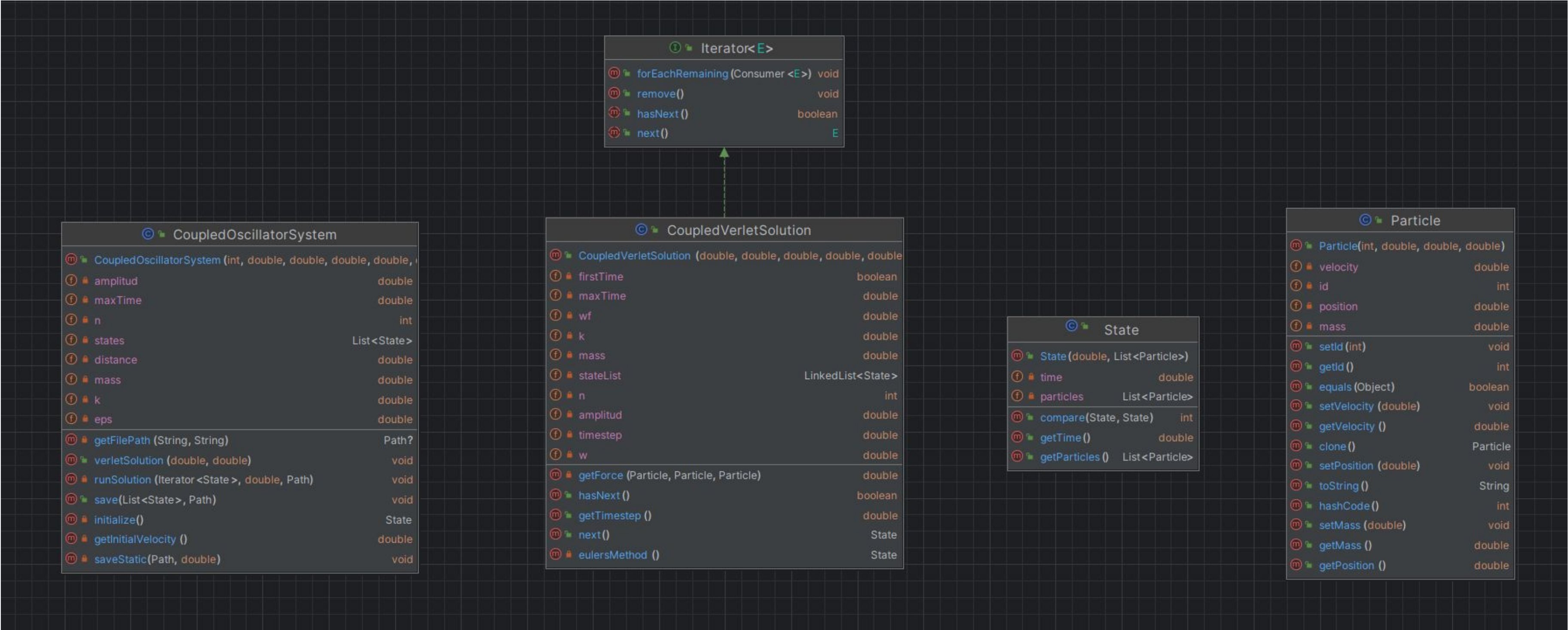
$$F(t) = A \cos(\omega t) \longleftarrow \text{Fuerza armónica}$$

$$F_i = -k(y_i - y_{i-1}) - k(y_i - y_{i+1})$$

 Fuerza sobre la i-ésima partícula

IMPLEMENTACIÓN

DIAGRAMA UML



Algorithm 1 Método *next* para la simulación de partículas con método de Verlet

```
1: Entrada: Lista de estados stateList, paso de tiempo  $\Delta t$ , amplitud  $A$ ,  
   frecuencia  $w_f$ , número de partículas  $n$   
2: Salida: Nuevo estado newState  
3: if primera ejecución then  
4:   Aplicar el método de Euler  
5:   return estado calculado por el método de Euler  
6: end if  
7: Obtener el estado actual y anterior stateList $[-1]$  y stateList $[-2]$   
8: Inicializar newParticles como lista vacía  
  
   ▷ Actualizar la última partícula  
9: lastParticle = currentState.particles $[n - 1]$   
10: Clonar lastParticle  
11: Actualizar posición: lastParticle.position =  $A \cdot \sin(w_f \cdot \text{nextTime})$   
12: Agregar lastParticle a newParticles  
  
   ▷ Actualizar partículas intermedias (i = n-2 hasta i = 1)  
13: for  $i = n - 2$  hasta  $i = 1$  do  
14:   Calcular  $force = \text{getForce}(\text{particles}[i - 1], \text{particles}[i], \text{particles}[i + 1])$   
15:    $newPosition = 2 \cdot cp.position - pp.position + \frac{\Delta t^2}{cp.mass} \cdot force$   
16:    $newVelocity = \frac{newPosition - centerParticle.position}{2 \cdot \Delta t}$   
17:   Clonar centerParticle y actualizar su posición y velocidad.  
18:   Agregar la partícula clonada a newParticles  
19: end for  
  
   ▷ Actualizar la primera partícula (i = 0)  
20: Clonar currentState.particles $[0]$  y agregar la primer partícula clonada a  
   newParticles  
21:  
  
   ▷ Crear el nuevo estado y actualizar la lista de estados  
22: Crear newState = State(nextTime, newParticles)  
23: Agregar newState a stateList  
  
24: return newState
```

SIMULACIONES

VARIABLES Y PARÁMETROS

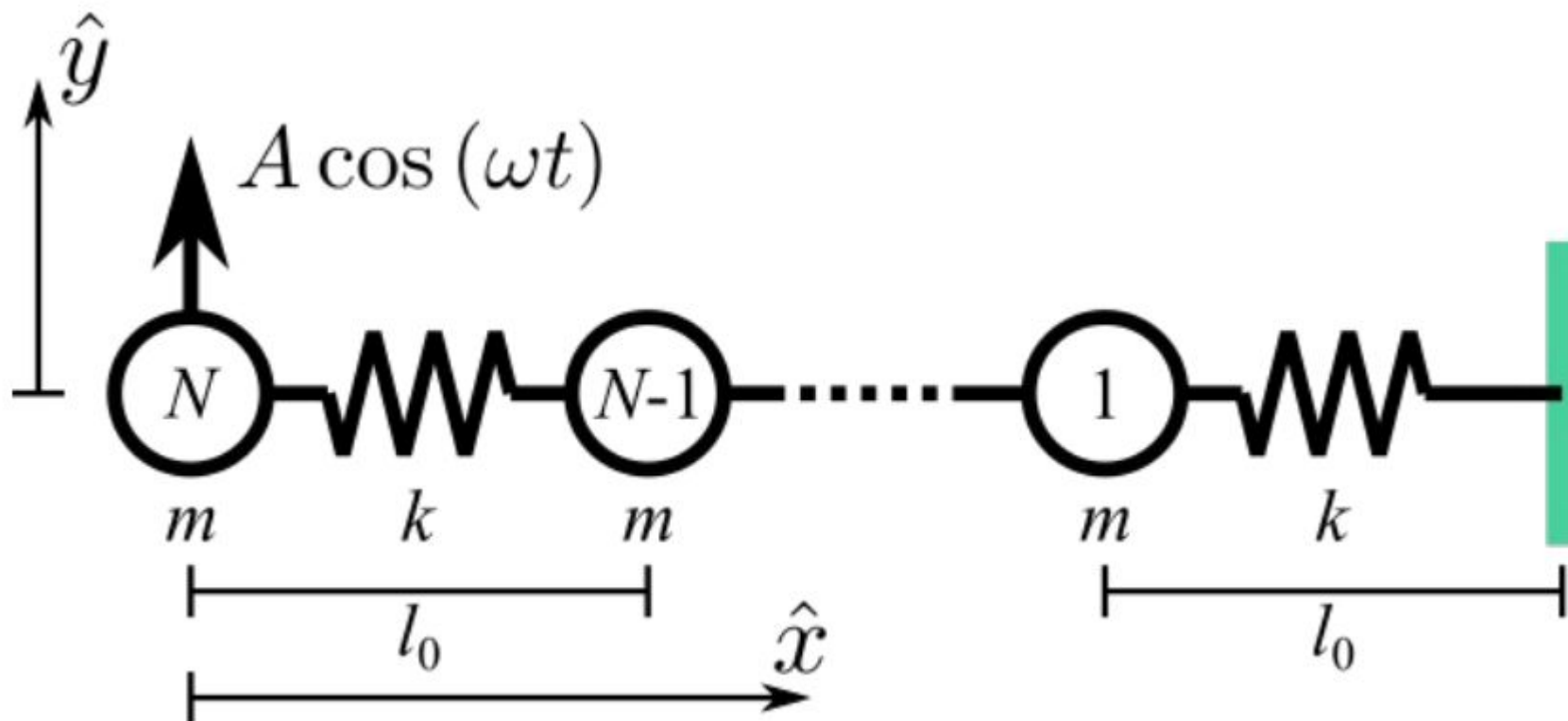
PARÁMETROS FIJOS

- Cantidad de partículas (N)
- Masa de la partícula (m)
- Distancia entre partículas (l_0)
- Amplitud de la fuerza externa (A)

