TUTORIAL KVJ

Pertemuan 6

MATERI HARI INI

01

Integral Lipat Tiga Kartesius

02

Integral Lipat Tiga Silinder & Bola

03

Medan Vektor 3D

04

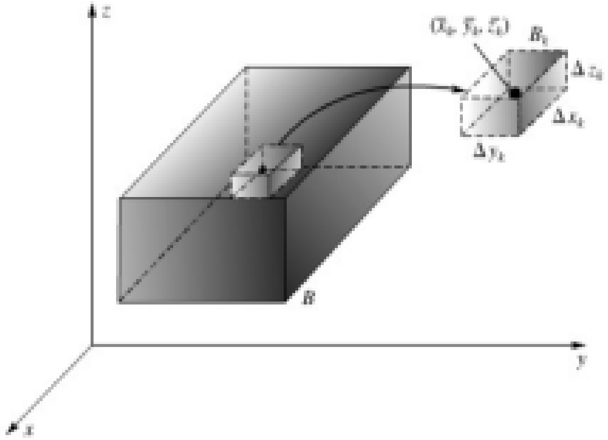
Integral Permukaan

05

Teorema Divergensi Gauss

1. Integral Lipat Tiga Kartesius

Triple Integral



Integral lipat tiga hampir sama dengan integral lipat dua ataupun integral biasa. Hanya saja yang diintegral ada 3 variabel. Kalau variabelnya x,y,z berarti yang ditanyakan integral lipat tiga kartesian

Seperti integral lainnya, kita juga bisa mendekati nilai integral dengan Riemann Summ (lihat ilustrasi).

Karena definisi, tidak terlalu sering keluar di ujian

Definisi

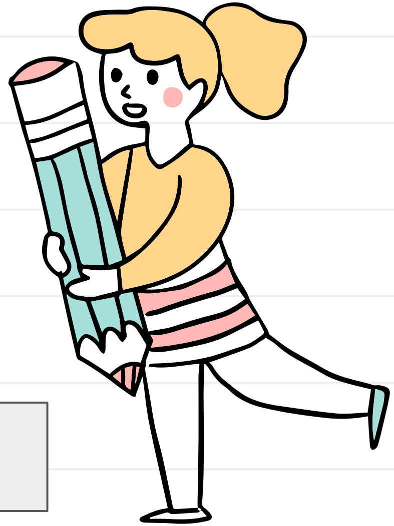
$$\iiint_B f(x,y,z)\,dV = \lim_{||P||\to 0} \sum_{k=1}^{n} f(\bar{x}_k, \bar{y}_k, \bar{z}_k)\Delta V_k,$$

asalkan nilai limitnya ada.

Integral iterasi : Menghitung integral lipat tiga

Cara menghitung integral lipat tiga tidaklah sulit jika kita menerapkan proses iteratif. Anggap saja kita menghitung sebuah integral, lalu hasil integral tersebut kita integralkan dan hasilnya kita integralkan lagi, sehingga ada 3 kali integral (definite integral).

Makanya ini dinamakan integral lipat tiga



f(x,y,z) → g(x,y) → h(x) → Hasil (skalar)

Integral ke dz, Integral ke dy, Integral ke dx

Urutannya terserah, tapi kalo suatu variabel jadi batas integralnya, variabel yang jadi batas diintegralin akhir-akhir. Cek contoh selanjutnya.

Integral iterasi : Menghitung integral lipat tiga

$$\int_0^1 dy \int_1^{y-1} dx \int_{x+y}^1 x^2 + y^2 dz \qquad \ldots(1)$$

1. Karena ada batas x+y buat dz, integralin dz dulu.
2. Karena ada batas y-1 buat dx, integralin dx dulu
3. Karena batas dy cuma angka 0 dan 1, integralin terakhir

CONTOH SOAL 1

$$Hitung \int_{1}^{7} \int_{2x}^{5} \int_{y}^{5y-1} 5\,dz\,dy\,dx$$

Penyelesaian

$$\int_{1}^{7}\int_{2x}^{5}\int_{y}^{5y-1} 5dzdydx$$

$$= \int_{1}^{7}\int_{2x}^{5} 20y - 5\,dydx$$

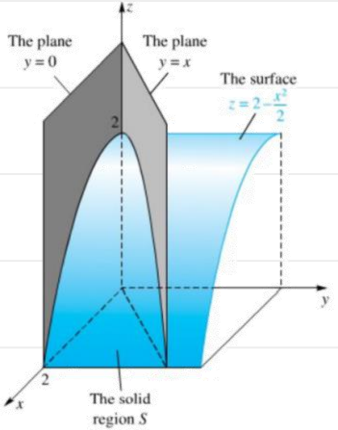
$$= \int_{1}^{7} -40x^2 + 10x + 225dx$$

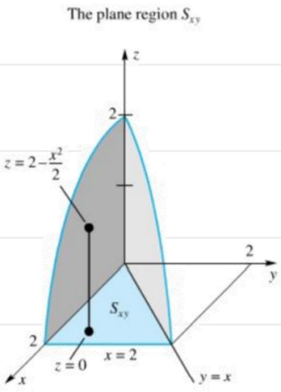
$$= -2970$$

APLIKASI TRIPLE INTEGRAL KARTESIAN

1. Menghitung daerah umum
   Untuk menentukan integral fungsi f(x,y,z) pada suatu area yang dibatasi oleh suatu bentuk tertentu, persamaan yang menyatakan bentuk tersebut bisa dijadikan batas integral f(x,y,z)

   (Contoh 2A) Misal:
   Hitung integral lipat tiga untuk f (x, y, z) = 2xyz dalam daerah pejal S yang dibatasi oleh tabung z = 2- ½ x^2 dan bidang **z = 0**, **y = x**, dan **y = 0**.





