Matematika Diskret dan Logika

Dasar-Dasar Logika 2

Dr. I Wayan Mustika, ST., M.Eng.

Inferensi Logika

- **Argumen** adalah suatu himpunan 2 atau lebih proposisi yang berhubungan satu sama lain dimana semua kalimat kecuali yg terakhir disebut **hipotesa** (*premises*). Kalimat tersebut akan memberikan dukungan pada kalimat terakhir yang disebut **kesimpulan** (*conclusion*)
- Ketika semua hipotesa benar maka kesimpulannya juga benar, argumen tersebut dikatakan **valid.** Sebaliknya, jika semua hipotesa benar tapi ada kesimpulan yang salah maka argumen tersebut dikatakan **invalid**

Langkah-Langkah Membuktikan Validitas Suatu Argumen

(1) Identifikasi hipotesa (*premises*) dan kesimpulan (*conclusion*) dari argumen

(2) Buatlah tabel kebenaran dari hipotesa dan kesimpulan

(3) Temukan baris-baris kritis dimana semua hipotesa bernilai **benar**

(4) Pada masing-masing baris dalam step (3), jika kesimpulannya adalah benar maka argumen tersebut **valid**, jika ada nilai kesimpulan yang salah maka argumen tersebut adalah **invalid**

Metode-metode Inferensi

- Modus Ponens

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ p \\ \hline \therefore\ q \end{array}$$

p	q	$p \rightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

Baris dengan hipotesa bernilai **benar**

Kesimpulan juga bernilai **benar**

- Modus Tollens

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ \sim q \\ \hline \therefore\ \sim p \end{array}$$

p	q	$p \rightarrow q$	$\sim q$	$\sim p$
T	T	T	F	F
T	F	F	T	F
F	T	T	F	T
F	F	T	T	T

Contoh

- Tunjukkan bahwa argumen dibawah ini invalid

$$
\begin{array}{l}
p \rightarrow q \\
\underline{q \qquad\quad} \\
\therefore \quad p
\end{array}
$$

p	q	$p \rightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

Kesimpulan bernilai **salah**

- Karena baris ketiga menunjukkan bahwa kesimpulan bernilai salah maka argumen tersebut adalah **invalid**

- Penambahan Disjungtif

$$\frac{p}{\therefore \quad p \vee q}$$

p	q	$p \vee q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

atau

$$\frac{q}{\therefore \quad p \vee q}$$

p	q	$p \vee q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

- Penyederhanaan Konjungtif

$$\frac{p \wedge q}{\therefore \quad p}$$

p	q	$p \wedge q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

atau

$$\frac{p \wedge q}{\therefore \quad q}$$

p	q	$p \wedge q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

- Silogisme Disjungtif (pilihan)

$$\begin{array}{l} p \vee q \\ \sim q \\ \hline \therefore\ p \end{array}$$

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \vee q$
T	T	F	F	T
T	F	F	T	T
F	T	T	F	T
F	F	T	T	F

atau

$$\begin{array}{l} p \vee q \\ \sim p \\ \hline \therefore\ q \end{array}$$

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \vee q$
T	T	F	F	T
T	F	F	T	T
F	T	T	F	T
F	F	T	T	F

- Silogisme Hipotesis

  $$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ q \rightarrow r \\ \hline \therefore \quad p \rightarrow r \end{array}$$

p	q	r	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow r$	$p \rightarrow r$
T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	F	F
T	F	T	F	T	T
T	F	F	F	T	F
F	T	T	T	T	T
F	T	F	T	F	T
F	F	T	T	T	T
F	F	F	T	T	T

- Konjungsi

  $$\begin{array}{l} p \\ \quad q \\ \hline \therefore p \wedge q \end{array}$$

p	q	$p \wedge q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

Predikat dan Kalimat Berkuantor

- **Predikat** adalah kalimat-kalimat yang memerlukan subyek
- Suatu predikat $P(x)$ terdiri atas 2 bagian: variabel x adalah subyek kalimat dan fungsi proposisi P adalah sifat yang dimiliki oleh subyek
- Nilai kebenaran dari $P(x)$ bisa ditentukan ketika x diberikan suatu nilai (x dibatasi dalam hal ini)
- Cara lain untuk membuat proposisi adalah dengan menambahkan **kuantor** pada kalimat.
- Kuantor bisa digunakan untuk mengidentifikasi seberapa sering suatu predikat $P(x)$ bernilai benar:
  - **Kuantor Universal** $\forall$ (untuk semua nilai x dalam semesta pembicaraan)
  - **Kuantor Eksistensial** $\exists$ (setidaknya ada satu nilai x dalam semesta pembicaraan)
- Kalimat berkuantor bisa dinegasikan

Arti kalimat berkuantor

Quantifiers

Statement	When True?	When False?
$\forall x\, P(x)$	$P(x)$ benar untuk setiap x	Ada suatu nilai x yang mana $P(x)$ salah
$\exists\, x\, P(x)$	Ada setidaknya satu x yang mana $P(x)$ benar	$P(x)$ salah untuk setiap x

Menegasikan Kalimat Berkuantor

Negation	Equivalent Statement	When Is Negation True?	When False?
$\neg\exists\, x\, P(x)$	$\forall x\, \neg P(x)$	Untuk setiap x, $P(x)$ salah	Ada salah satu x yang mana $P(x)$ benar
$\neg\forall x\, P(x)$	$\exists\, x\, \neg P(x)$	Ada salah satu x yang mana $P(x)$ salah	$P(x)$ benar untuk setiap x

Contoh

a. Terdapatlah bilangan bulat x sedemikian hingga $x^2 = 25$
a. Semua dinosaurus telah punah
b. Semua program C++ mempunyai panjang lebih dari 25 baris

Solusi

a. Kalimat mula-mula: ($\exists$ $x \in$ bilangan bulat) $x^2 = 25$
   Ingkaran: ($\forall$ $x \in$ bilangan bulat) $x^2 \neq 25$
b. Kalimat mula-mula: ($\forall$ $x \in$ Dinosaurus) (x telah punah)
   Ingkaran: ($\exists$ $x \in$ Dinosaurus) (x belum punah)
c. Kalimat mula-mula: ($\forall$ $x \in$ program C++) (panjang $x>25$ baris)
   Ingkaran: ($\exists$ $x \in$ program C++) (x (panjang $x \leq 25$ baris)

Tugas

1. Sederhanakanlah proposisi dibawah ini :
   $(\sim p \wedge (\sim q \wedge r)) \vee (q \wedge r) \vee (p \wedge r)$.
2. Tunjukkan bahwa proposisi dibawah ini
   $s = (p \wedge \sim q) \wedge (\sim p \vee q)$ adalah suatu kontadiksi
3. Gunakan tabel kebenaran untuk menentukan apakah argumen dibawah ini valid.
   $p \rightarrow q$
   $q \rightarrow p$
   $\therefore p \vee q$
4. Gunakan aturan logika inferensi untuk menurunkan $\sim s$ from dari hipotesis dibawah ini
   $(s \vee q) \rightarrow p$
   $\sim a$
   $p \rightarrow a$