PARÁMETROS VARIABLES

- Frecuencia angular externa (ω)
- Paso temporal (Δt)
- Constante del resorte (k)

Nota: Las simulaciones están hechas en una única corrida.



1

Amplitud máxima

$$A(w_0)$$

$$\text{siendo } w_0 \sim \sin\left(\frac{\pi}{(n+1)}\right) \cdot \sqrt{\frac{k}{m}}$$

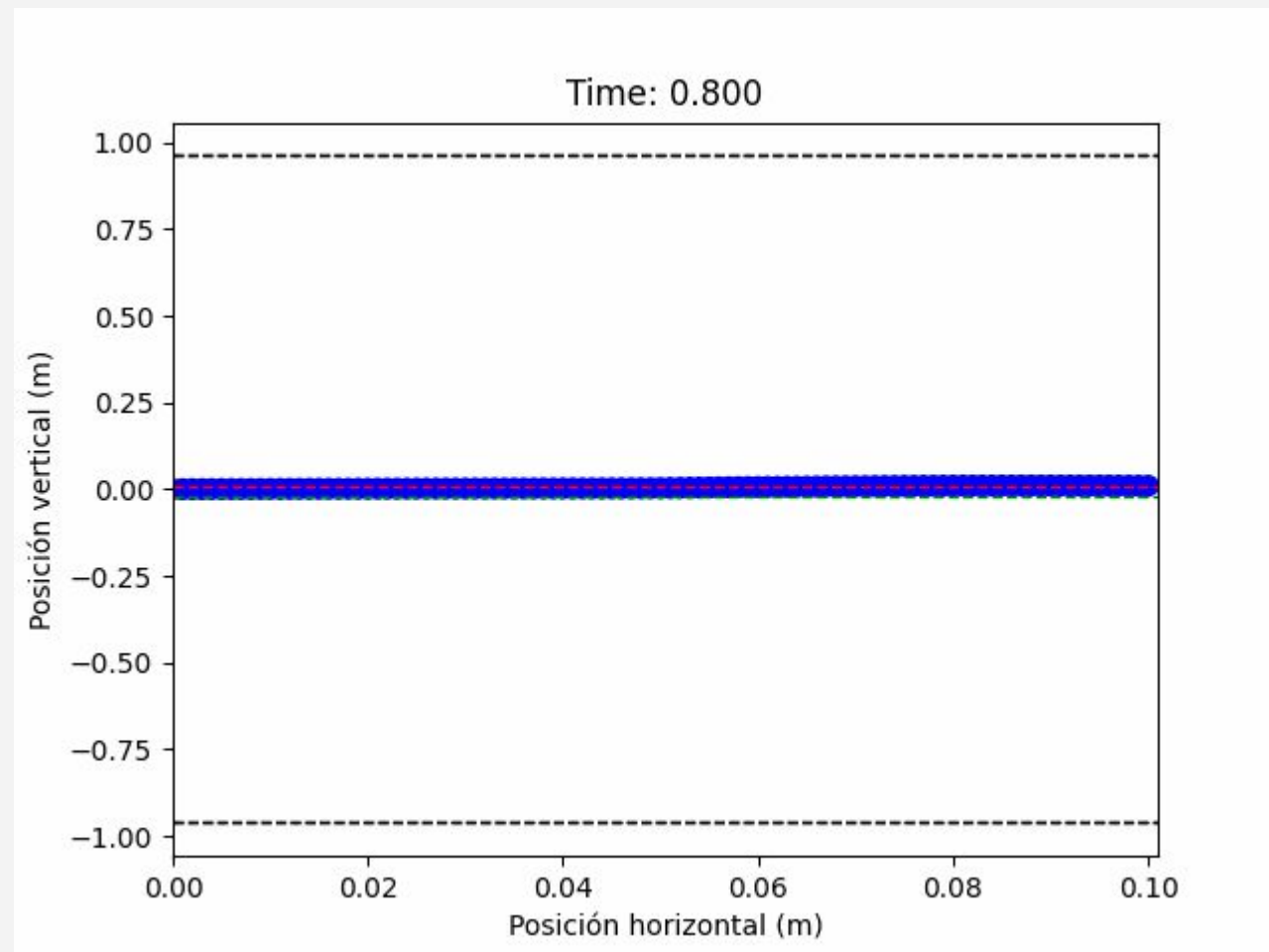
