

Muchammad Panigal Kautsar

21/479067 / Tk / 52800

PR Tutor TVM 6

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \\ -1 & -3 & -5 \end{bmatrix}$$

Cari basis untuk $C(A)$, $C(A^T)$, $N(A)$, $N(A^T)$

Buktikan bahwa $N(A) \perp C(A^T)$ dan $N(A^T) \perp C(A)$

$$\text{Rref} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \\ -1 & -3 & -5 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_3 + R_1} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & -2 & -3 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_1 + R_2, R_3 \times 1/2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 3/2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_1 - R_2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1 & 3/2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{Basis } C(A) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$\text{Nullspace} \rightarrow \begin{bmatrix} -1/2 \\ -3/2 \\ 1 \end{bmatrix} x_3 \rightarrow \text{basis } N(A) = \begin{bmatrix} -1/2 \\ -3/2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$A^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & -3 \\ 2 & 3 & -5 \end{bmatrix}$$

$$\text{Rref} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & -3 \\ 2 & 3 & -5 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_2 - R_1, R_3 - 2R_1} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & -2 \\ 0 & 3 & -3 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_2 \times 1/2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & -3 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_3 - 3R_2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{Basis } C(A^T) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\text{Nullspace Basis of } N(A^T) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$N(A) \perp C(A^T) = N(A) \cdot C(A^T) \rightarrow \begin{bmatrix} -1/2 \\ -3/2 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} = -1/2 - 3/2 + 2 = 0$$

$$\begin{bmatrix} -1/2 \\ -3/2 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} = 0 - 3 + 3 = 0$$

$$N(A^T) \perp C(A) = N(A^T) \cdot C(A) \rightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} = 1 - 1 = 0$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{bmatrix} = 1 + 2 - 3 = 0$$