Dari Persamaan Bentuk di soal, kelihatan kalo batasnya:

1. dz dari 0 sampai 2- ½ x^2 (Ada di soal)
2. dy dari 0 sampai x (Ada di soal)
3. dx dari 0 sampai 2 (Lah kok iso???)

Asal mula batas dx
Syarat batas y=x dan y=0 → x =0
Syarat batas z=0 dan z = 2- ½ x^2 → x = 2

Sisanya tinggal mengintegralkan f(x,y,z) kayak contoh sebelumnya

$$\iiint_S 2xyz\,dV = \int_0^2 \int_0^x \int_0^{2-x^2/2} 2xyz\,dz\,dy\,dx$$

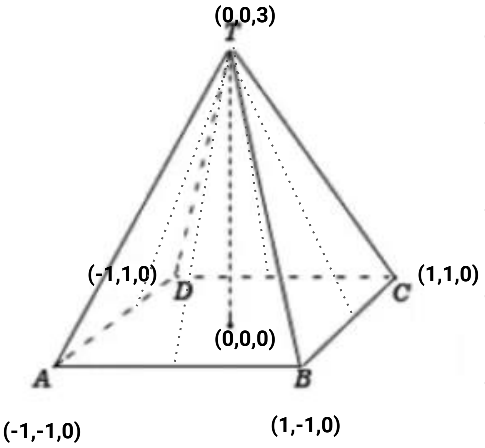
$$= \int_0^2 \int_0^x [xyz^2]_0^{2-x^2/2}\,dy\,dx$$

$$= \int_0^2 \int_0^x \left(4xy - 2x^3y + \frac{1}{4}x^5y\right) dy\,dx$$

$$= \int_0^2 \left(2x^3 - x^5 + \frac{1}{8}x^7\right) dx = \frac{4}{3}$$

Contoh 2B (Mencari Volume)

Hitung volume limas segiempat tersebut dengan cara triple integral bila diketahui rumus volume suatu benda A adalah $\iiint_A 1 dV$



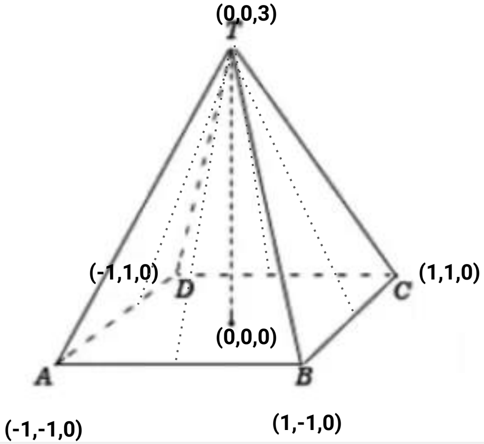
Pertama, cari dulu batas integralnya dari gambar:

1. Untuk dz, batasnya dari 0 sampai 3 (lihat koordinat z alas dan pucuk)

1. Untuk dy, kita lihat bahwa saat z=3, y=0, sedangkan saat z=0, y berkisar antara -1 sampai 1. Kita bisa hubungkan dengan persamaan
   $-1+\frac{1}{3} z \leq y \leq 1- \frac{1}{3} z$
   Jika bingung dari mana asalnya, gunakan rumus mencari persamaan garis y(z) untuk mencari garis batas kiri dan garis batas kanan

1. Untuk dx, pada z yang sama, rentang x dan y akan selalu sama (terlihat dari alasnya yang persegi). Dengan demikian, cukup subtitusi batas dy dari y menjadi x saja
   $-1+\frac{1}{3} z \leq x \leq 1- \frac{1}{3} z$

Contoh 2b (Mencari Volume)



Selesaikan seperti biasa

$$V = \int_{0}^{3} \int_{1-\frac{1}{3}z}^{1-\frac{1}{3}z} \int_{-1+\frac{1}{3}z}^{1-\frac{1}{3}z} 1dxdydz$$

$$= \int_{0}^{3} \int_{-1+\frac{1}{3}z}^{1-\frac{1}{3}z} \left(1-\frac{1}{3}z\right) - \left(-1+\frac{1}{3}z\right) dydz$$

$$= \int_{0}^{3} \int_{-1+\frac{1}{3}z}^{1-\frac{1}{3}z} 2-\frac{2}{3}z\, dydz$$

$$= \int_{0}^{3} \left(2-\frac{2}{3}z\right)\left(\left(1-\frac{1}{3}z\right) - \left(-1+\frac{1}{3}z\right)\right) dz$$

$$= \int_{0}^{3} 4-\frac{8}{3}z+\frac{4}{9}z^2 dz$$

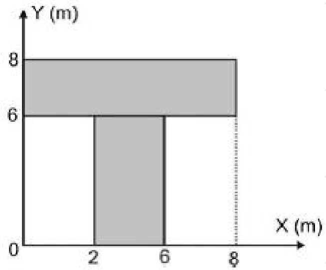
$$= 4 - 0 = 4$$

Dibuktikan dengan rumus SD : V= ⅓ * A * t = ⅓ * (2*2) *3 = 4

APLIKASI TRIPLE INTEGRAL KARTESIAN

1. Menghitung daerah umum
2. Menghitung massa dan pusat massa

Ingat soal ujian kelas 11 yang kayak gini? (atau pas matkul FMK)



$$xPM = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \ldots + m_n x_n}{m_1 + m_2 + \ldots + m_n}$$

$$xPM = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}$$

$$xPM = \frac{\sum m_i x_i}{m}$$

Hampir sama, cuma bedanya kita ngitung pake integral (kalo dulu sigma) sama dimensinya jadi tiga. Caranya sama seperti sebelumnya.