RESULTADOS

ANIMACIÓN

Resultados

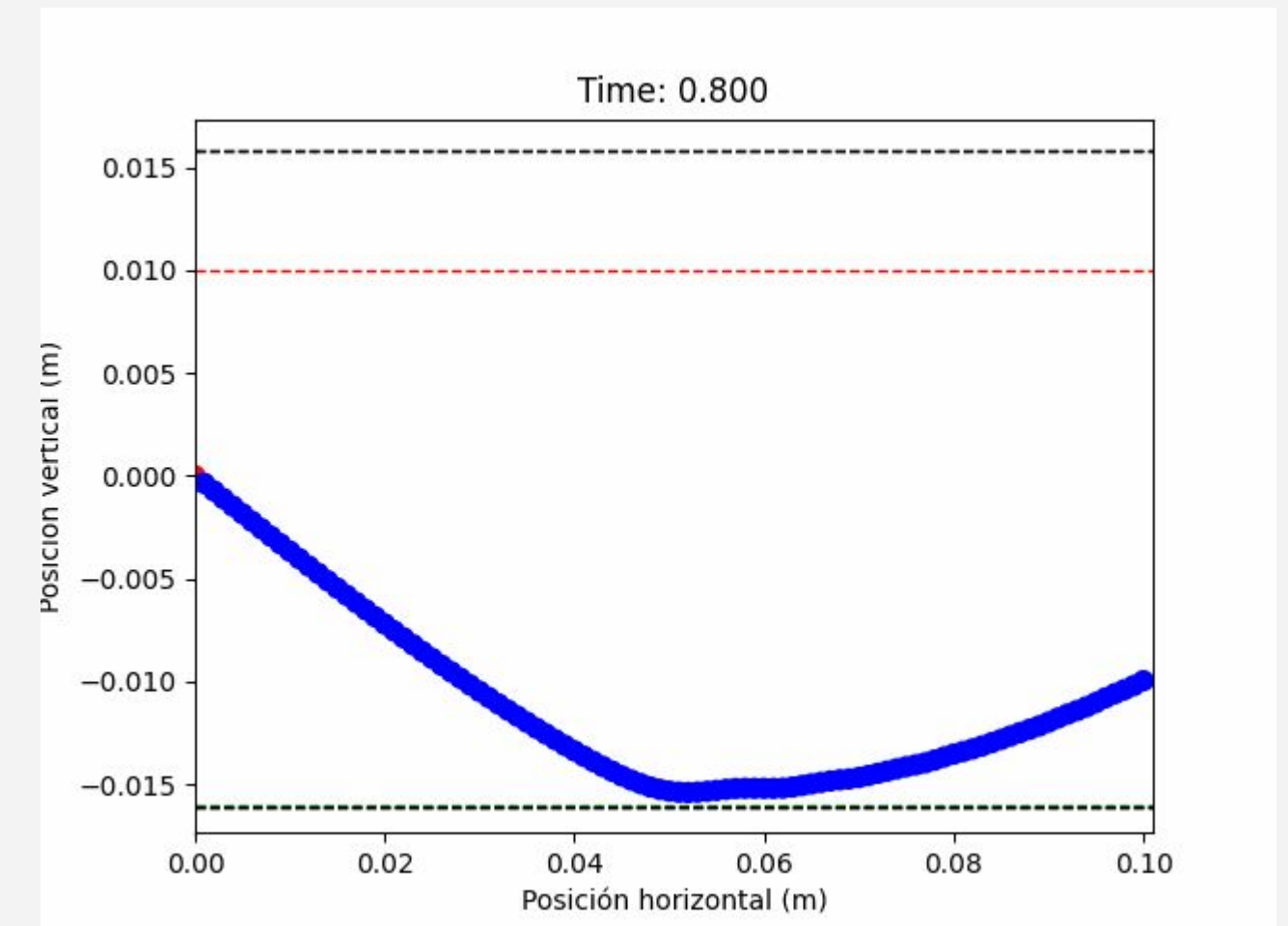
Parámetros utilizados

$$k = 100 \text{ N/m}, \quad w = 10 \text{ rad/s}$$



<https://youtu.be/dvMZ7dh-4eU>

$$k = 100 \text{ N/m}, \quad w = 6 \text{ rad/s}$$



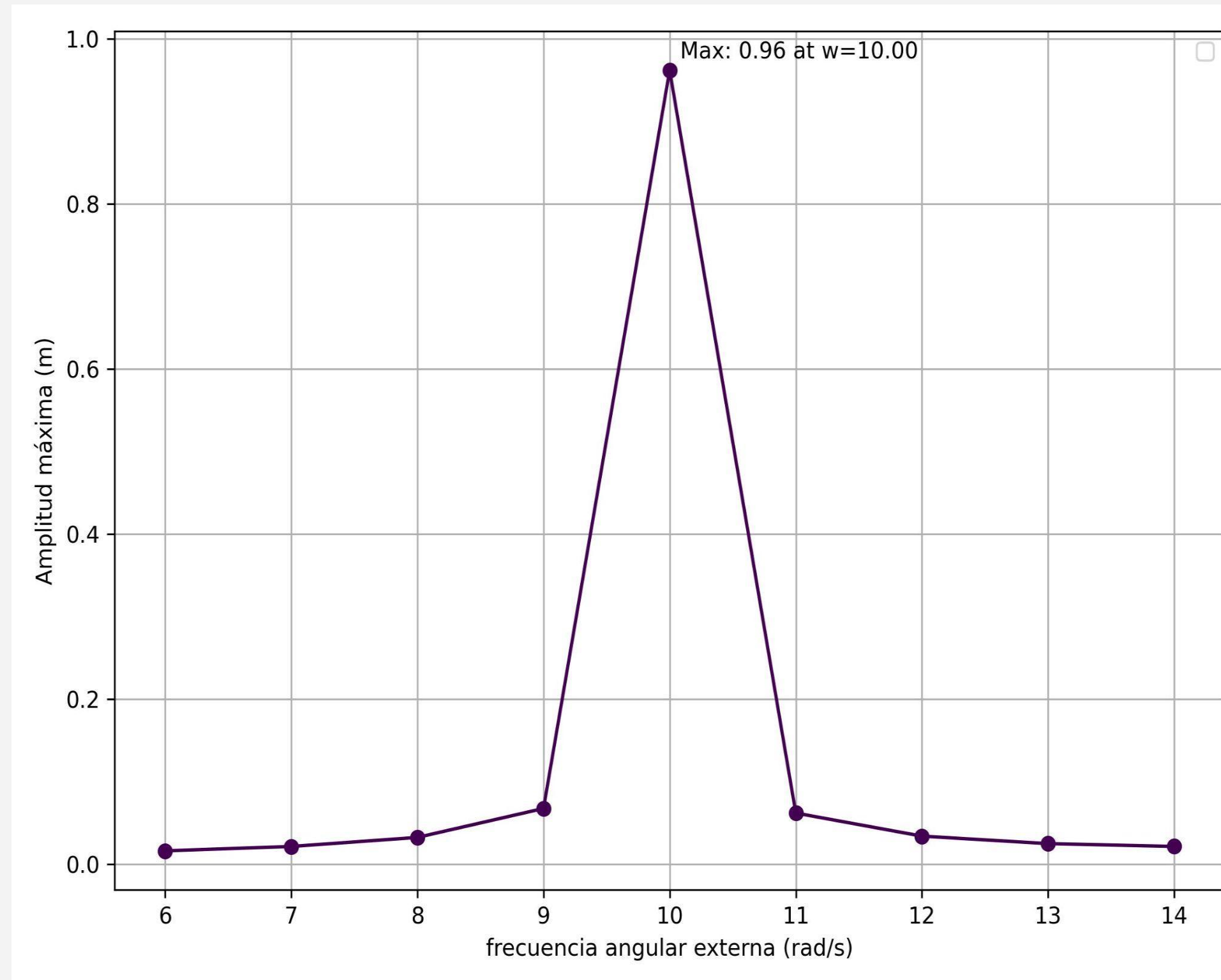
<https://youtu.be/zSSNnsk1u04>

