Papirus
Leveraging Knowledge
www.papirus.te.ugm.ac.id

Matematika Diskret dan Logika

Dasar-Dasar Logika 1

Dr. I Wayan Mustika, ST., M.Eng.

Electrical Engineering Department
Gadjah Mada University

Logika

- **Proposisi** (*proposition*) atau kalimat deklaratif adalah kalimat yang bernilai benar atau salah tapi tidak keduanya
- **Logika proposisi** adalah logika yang berkenaan dengan proposisi
- **Tabel kebenaran** menunjukkan hubungan atara nilai kebenaran dari proposisi

Contoh:

- 3 adalah bilangan prima
- 2 + 2 = 5
- Dimana lokasi pulau Bali?
- Siapakah namamu?

Operator-operator Logika

Negasi ($\neg$ *p*, **bukan** *p*)

Konjungsi (*p* $\wedge$ *q*, *p* **dan** *q*)

Disjungsi (*p* $\vee$ *q*, *p* **atau** *q*)

Exclusive or (*p* $\oplus$ *q*, *p* **atau** *q* **tapi tidak keduanya**)

Implikasi (*p* $\rightarrow$ *q*, **jika** *p* **maka** *q*)

Bi-Implikasi(*p* $\leftrightarrow$ *q*, *p* **jika dan hanya jika** *q*)

Tabel Kebenaran

- **Tabel kebenaran** menunjukkan relasi antara nilai kebenaran dari proposisi

p	q	$\neg p$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \oplus q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$
T	**T**	F	T	T	F	T	T
T	**F**	F	F	T	T	F	F
F	**T**	T	F	T	T	T	F
F	**F**	T	F	F	F	T	T

- Proposisi yang berkaitan dengan implikasi $p \to q$
  - Konversi dari implikasi $p \to q$ ($q \to p$)
  - Kontraposisi dari implikasi $p \to q$ ($\neg q \to \neg p$)
  - Inversi dari implikasi $p \to q$ ($\neg p \to \neg q$)

- Proposisi gabungan (*compound propositions*) bisa dibentuk menggunakan berbagai logika operator

- Umumnya operator-operator logika bisa diurutkan dari prioritas tertinggi ke terendah adalah

  : $\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\to$, $\leftrightarrow$

Ekivalensi Proposisi

- **Tautologi**: proposisi gabungan yang selalu bernilai benar (T)
- **Kontradiksi**: proposisi gabungan yang selalu bernilai salah (F)
- **Kontigensi**: proposisi gabungan yang bukan tautologi maupun kontradiksi
- **Logika Ekuivalensi**: proposisi gabungan yang selalu memiliki nilai kebenaran yang sama (dinotasikan dengan $\equiv$)

Contoh-contoh

- $p \vee \neg p$ adalah tautologi
- $p \wedge \neg p$ adalah kontradiksi
- $\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$ adalah logika ekivalensi

Papirus
Leveraging Knowledge
www.papirus.te.ugm.ac.id

Beberapa logika ekuivalensi

Equivalences	Name
$p \wedge \mathrm{T} \equiv p$ $p \vee \mathrm{F} \equiv p$	Hukum identitas
$\mathrm{p} \vee \mathrm{T} \equiv \mathrm{T}$ $\mathrm{p} \wedge \mathrm{F} \equiv \mathrm{F}$	Hukum dominansi
$p \vee p \equiv p$ $p \wedge p \equiv p$	Hukum idempoten
$\neg(\neg p) \equiv p$	Hukum negasi ganda
$p \vee q \equiv q \vee p$ $p \wedge q \equiv q \wedge p$	Hukum komutatif
$(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$ $(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$	Hukum asosiatif
$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$	Hukum distributif
$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$ $\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$	Hukum de Morgan

www.papirus.te.ugm.ac.id

Proposisi Kondisional dan Bikondisional

- Misalkan p dan q adalah proposisi. Implikasi $p \rightarrow q$ adalah proposisi yang mana nilai kebenarannya salah jika p adalah benar sedangkan q salah, selain itu nilai kebenarannya adalah benar. Jadi,
  - p disebut **hipotesis**
  - q disebut **kesimpulan**
  - Koneksi $\rightarrow$ disebut **koneksi kondisional**

Contoh

- Tunjukkan $p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$

p	q	$\sim p$	$p \rightarrow q$	$\neg p \vee q$
T	T	F		
T	F	F		
F	T	T		
F	F	T		

- **Proposisi bikondisional** *p* dan *q*, dinotasikan dengan $p \leftrightarrow q$, adalah fungsi proposisi yang nilainya:
  - Benar ketika *p* dan *q* keduanya memiliki nilai kebenaran yang sama
  - Salah jika *p* dan *q* memiliki nilai yang berlawanan
- Dibaca "*p* jika dan hanya jika *q*" atau "*p* adalah kondisi yang diperlukan untuk *q*"

www.papirus.te.ugm.ac.id

Contoh

- Tunjukkan bahwa proposisi bikondisional *p* dan *q* adalah ekivalen secara logika dengan konjungsi dari proposisi kondisional $p \rightarrow q$ and $q \rightarrow p$

p	q	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$p \leftrightarrow q$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$
T	T	T	T		
T	F	F	T		
F	T	T	F		
F	F	T	T		

Papirus
Leveraging Knowledge
www.papirus.te.ugm.ac.id

Logika ekuivalensi berkaitan dengan implikasi

- $p \to q \equiv \neg p \vee q$
- $p \to q \equiv \neg q \to \neg p$
- $p \vee q \equiv \neg p \to q$
- $p \wedge q \equiv \neg(p \to \neg q)$
- $\neg(p \to q) \equiv p \wedge \neg q$
- $(p \to q) \wedge (p \to r) \equiv p \to (q \wedge r)$
- $(p \to r) \wedge (q \to r) \equiv (p \vee q) \to r$
- $(p \to q) \vee (p \to r) \equiv p \to (q \vee r)$
- $(p \to r) \vee (q \to r) \equiv (p \wedge q) \to r$

Logika ekuivalensi berkaitan dengan bi-implikasi

- $p \leftrightarrow q \equiv (p \to q) \land (q \to p)$
- $p \leftrightarrow q \equiv \neg p \leftrightarrow \neg q$
- $p \leftrightarrow q \equiv (p \land q) \lor (\neg p \land \neg q)$
- $\neg(p \leftrightarrow q) \equiv p \leftrightarrow \neg q$

Papirus
Leveraging Knowledge
www.papirus.te.ugm.ac.id

Tugas

1. Buatlah tabel kebenaran dari proposisi di bawah ini:

   $(p \rightarrow r) \leftrightarrow (q \rightarrow r)$

2. Tunjukkan bahwa proposisi di bawah ini adalah tautologi.

   $s = (p \wedge q) \vee (\sim p \vee (p \wedge \sim q))$