

Latihan

Integral

Soal

1. Hitunglah integral iterasi dari

$$\int_0^4 \int_0^2 x^2 y^3 \, dy \, dx$$

2. Hitunglah integral rangkap berikut pada persegi panjang yang ditunjukkan.

$$\iint_R 6xy^2 \, dA, R = [2, 4] \times [1, 2]$$

3. Tentukan nilai dari

$$\int_0^3 \int_{x^2}^9 x^3 e^{y^3} \, dy \, dx$$

4. Temukan volume benda padat yang terletak di bawah permukaan $z = 16xy + 200$, dan terletak di atas daerah pada bidang- xy yang dibatasi oleh $y = x^2$ dan $y = 8 - x^2$
5. Hitunglah volume daerah yang terletak di dalam $z = x^2 + y^2$ dan dibawah bidang $z = 16$.
6. Tentukan volume daerah yang terletak di dalam bola $x^2 + y^2 + z^2 = 9$, diatas bidang $z = 0$ dan didalam tabung $x^2 + y^2 = 5$.
7. Tentukan nilai dari

$$\iint_D e^{\frac{x}{y}} \, dA, \quad D = \{(x, y) \mid 1 \leq y \leq 2, \, y \leq x \leq y^3\}$$

8. Tentukan nilai dari $\iint_R \frac{15y}{x} \, dA$ dengan R adalah daerah yag dibatasi oleh $xy = 2$, $xy = 6$, $y = 4$, $y = 10$.

Hint : gunakan transformasi $x = v$ dan $y = \frac{2u}{3v}$

9. Tentukan nilai a jika volume benda yang dihitung dengan integral lipat tiga

$$\int_0^1 \int_0^{3-a-y^2} \int_a^{4-x-y^2} dz \, dy \, dx$$

adalah $\frac{4}{15}$.

10. Diketahui C merupakan kurva $y = (x - 1)^2$ dari $(0, 1)$ ke $(1, 0)$. Tentukan nilai dari

$$\int_C 2x \cos y \, dx - x^2 \sin y \, dy$$

11. Hitunglah panjang kurva dengan persamaan $(\cos^3 t, \sin^3 t, 3 \sin t)$, dari $t = 0$ sampai dengan $t = \frac{\pi}{2}$

12. Diketahui C adalah kurva pada bidang dengan $(x, y) \in C$ jika dan hanya jika $x^2 + y^2 = 1$ dan $y \geq 0$. Tentukan nilai

$$\int_C (2 + x^2 y) \, ds$$

13. Diketahui C adalah kurva pada ruang dengan rumus parameter $x = t, y = t^2, z = t^4, 0 \leq t \leq 1$. Tentukan nilai

$$\int_C (y^2 - z^2) \, dx + (x - z) \, dy + xy \, dz$$

14. Tentukan nilai integral garis $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$, jika diketahui C kurva yang diberikan oleh fungsi bernilai vektor \mathbf{r} , dengan

$$\mathbf{F}(x, y) = xy\mathbf{i} + 3y^2\mathbf{j} \quad \text{dan} \quad \mathbf{r}(t) = 11t^4\mathbf{i} + t^3\mathbf{j}, \quad 0 \leq t \leq 1$$

15. Diberikan medan gaya \mathbf{F} pada \mathbb{R}^2 dengan $\mathbf{F}(x, y) = (x^3 - y^3)\mathbf{i} + xy^2\mathbf{j}$ dan kurva C dengan rumus parameter $x = t^2, y = t^3, -1 \leq t \leq 0$. Tentukan besarnya usaha yang diperlukan untuk memindahkan partikel dari titik awal hingga titik ujung kurva C .