Nanti juga bisa buat nyari momen inersia, medan listrik, dan macem2

$$m = \iiint_S \delta(x, y, z)\, dV$$

$$M_{xy} = \iiint_S z\delta(x, y, z)\, dV$$

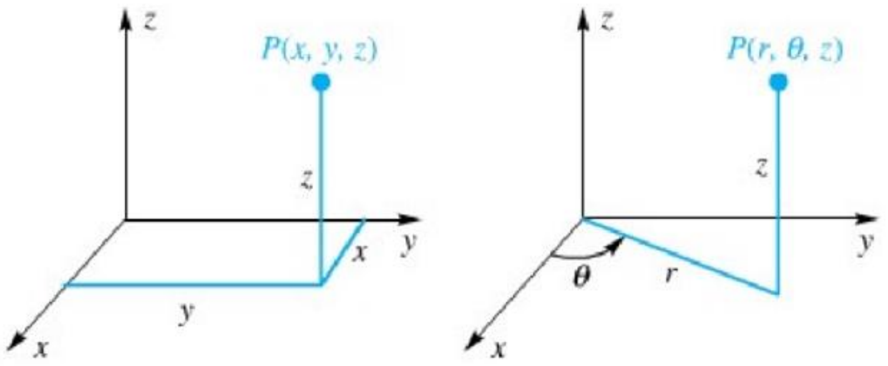
$$\bar{z} = \frac{M_{xy}}{m}$$

(amati kemiripan dengan rumus kelas 11)

2. Integral Lipat Tiga Silinder dan Bola

Koordinat Silindris / Tabung

Cartesian Coordinates | Cylindrical Coordinates



Cylindrical to Cartesian

$x = r\cos\theta$

$y = r\sin\theta$

$z = z$

Cartesian to Cylindrical

$r = \sqrt{x^2 + y^2}$

$\tan\theta = y/x$

$z = z$

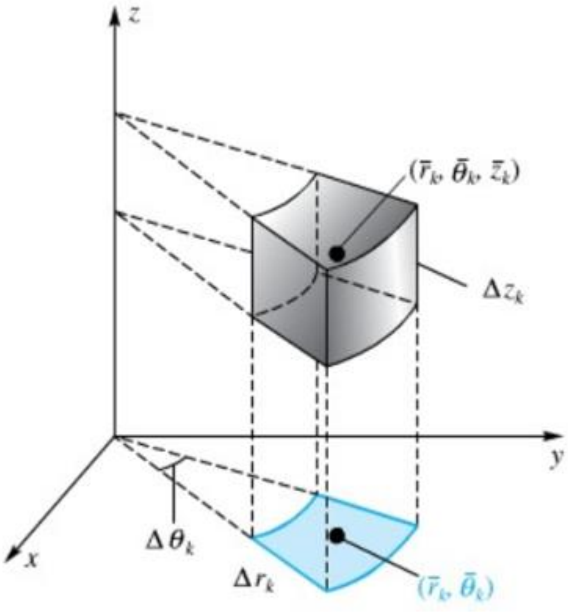
$$f(x, y, z) = f(r\cos\theta, r\sin\theta, z) = F(r, \theta, z)$$

Ingat bahwa :

$r \geq 0$

$0 \leq \theta \leq 2\pi$

Menghitung Volume Area Silindris



Volume silinder/tabung : Luas alas x tinggi

$$\Delta V_k = \bar{r}_k \Delta r_k \Delta \theta_k \Delta z_k$$

Persamaan integral volume silindris :

$$\iiint_S f(x, y, z)\, dV = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \int_{r_1(\theta)}^{r_2(\theta)} \int_{g_1(r,\theta)}^{g_2(r,\theta)} f(r\cos\theta, r\sin\theta, z) r\, dz\, dr\, d\theta$$

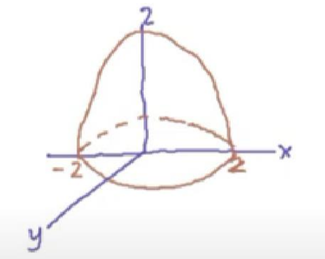
Contoh Soal 3 (Integral Lipat Tiga Silinder)

Hitung integral $\iiint_S (x^2 + y^2)\, dV$ jika S dibatasi oleh permukaan $z = 4 - x^2 - y^2$

dan bidang **z = 0 !**

Step:

1. Baca soalnya dulu
2. Perhatikan batasan area nya
3. Gambar sketsa perkiraan area



Atau bisa langsung pake
https://www.geogebra.org/3d

4. Ubah dalam parameter $F(r, \theta, z)$

$$z = 4 - x^2 - y^2$$
$$z = 4 - (x^2 + y^2)$$
$$z = 4 - r^2$$

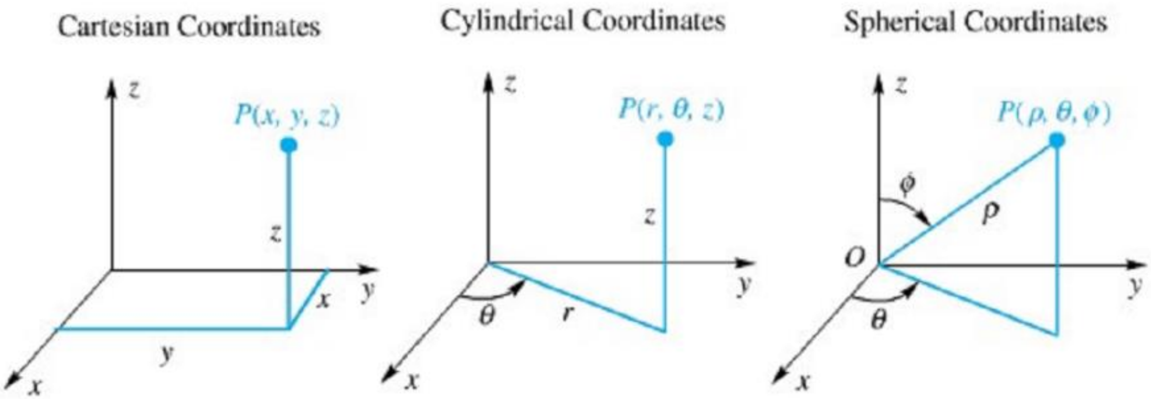
5. Tentukan batasan integral untuk z, r, dan θ