Amplitud máxima EN FUNCIÓN DE w

Resultados

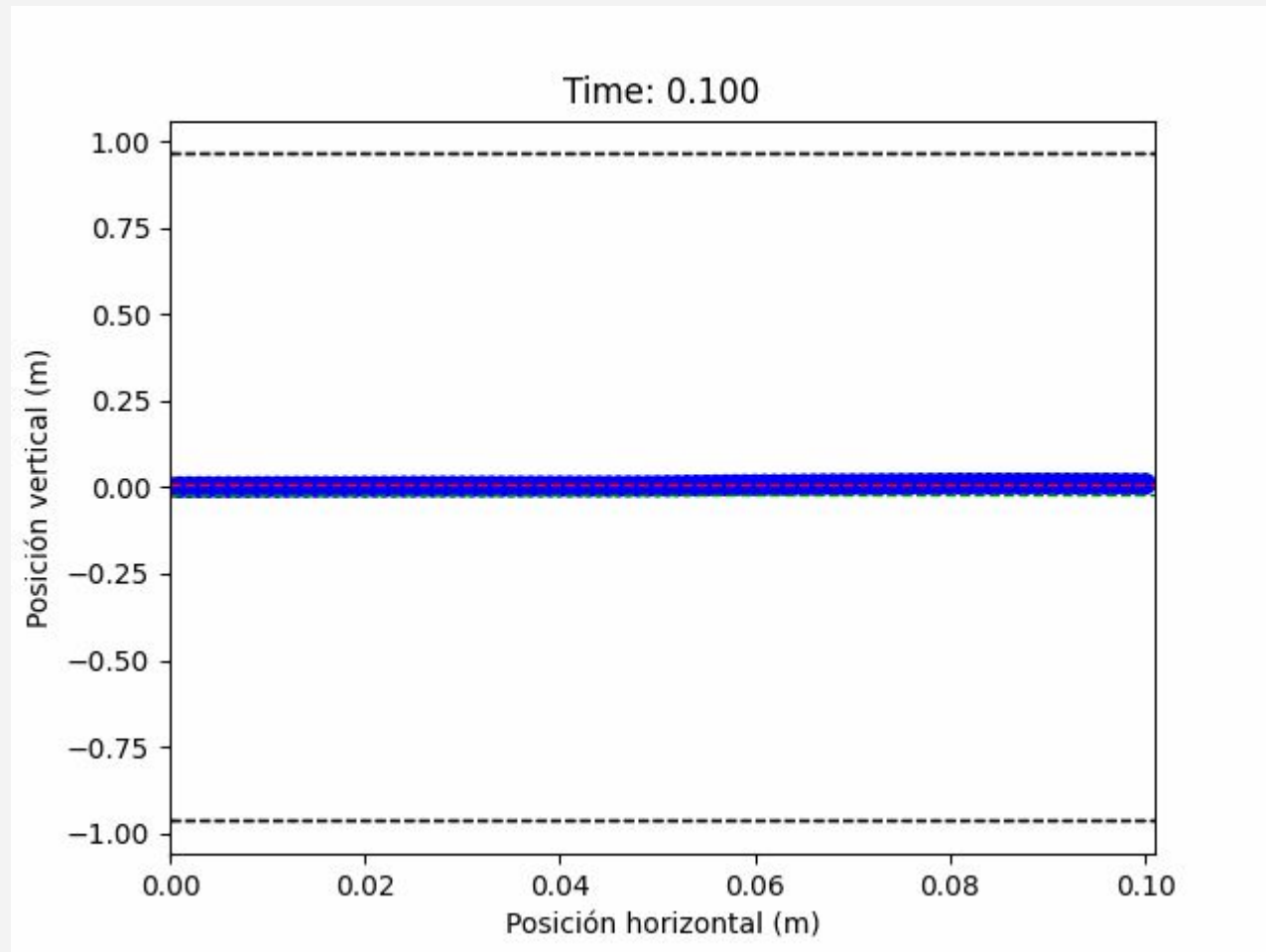
Parámetros utilizados

$k = 100 \text{ N/m}$



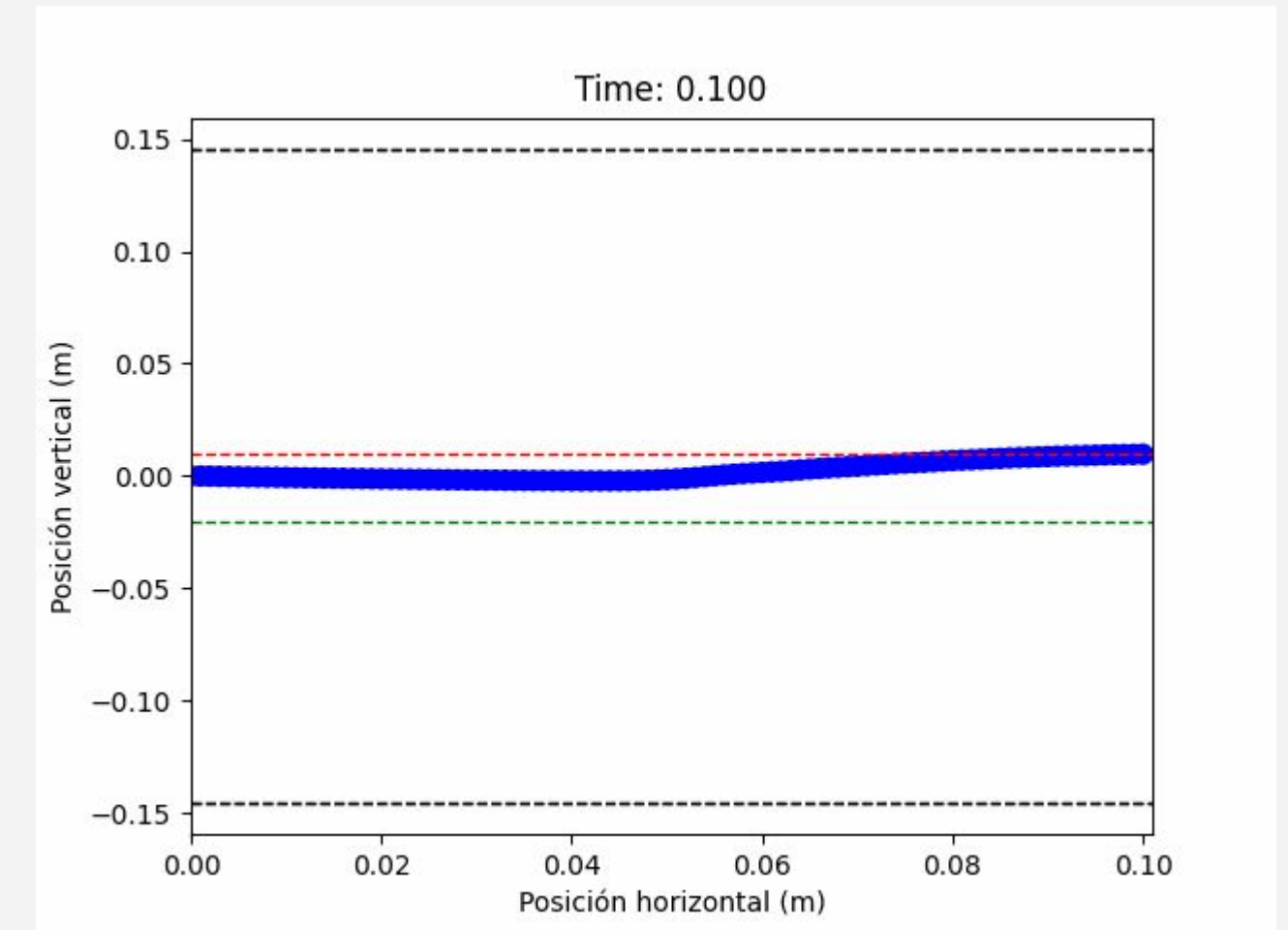
Parámetros utilizados

$$k = 6400 \text{ N/m}, w = 80 \text{ rad/s}$$



<https://youtu.be/PlbgKUVSBWg>

$$k = 6400 \text{ N/m}, w = 76 \text{ rad/s}$$



