Penjelasan

No. 1-4

Diketahui:

$$\begin{array}{ccccc} \multicolumn{5}{c}{\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -1 \end{bmatrix}} \\ v1 & v2 & v3 & v4 & v5 \end{array}$$

1. Sehingga, yang merupakan basis adalah v1, v2 dan v3 karena v4 dan v5 merupakan dependent vector dari basis yaitu v4=v2-v1 dan v5=v3-v2

Lalu untuk mendeterminasi hubungan vector basis dapat dicari dengan rrefnya:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Terlihat bahwa terdapat 3 pivot kolom yang menandakan masing-masing merupakan Linearly Independent

$$A=\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

2. Matriks A memiliki jumlah 3 vektor yang LI sesuai dengan pembahasan sebelumnya.

3. Karena memilki basis berjumlah 3, maka secara geometri semua linear kombinasi $av_1 + av_2 + av_3$ akan membangun (span) seluruh ruang dalam dimensi 3.

4. Berdasarkan ‘dunia matriks A^T‘
Solusi dari A^T.y adalah rowspace
C(A^T), yang terdiri dari semua vector
yang berada dalam A^T.y.
Lalu pasangan dalam dunia matriks
A^T adalah left Null space yang
Terdiri atas zero vector.

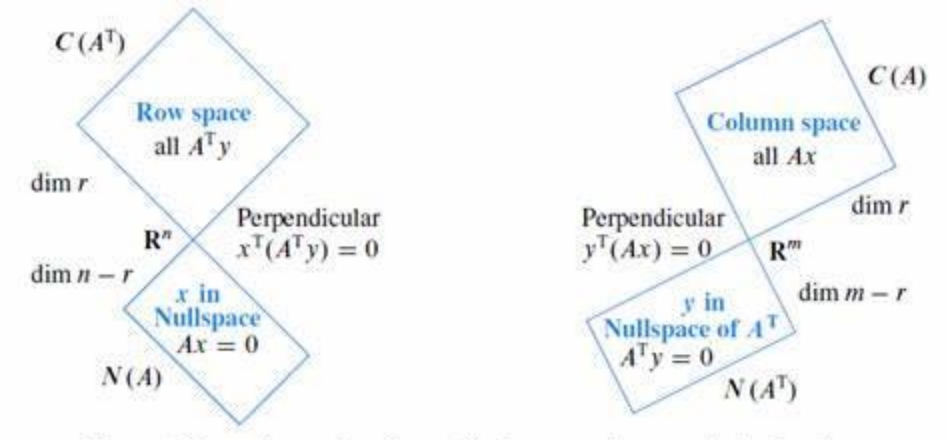
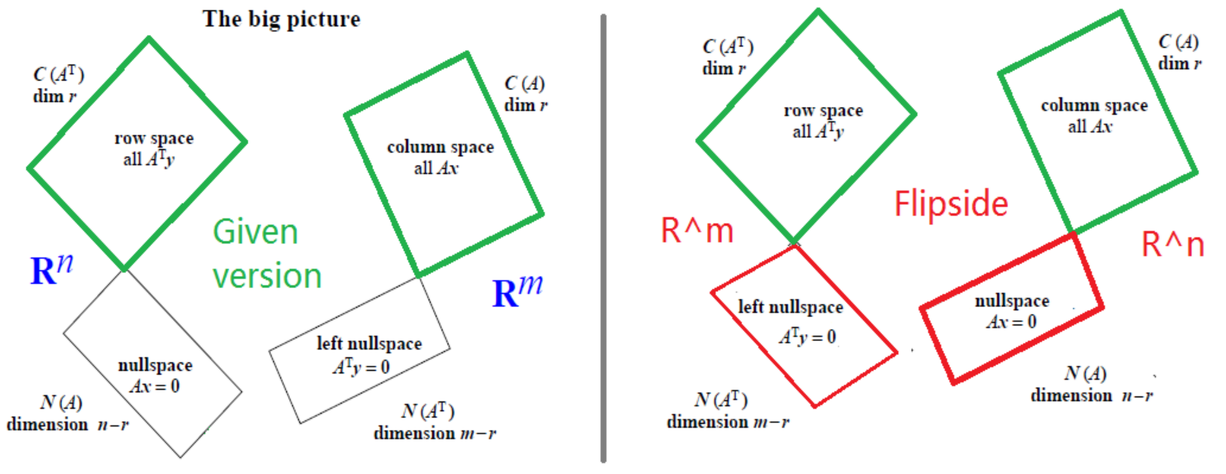


Figure 1: Dimensions and orthogonality for any m by n matrix A of rank r.



Penjelasan

No. 5-10

Diketahui sebuah matriks A =

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

5. Apakah column space dari A saling linear independen?
6. Temukan rank dan dimensi dari A!
7. Temukan basis yang paling jelas dari Column space A C(A) dan berapakah dimensinya?
8. Bagaimana dengan dimensi dari Row Space A dan basisnya?
9. Berapa dimensi dari nullspace A dan temukan basisnya!
10. Temukan left nullspacenya!

Pembahasan

Hitung terlebih dahulu matriks rref-nya

$\begin{bmatrix} 1 & 1/2 & 3/2 & 3/2 \\ 3 & 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$	½ R1 -> R1
$\begin{bmatrix} 1 & 1/2 & 3/2 & 3/2 \\ 1 & 2/3 & 1/3 & 3/3 \end{bmatrix}$	1/3 R2 -> R2
$\begin{bmatrix} 1 & 1/2 & 3/2 & 3/2 \\ 0 & 1/6 & -7/6 & -1/2 \end{bmatrix}$	R2-R1 -> R2
$\begin{bmatrix} 1 & 1/2 & 3/2 & 3/2 \\ 0 & 1 & -7 & -1 \end{bmatrix}$	6R2 -> R2
$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 & 3 \\ 0 & 1 & -7 & -1 \end{bmatrix}$	R1 – ½ R2 -> R1

5. Column space dari A tidak saling linear independent, karena terdapat suatu koefisien selain nol yang membuat linear kombinasi dari tiap kolom dari A sama dengan nol. Dengan kata lain, kita dapat melihat dari rref-nya bahwa terdapat kolom yang bersifat free column yang menandakan nullspace memiliki nonzero vector.

6. Dari rref-nya dapat disimpulkan bahwa rank dari matriks A adalah 2 dan dimensinya adalah 2

7. Basis paling jelas dari C(A) adalah pivot columnya, yaitu

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} \text{ dan } \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

dengan dimensinya adalah 2 dimensi

8. Dimensi dari Row Space A adalah 2 sesuai dengan ranknya dan basis dari Row Space A tentunya baris 1 dan baris kedua.

9. Dimensi dari nullspace A adalah n – r = 4 -2 = 2. Basis dari nullspace adalah special solution terhadap Rx = 0. Kita dapat meng-set free variable [0 1] dan [1 0], didapatkan special solutionnya

$$s1 = \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ dan } s2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 7 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

10. Left nullspace berkorelasi dengan semua solusi dari $R^Tx=0$ atau $x^TR = 0^T$. Maka,

$$x^TR = [\ x1\ x2\ ] \begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 & 3 \\ 0 & 1 & -7 & -1 \end{bmatrix} = [0\ \ 0\ \ 0\ \ 0]$$

Sudah jelas bahwa solusi dari persamaan tersebut adalah nullspace dari R^T atau left nullspace dari Rx = [0 0]