$$0 \leq z \leq 4 - r^2$$
$$0 \leq \Theta \leq 2\pi$$
$$0 \leq r \leq 2$$

6. Hitung nilai integral lipat tiga

$$
\begin{aligned}
\iiint_S (x^2+y^2)\,dV &= \int_0^{2\pi}\int_0^{2}\int_0^{4-r^2} r^2 . r\,dz\,dr\,d\theta \\
&= \int_0^{2\pi}\int_0^{2} r^3(4-r^2)\,dr\,d\theta \\
&= \int_0^{2\pi}\int_0^{2} 4r^3 - r^5\,dr\,d\theta \\
&= \int_0^{2\pi} 16 - \frac{64}{6}\,d\theta \\
&= \int_0^{2\pi} \frac{32}{6}\,d\theta \\
&= \frac{32}{6} .\ 2\pi = \frac{32\pi}{6}
\end{aligned}
$$

Koordinat Bola



Spherical to Cartesian

$$x = \rho \sin \phi \cos \theta$$

$$y = \rho \sin \phi \sin \theta$$

$$z = \rho \cos \phi$$

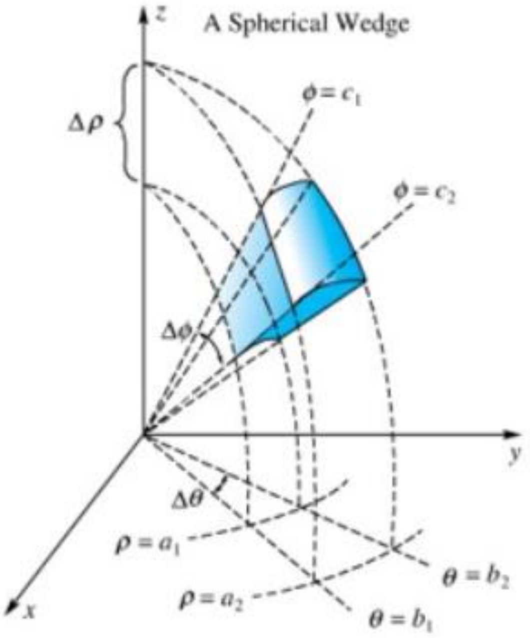
Cartesian to Spherical

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\tan \theta = y/x$$

$$\cos \phi = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

Menghitung Volume Area Bola



Volume bola :

$$\Delta V = \bar{\rho}^2 \sin \bar{\phi}\, \Delta\rho\, \Delta\theta\, \Delta\phi$$

Persamaan integral volume bola :

$$\iiint_S f(x, y, z)\, dV = \iiint_{\substack{\text{appropriate}\\ \text{limits}}} f(\rho \sin\phi \cos\theta, \rho \sin\phi \sin\theta, \rho \cos\phi)\rho^2 \sin\phi\, d\rho\, d\theta\, d\phi$$

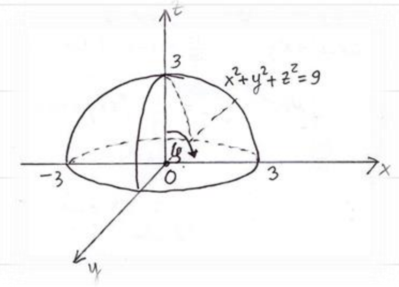
Contoh Soal 4 (Integral Lipat Tiga Bola)

Hitung integral lipat tiga $\iiint_V \frac{1}{\sqrt{9-x^2-y^2-z^2}}\,dz.dy.dx$

Apabila daerah V dibatasi oleh **bola** $x^2+y^2+z^2=9$ dan dibatasi oleh bidang **z = 0 !**

Step:

1. Baca soalnya dulu
2. Perhatikan batasan area nya
3. Gambar sketsa perkiraan area



Atau bisa langsung pake https://www.geogebra.org/3d

4. Ubah bentuk batasan menjadi parameter r

$$x^2+y^2+z^2=r^2$$

5. Tentukan batasan integral untuk φ, θ, dan r

$$0 \le \varphi \le \pi/2$$
$$0 \le \theta \le 2\pi$$
$$0 \le r \le 3$$

6. Hitung nilai integral lipat tiga

$$\iiint_V \frac{1}{\sqrt{9-x^2-y^2-z^2}}\,dz.dy.dx = \int_{\theta=0}^{2\pi}\int_{\varphi=0}^{\pi/2}\int_{r=0}^{3} \frac{1}{\sqrt{9-r^2}}.r^2\sin\varphi.dr.d\varphi.d\theta$$

$$= \int_{\theta=0}^{2\pi}\int_{\varphi=0}^{\pi/2} \tfrac{9}{4}\pi.\sin\varphi.d\varphi.d\theta$$

$$= \tfrac{9}{4}\pi \int_{\theta=0}^{2\pi} (-\cos\varphi)]_{\varphi=0}^{\pi/2}.d\theta$$