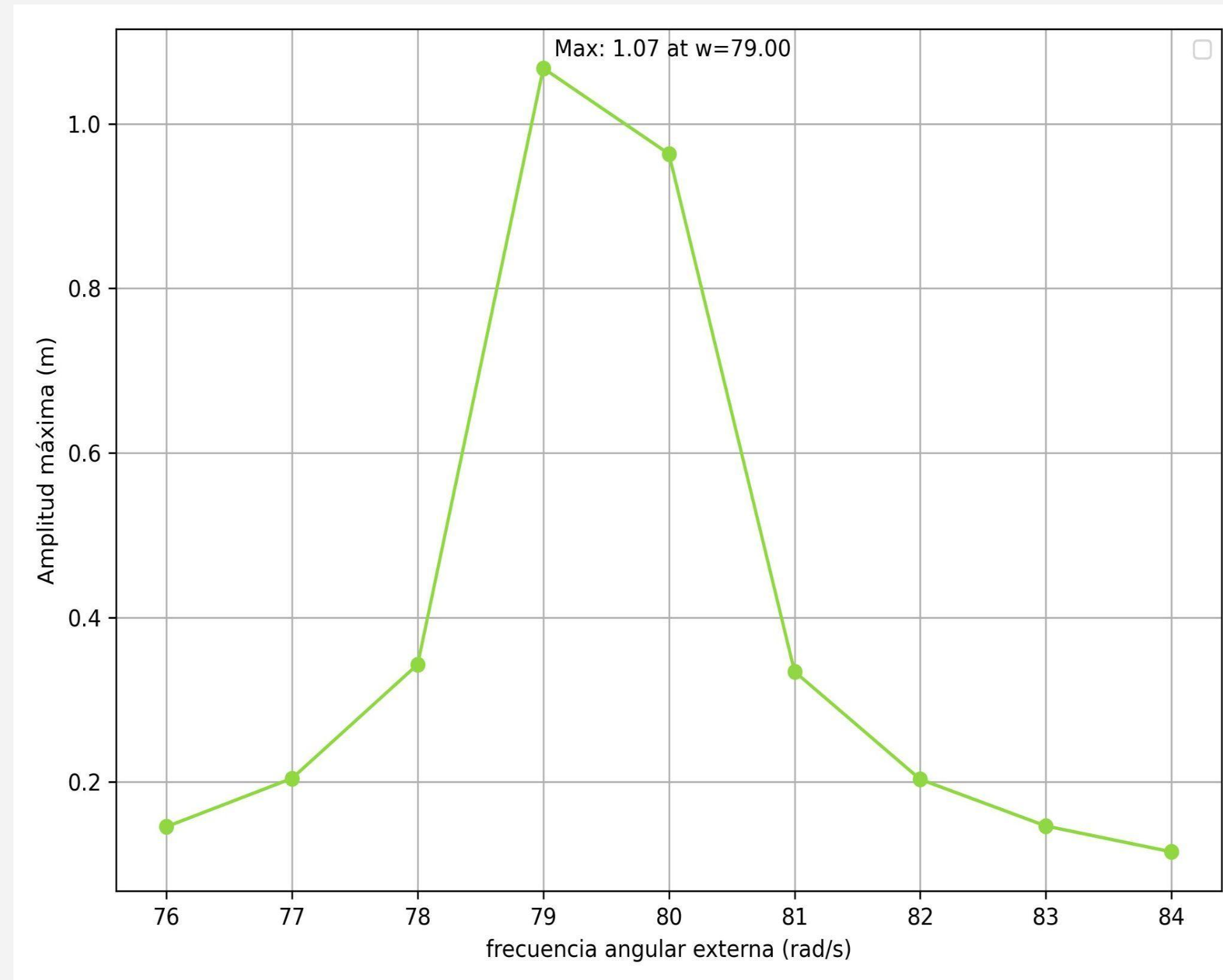
<https://youtu.be/mZYscnKqvNE>

Amplitud máxima EN FUNCIÓN DE w

Resultados

Parámetros utilizados

$k = 6400 \text{ N/m}$

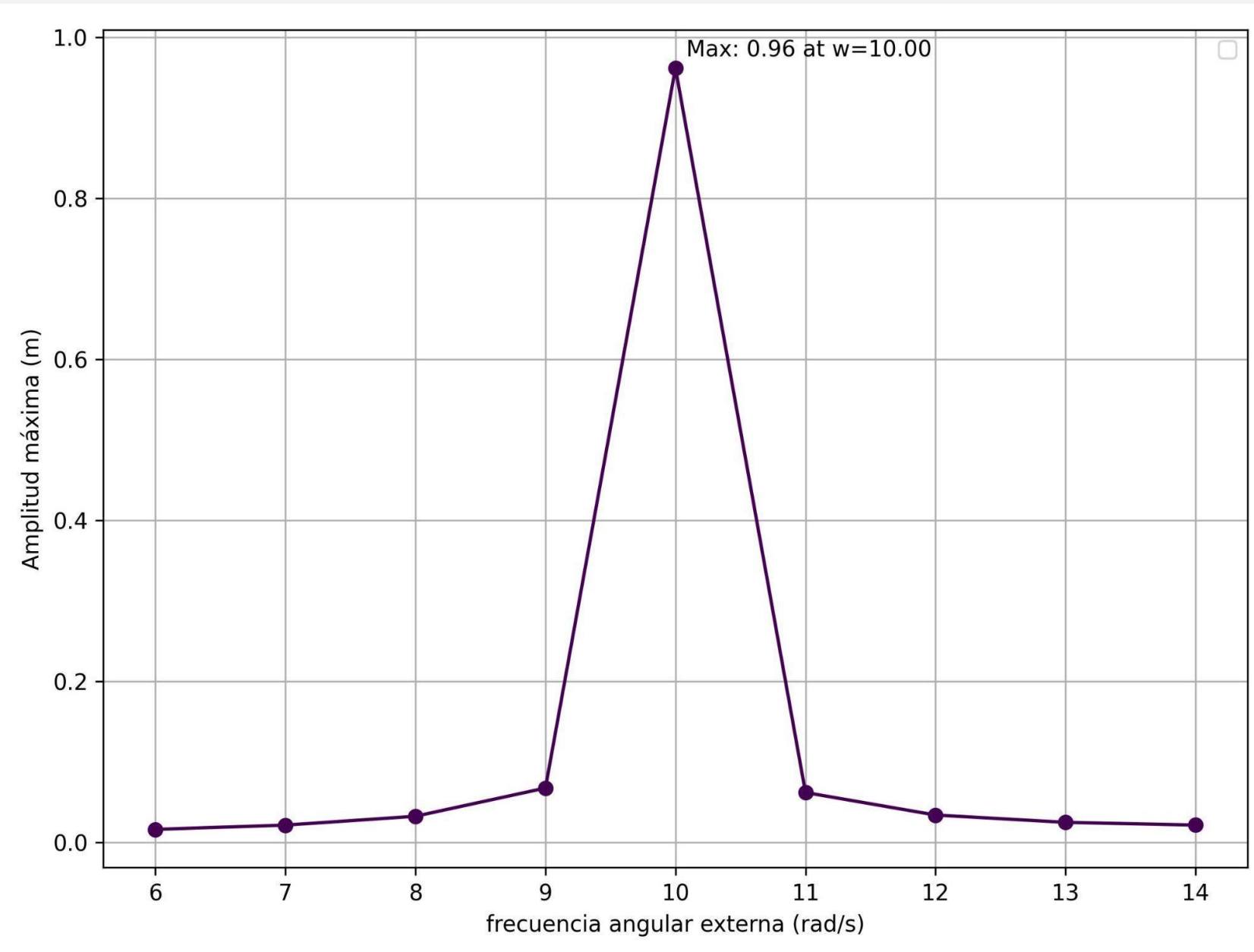


Amplitud máxima EN FUNCIÓN DE w

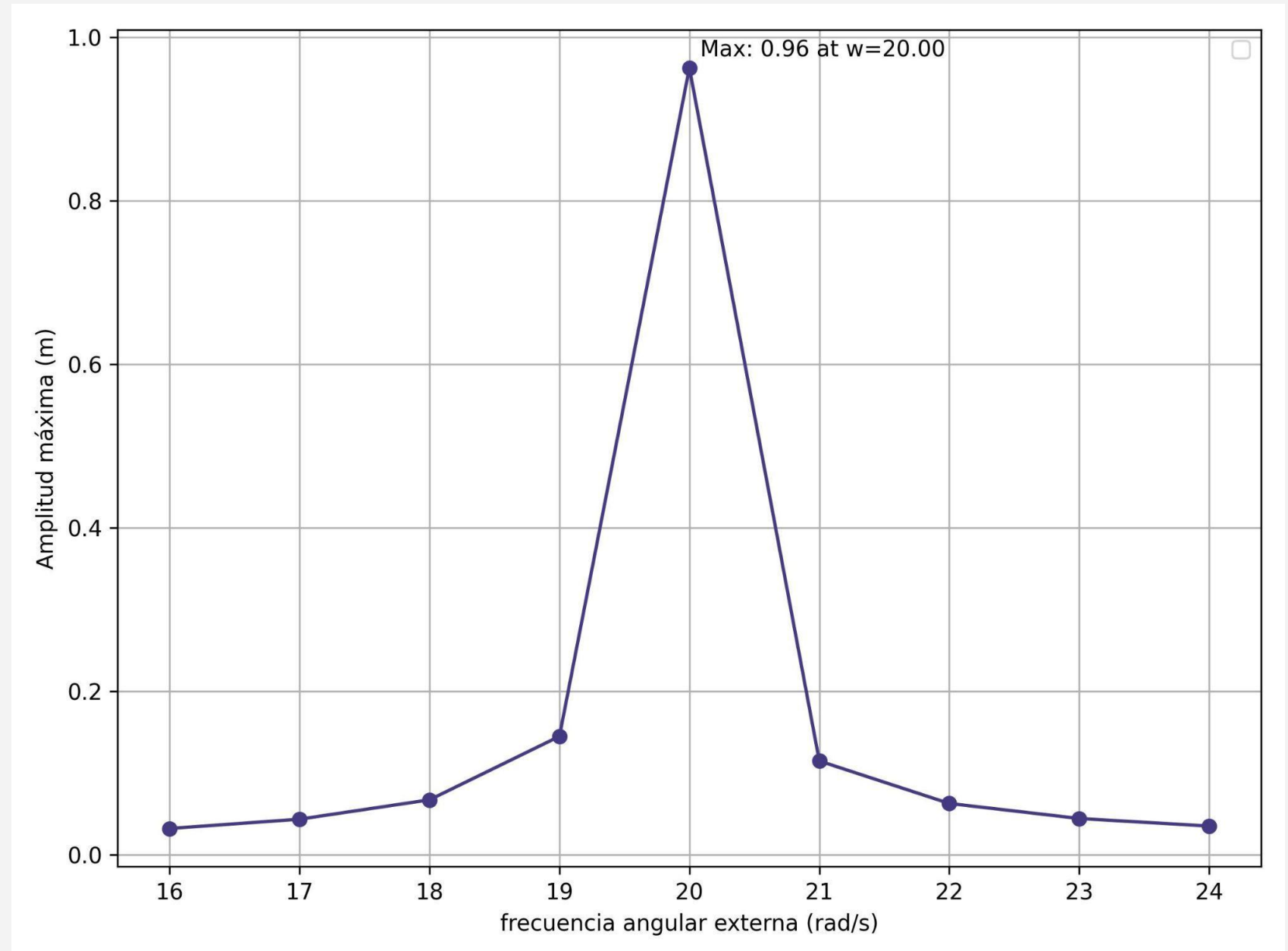
Resultados