$$= \tfrac{9}{4}\pi \int_{\theta=0}^{2\pi} (-\cos\pi/2+\cos 0)].d\theta$$

$$= \tfrac{9}{4}\pi.2\pi = \tfrac{9}{2}\pi^2$$

Integral Parsial :

$$\int_{r=0}^{3} \frac{r^2}{\sqrt{9-r^2}}.dr = \int \frac{9\sin^2 u}{3\cos u}.3\cos u.du = \int 9\sin^2 u.du$$

$$= 9(-\tfrac{1}{2}\sin u.\cos u + \tfrac{1}{2}\int \sin^0 u.du)$$

$$= 9(-\tfrac{1}{2}\sin u.\cos u + \tfrac{1}{2}.u)$$

$$= 9(-\tfrac{1}{2}.\tfrac{r}{3}\tfrac{1}{3}\sqrt{9-r^2} + \tfrac{1}{2}\arcsin\tfrac{r}{3})]9(0+1/2\arcsin 1)$$

$$= 9/2\arcsin 1 = \tfrac{9}{4}\pi$$

Misal

r = 3 sin u

dr = 3 cos u .du

$$\sqrt{9-r^2} = \sqrt{9-9\sin^2 u}$$

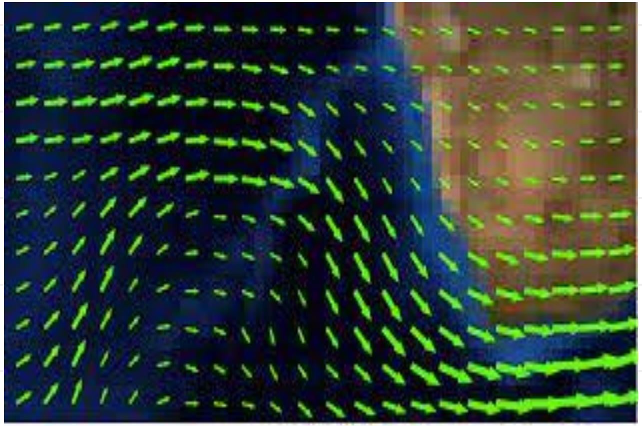
$$= 3\sqrt{1-\sin^2 u}$$

$$= 3\cos u$$

3. MEDAN VEKTOR 3D

Medan vektor

Garis garis yang menggambarkan kecepatan arah angin pada suatu titik diatas permukaan disuatu area.
Hal ini dapat dilihat sebagai kumpulan tak hingga banyak vektor, yang disebut medan vektor.

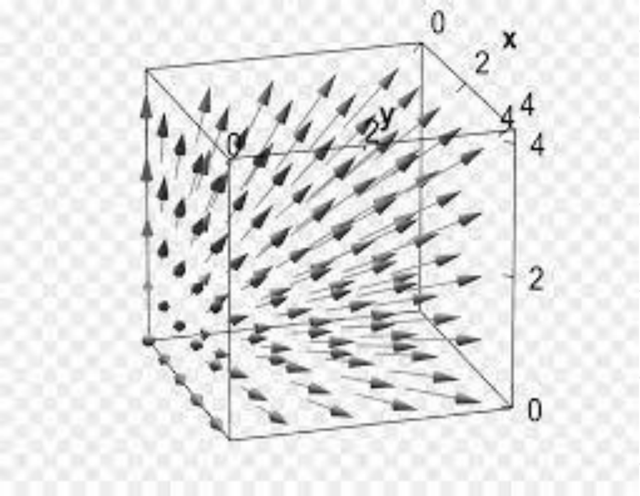


Secara matematis medan vektor adalah fungsi bernilai vektor F yang terkait dengan setiap titik P dalam ruang n-dimensi dari vektor F(P)

Medan vektor

Diketahui D ruang berdimensi 3. Medan vektor pada D didefinisikan sebagai fungsi vektor $F : R^3 \rightarrow R^3$ dengan:
$F(x, y, z) = M(x, y, z)i + N(x, y, z)i + P(x, y, z)k$.

Medan vektor F dikatakan kontinu pada domain D jika M, N, P kontinu pada D. Selanjutnya, medan F dikatakan kontinu differensiabel pada D jika M_x , M_y , M_z , N_x , N_y , N_z , P_x , P_y , dan P_z ada dan kontinu.

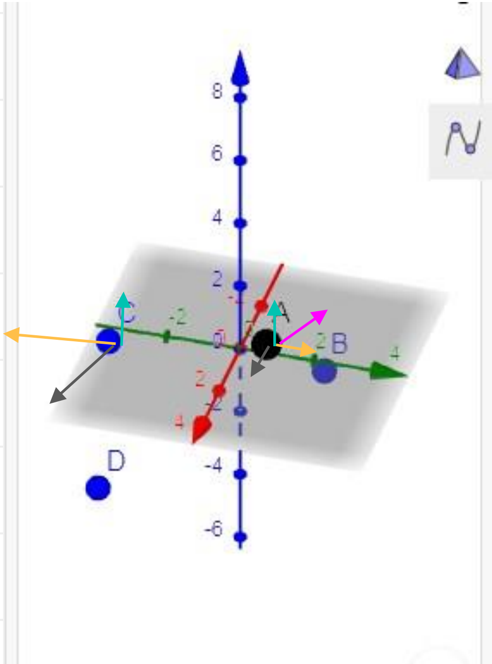


CONTOH SOAL 5

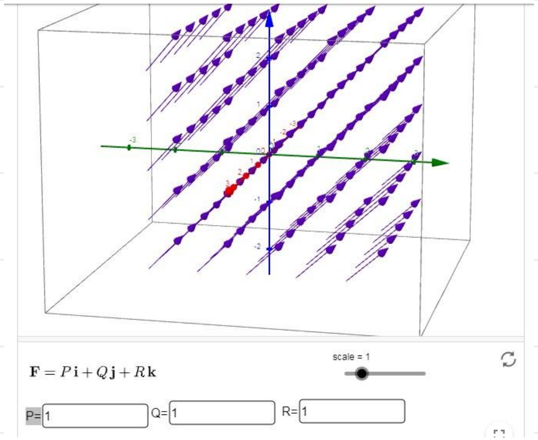
Tentukan besaran medan vektor,kemudian gambarkanlah F(x,y,z)=yi+zj+xk

Mencari besaran dan arah medan vektor pada sembarang titik
-)Pada sembarang titik maka : (tinggal substitusi ke fungsinya)

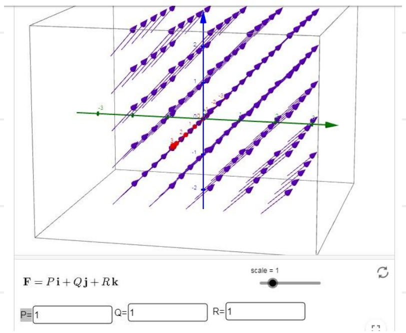
F(1,1,1) =i+j+k
F(-1,2,-1) = -i+2j-k
F(2,-3,1) = 2i-3j+k
F(3,-3,3) =3i-3j-3k



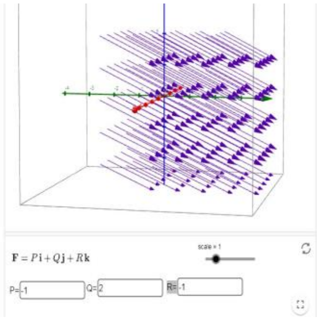
Note: Dengan geogebra langsung tahu arah dari resultan vektor



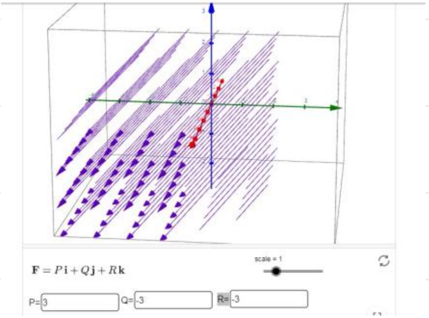
Untuk F(1,1,1) =i+j+k



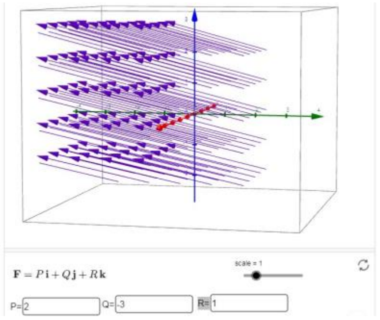
Untuk F(-1,2,-1) = -i+2j-k



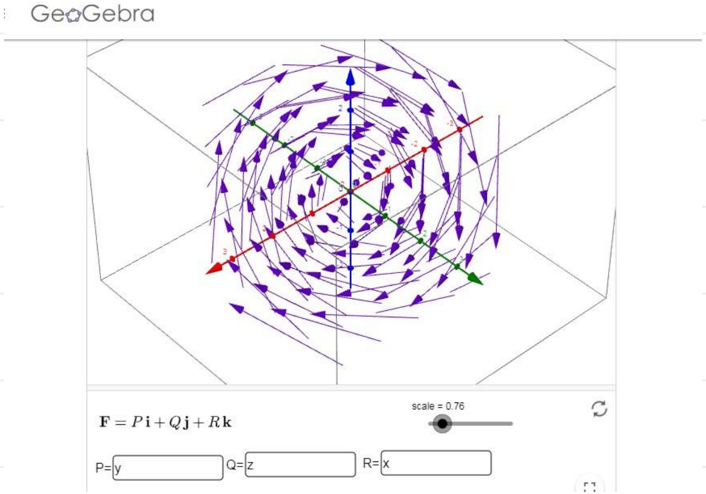
F(3,-3,3) =3i-3j-3k



F(2,-3,1) = 2i-3j+k



Sehingga dari 4 titik bisa disimpulkan bahwa medan vektor seperti



4. INTEGRAL PERMUKAAN

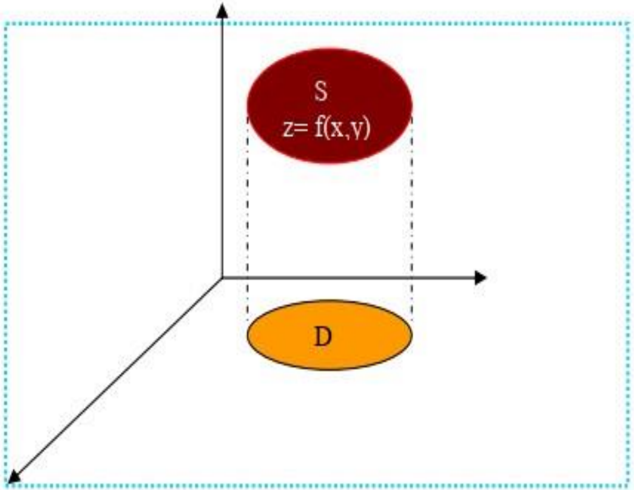
Integral permukaan

Integral permukaan adalah generalisasi dari integral garis. Jika integral garis mengintegrasikan atas kurva, integral permukaan mengintegrasikan atas permukaan dalam ruang 3D.
integral semacam ini penting untuk mempelajari hal yang berhubungan dengan media kontinu seperti padatan, cairan, gas, serta untuk mempelajari yang berhubungan dengan medan gaya, seperti medan elektromagnetik atau gravitasi.