Parámetros utilizados

$k = 100 \text{ N/m}$



$k = 400 \text{ N/m}$

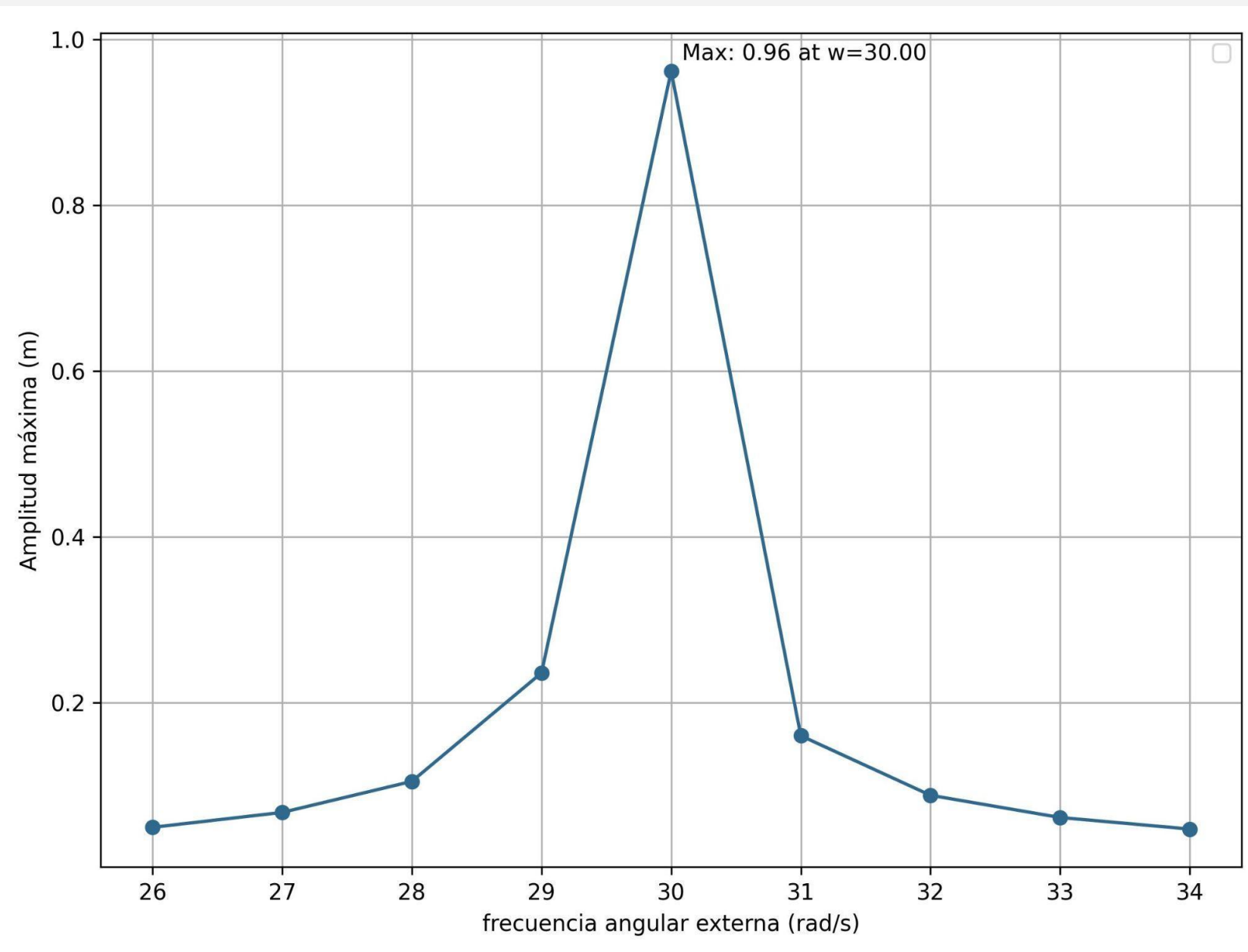


Amplitud máxima EN FUNCIÓN DE w

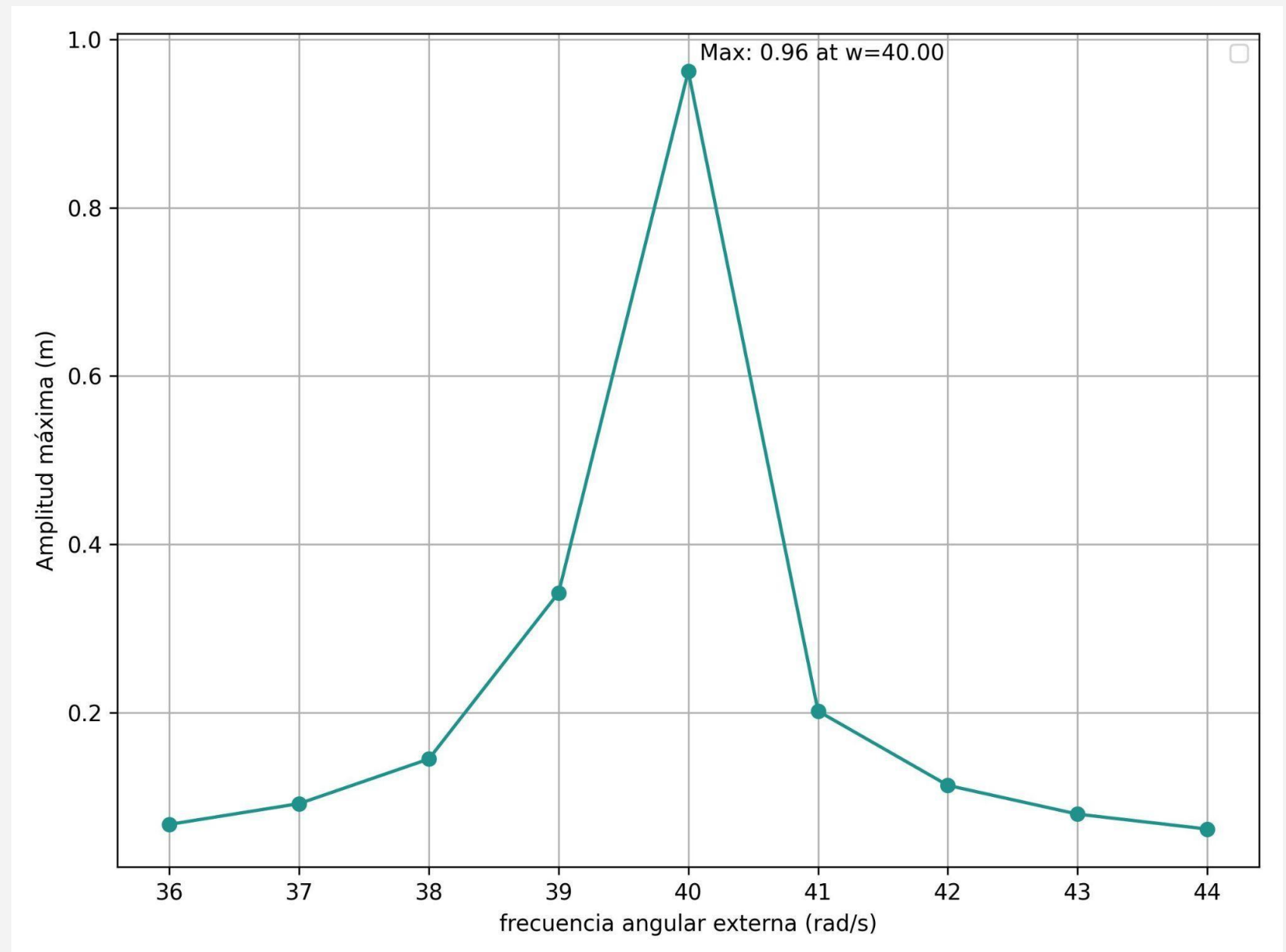
Resultados

Parámetros utilizados

$k = 900 \text{ N/m}$



$k = 1600 \text{ N/m}$

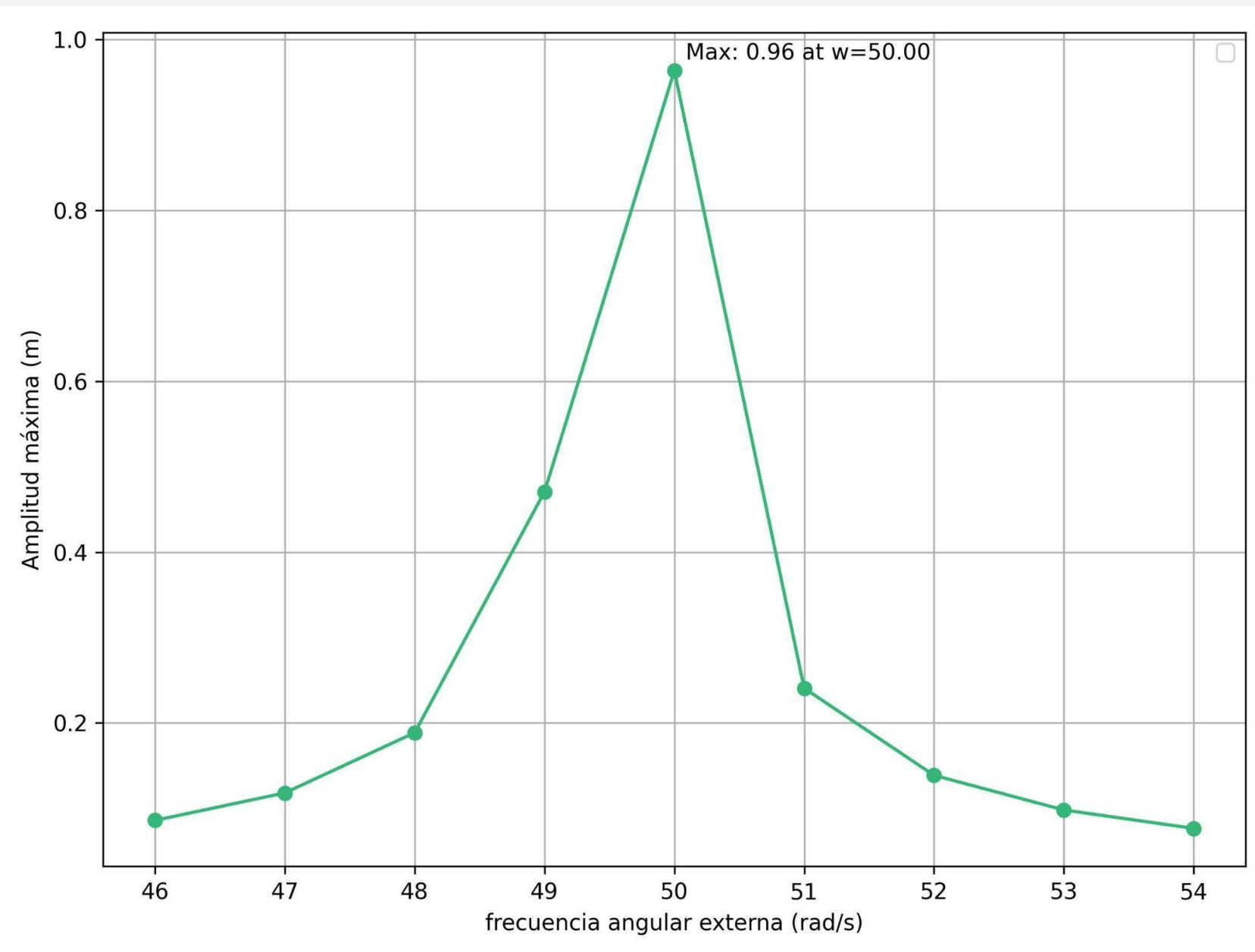