Integral permukaan

Misalkan S bagian dari permukaan z = f (x, y) dimana (x,y) berada dalam D pada bidang XY . Jika f mmpunyai turunan parsial orde pertama yang kontinu dan g(x, y, z) = g(x, y, f (x, y))kontinu pada D ,maka Integral Permukaan dari g(x, y, z) pada S adalah:

$$\iint\limits_S g(x,y,z)\, dS = \iint\limits_D g(x,y,f(x,y))\sqrt{f_x{}^2 + f_y{}^2 + 1}\, dA$$

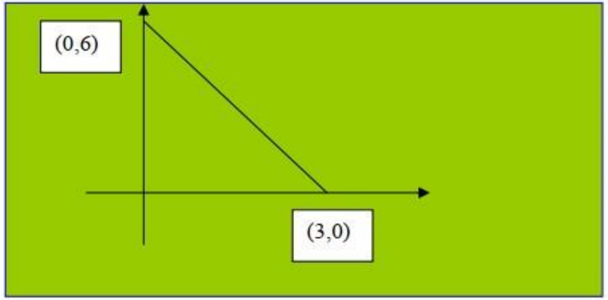


Dimana dS adalah elemen diferensial luas permukaan.
dan D adalah proyeksi S terhadap bidang XY

CONTOH SOAL 6

Hitunglah $\iint_S (xy + 2z)\,dS$ dimana s bagian dari permukaan 2x+y+3z=6

Jawab :
Proyeksi S terhadap bidang XY adalah D yang melalui titik (3,0) dan (0,6).



Sehingga permukaan $z = f(x,y) = 2 - \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}y$, $f_x = -\frac{2}{3}$, $f_y = -\frac{1}{3}$

dan $xy + 2z = xy + 2(2 - \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}y) = xy + 4 - \frac{4}{3}x - \frac{2}{3}y$

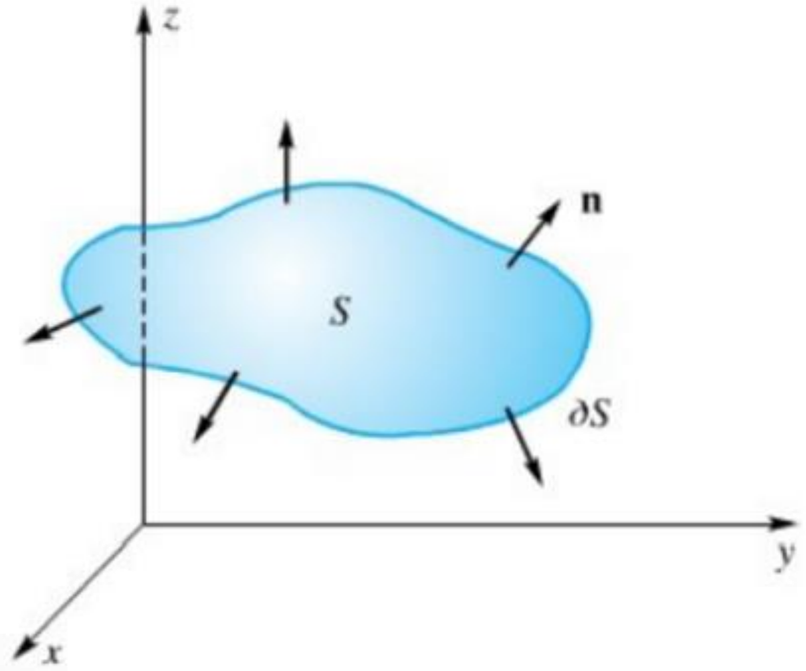
$dS = \sqrt{f_x^2 + f_y^2 + 1}\,dA = \sqrt{\frac{4}{9} + \frac{1}{9} + 1}\,dA = 1/3\ \sqrt{14}\ dA$

Jadi $\iint_S (xy + 2z)\,dS = \iint_D (xy + 4 - \frac{4}{3}x - \frac{2}{3}y)\frac{1}{3}\sqrt{14}\ dA$

$= \frac{1}{3}\sqrt{14}\int_0^3 \int_0^{-2x+6} (xy + 4 - \frac{4}{3}x - \frac{2}{3}y)\ dy\,dx$ =9,354

5. Teorema Divergensi Gauss

Teorema divergensi gauss



Teorema divergensi gauss

Diketahui F = Mi + Ni + Pk medan vektor dengan M, N, P mempunyai turunan-turunan parsial orde-pertama yang kontinu pada benda padat S dengan batas ∂S. Jika n normal satuan luar yang tegak lurus ∂S, maka

$$\iint_{\partial S} \mathbf{F} \cdot \mathbf{n}\, dS = \iiint_S div\ \mathbf{F}\, dV.$$

Dengan kata lain, fluks F yang menyebrerangi baas dari daerah tertutup di dalam ruang berdimensi tiga adalah integral lipat tiga dari divergensinya pada daerah tersebut.