Amplitud máxima EN FUNCIÓN DE w

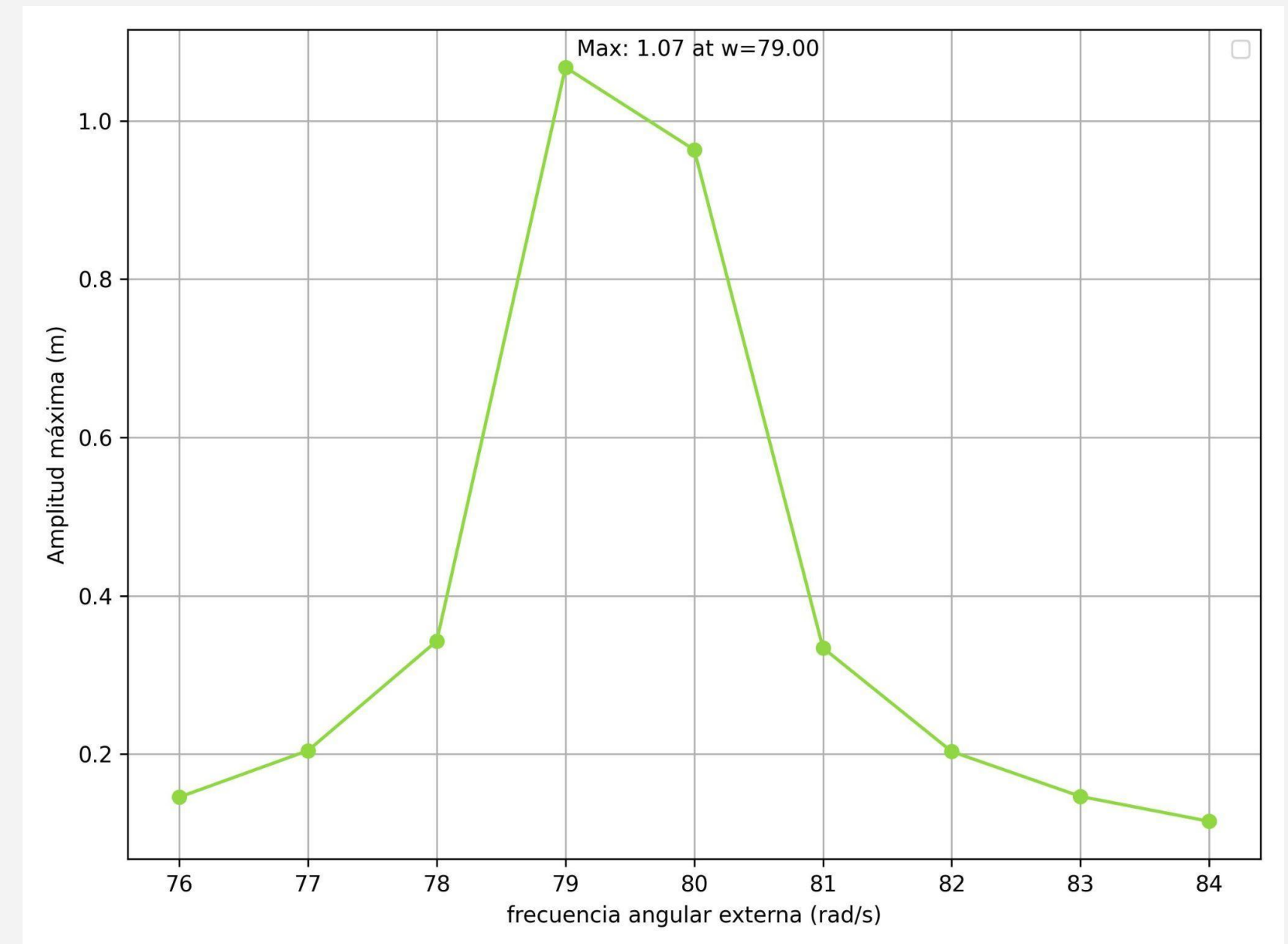
Resultados

Parámetros utilizados

$k = 2500 \text{ N/m}$



$k = 6400 \text{ N/m}$

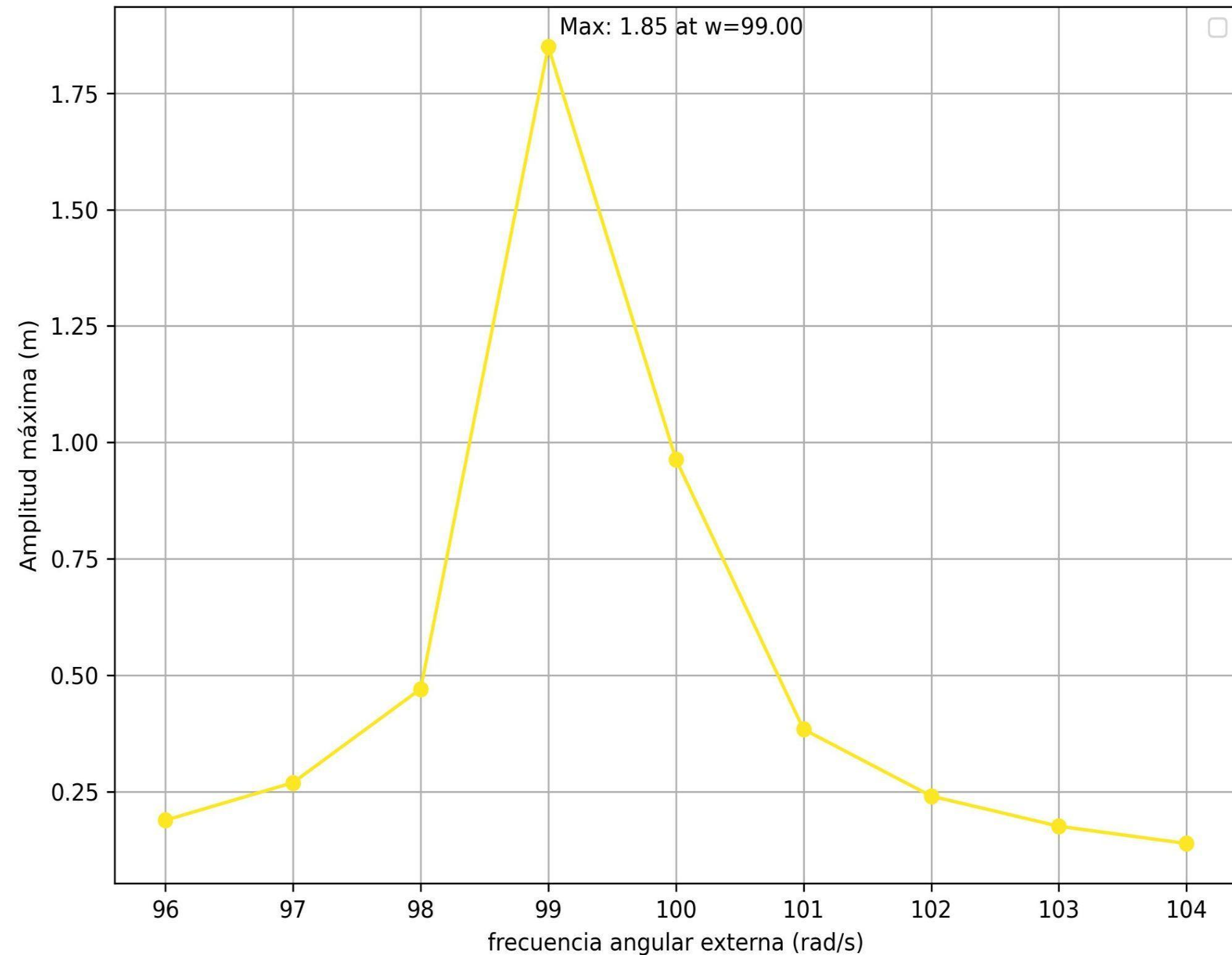


Amplitud máxima EN FUNCIÓN DE w

Resultados

Parámetros utilizados

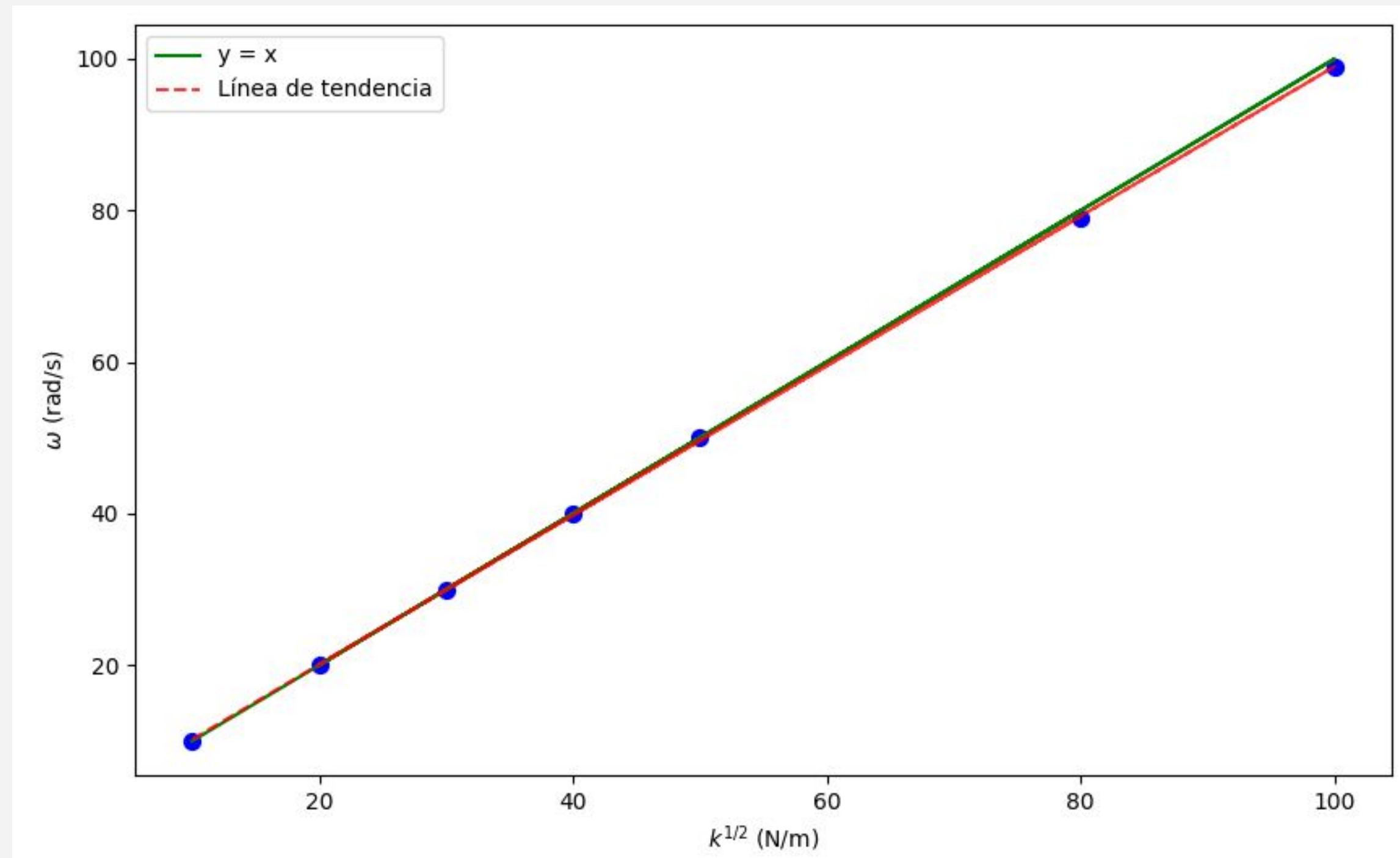
$k = 10000 \text{ N/m}$



w EN FUNCIÓN DE $k^{1/2}$

Δt varía según w

ECM = 0.286



CONCLUSIONES

CONCLUSIONES

1

La frecuencia de resonancia en amplitud aumenta significativamente el valor de la amplitud máxima con respecto a las demás frecuencias.

2

Se cumple la relación $w_0 \sim \sqrt{k}$

**GRACIAS POR
ESCUCHAR**