Contoh soal 7

Hitung fluks medan vektor $F = x^2 i + 2xzj + yz^3 k$

melewati permukaan benda pejal persegi Panjang S

yang ditentukan oleh $0 \leq x \leq 1; 0 \leq y \leq 2; 0 \leq z \leq 3$

Pembahasan

$$M = x^2, maka\ \frac{\partial M}{\partial x} = 2x$$

$$N = 2xz, maka\ \frac{\partial N}{\partial y} = 0$$

$$M = xz^3, maka\ \frac{\partial M}{\partial x} = 3xz^2$$

Berdasarkan teorema divergensi gauss maka

$$\iint_{\partial S} \mathbf{F}\,.\,\mathbf{n}\,dS = \iiint_{S} (2x + 0 + 3xz^2)\,dV$$

$$= \int_0^1 \int_0^2 \int_0^3 (2x + 3xz^2)\,dzdydx = 60$$

Contoh soal 8

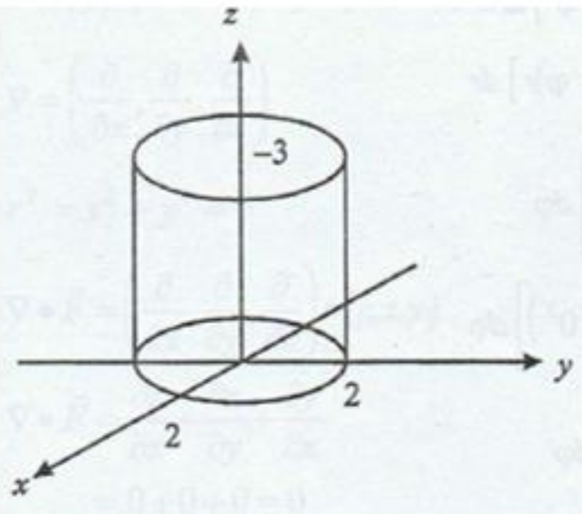
Tentukan Flux yang keluar dari medan vektor

$A = 4xi - 2y^2j + z^2k$ yang dibatasi oleh

Bidang S dengan batas – batas

$x^2 + y^2 = 4, z = 0, z = 3$

Pembahasan



$0 \leq \varphi \leq 2\pi$

$0 \leq r \leq 2$

$0 \leq z \leq 3$

$$\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right)$$

$$\vec{A} = 4x\,\bar{\mathrm{i}} - 2y^2\,\bar{j} + z^2\,\bar{k} = \left(4x, -2y^2, z^2\right)$$

$$\nabla \bullet \vec{A} = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right) \bullet \left(4x, -2y^2, z^2\right)$$

$$\nabla \bullet \vec{A} = \frac{\partial(4x)}{\partial x} + \frac{\partial\left(-2y^2\right)}{\partial y} + \frac{\partial\left(z^2\right)}{\partial z} = 4 - 4y + 2z$$

$$x = r\cos\varphi = 2\cos\varphi$$

$$y = r\sin\varphi = 2\sin\varphi$$

Pembahasan

$$\iiint_V \left(\nabla \bullet \vec{A}\right) dv = \int_{\varphi=0}^{2\pi}\int_{r=0}^{2}\int_{z=0}^{3} (4 - 8\sin\varphi + 2z)\, r\, dz\, dr\, d\varphi$$

$$= \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^2 r\, dr \left[\int_{z=0}^{3} (4 - 8\sin\varphi + 2z)\ dz\right]$$

$$= \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^2 r\, dr \left[(4 - 8\sin\varphi)\cdot z + z^2\Big|_0^3\right]$$

$$= \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^2 r\, dr \left[(4 - 8\sin\varphi)(3-0) + \left(3^2 - 0^2\right)\right]$$

$$= \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^2 r\left[12 - 24\sin\varphi + 9\right] dr$$

$$= \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^2 r\left[21 - 24\sin\varphi\ \right] dr$$

$$= \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^2 \left[(21 - 24\ \sin\varphi) r\right] dr$$

$$= \int_0^{2\pi} \left[\frac{21 - 24\ \sin\varphi}{2} r^2\Big|_0^2\right] d\varphi$$

$$= \int_0^{2\pi} \left[\frac{21 - 24\ \sin\varphi}{2}\left(2^2 - 0^2\right)\right] d\varphi$$

$$= \int_0^{2\pi} \left[\frac{21 - 24\ \sin\varphi}{2}(4)\right] d\varphi$$

$$= \int_0^{2\pi} \left[42 - 48\sin\varphi\right] d\varphi$$

$$= 42\,\varphi - 48\cos\varphi\Big|_0^{2\pi}$$

$$= 42\,(2\pi - 0) - 48\,(\cos 2\pi - \cos 0)$$

$$= 84\pi - 48(1-1)$$

$$= 84\pi$$

Latihan SOAL

1. Hitung integral lipat tiga dari f(x,y,z) = 5xyz dengan batas kubus berpusat di (1,2,3) dengan panjang sisi 6

1. Carilah hasil dari integral lipat tiga $\iiint_V 2x^2 + 2y^2 \, dz\,dy\,dx$. Apabila V adalah sebuah area yang dibatasi oleh $z = x^2 + y^2$ dan pada bagian atasnya dibatasi oleh bidang **z=4** !

1. Hitung $\iint_S (3xyz)\, dS$ dimana s bagian dari permukaan 3x+4y+2z=12

Link Pembahasan Latsol : https://s.id/J2kvM

Latihan soal

4. Tentukan fluks dari sebuah medan vektor

$F(x, y, z) = \left(\frac{x^2}{2}, yz, -xz\right)$ sepanjang permukaan

$z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}, \qquad z = 0$

Clue = z merupakan persamaan lingkaran $r^2 = x^2 + y^2$

Pengerjaan latihan soal

- Dikerjakan seperti latihan soal biasa
- Dikumpulkan di form pengumpulan tugas https://tinyurl.com/PengumpulanTugasKVJ (diisi pertemuan 6)
- Waktunya 45 menit + toleransi pengumpulan 15 menit
- Format nama file NIU_Nama

ANY QUESTION ??