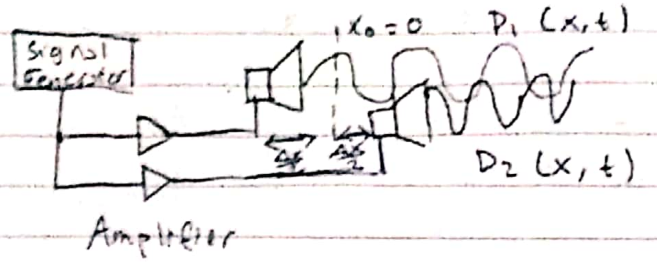
Kelas : B

# Homework #3

Nama : Gregorius Petra Tanjung Nur Anggoro

NIM : 19/443580/TK/48776

1.




Diketahui : $D_1(x,t) = A_1 \sin(k(x - \Delta x/2) - \omega t + \phi_1)$

$D_2(x,t) = A_2 \sin(k(x + \Delta x/2) - \omega t + \phi_2)$

Ditanyakan : • Ketika $A_1 = A_0 - \Delta A/2$, $A_2 = A_0 + \Delta A/2$, $\phi_1 = \phi_2 = 0$ berapa $\Delta x_{min}$ dan $\Delta x_{max}$.

• Ketika $A_1 = A_2 = A_0$ dan $\phi_1 = -\phi_0/2$ ; $\phi_2 = \phi_0/2$ berapa $\Delta x_{min}$ dan $\Delta x_{max}$

• Saat berinteferensi, kedua gelombang akan saling menguatkan atau melemahkan. Persamaan gelombang saat berinteferensi adalah

$D_t = D_1 + D_2$ ; $A_1 \neq A_2$ dan $\phi_1 = \phi_2 = 0$ sehingga

$D_t = A_1 \sin(k(x - \Delta x/2) - \omega t) + A_2 \sin(k(x - \Delta x/2) - \omega t)$.

Karena $A_1 \neq A_2$ maka tidak bisa dilakukan pemfaktoran. Maka, kita gunakan permisalan saat kondisi $kx - \omega t = 0$ dan $kx - \omega t = \frac{\pi}{2}$ yang merupakan nilai minimum dan maksimum gelombang.

Lalu, kita permisalkan bahwa bentuk fungsi $D_t = A_t \sin(kx - \omega t + \theta)$

$D_t = D_1 + D_2$

$A_t \sin(kx - \omega t + \theta) = A_1 \sin(kx - \omega t - k\Delta x/2) + A_2 \sin(kx - \omega t + k\Delta x/2)$

* Saat kondisi minimum, $kx - \omega t = 0$

$A_t \sin(\theta) = A_1 \sin(-k\Delta x/2) + A_2 \sin(k\Delta x/2)$

$\sin(\theta) = \left(\frac{A_2 - A_1}{A_t}\right) \sin(k\Delta x/2)$

* Saat kondisi maksimum, $kx - \omega t = \frac{\pi}{2}$

$A_t \sin(\theta) = A_1 \sin(-k\Delta x/2 + \frac{\pi}{2}) + A_2 \sin(k\Delta x/2 + \frac{\pi}{2})$

$\sin(\frac{\pi}{2} + \theta) = \cos\theta$ dan $\cos(-\theta) = \cos\theta$, sehingga

$A_t \cos(\theta) = A_1 \cos(\frac{k\Delta x}{2}) + A_2 \cos(k\Delta x/2)$

$\cos(\theta) = \left(\frac{A_1 + A_2}{A_t}\right) \cos(k\Delta x/2)$

Date

Nama : Gregorius Petra Tanjung Nur Anggoro
NIM : 19/443580/TK/48476

Lalu, kita mengetahui sifat trigonometri $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$
sehingga $\left(\frac{A_1 + A_2}{A_t}\cos(k\Delta x/2)\right)^2 + \left(\frac{A_1 - A_2}{A_t}\sin(k\Delta x/2)\right)^2 = 1$

$$\frac{(A_1+A_2)^2\cos^2(k\Delta x/2) + (A_1 - A_2)^2\sin^2(k\Delta x/2)}{A_t^2} = 1$$

$$(A_1^2 + A_2^2)\cos^2(k\Delta x/2) + 2A_2A_1\cos^2(k\Delta x/2) + (A_2^2 + A_1^2)\sin^2\left(\frac{k\Delta x}{2}\right)$$
$$- 2A_2A_1\sin(k\Delta x/2) = A_t^2$$

$$(A_1^2 + A_2^2)\cos^2(k\Delta x/2) + (A_2^2 + A_1^2)\sin^2(k\Delta x/2) + 2A_2A_1(\cos^2(k\Delta x/2)$$
$$- \sin^2(k\Delta x/2)) = A_t^2$$

$$A_1^2 + A_2^2 + 2A_2A_1(2\cos^2(k\Delta x/2) - 1) = A_t^2$$
$A_t = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_2A_1(2\cos^2(k\Delta x/2 - 1)}$ → Amplitudo dari fungsi $D_t$

Intensitas sebuah gelombang ditentukan oleh $I = c(A)^2$
sehingga $I = c.(A_1^2 + A_2^2 + 2A_2A_1(2\cos^2(k\Delta x/2) - 1)$

Intensitas maksimum terjadi saat $\cos^2\theta = 1$ ; $\cos\theta = \pm 1$
$\theta = \cos^{-1}(\pm 1)$ ; $\theta = k\Delta x/2$
$$\frac{k.\Delta x}{2} = m.\pi \; ; m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

$$\Delta x_{max} = \frac{2m\pi}{k} \rightarrow k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\Delta x_{max} = m.\lambda$$ //

Intensitas maksimum terjadi saat $\cos^2\theta = 0$ ; $\theta = \cos^{-1}(0)$
$$k.\frac{\Delta x}{2} = (m + \tfrac{1}{2})\pi \; ; m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

$$\frac{\cancel{2}\cancel{\pi}}{\lambda}.\frac{\Delta x}{\cancel{2}} = (m + \tfrac{1}{2})\cancel{\pi}$$

$$\Delta x_{min} = (m + \tfrac{1}{2})\lambda.$$ //

Jadi $\Delta x_{max} = m.\lambda$ sedangkan $\Delta x_{min} = (m + \frac{1}{2})\lambda$.

Date

Nama : Gregorius Petra Tanjung Nur Anggoro
NIM : 19/443580/TK/48776

- Persamaan gelombang saat terjadi interferensi adalah $D_1(x,t) + D_2(x,t)$. Karena $A_1 = A_2 = A_0$ dan $\phi_1 = -\phi_0/2$; $\phi_2 = \phi_0/2$ maka

$$D = D_1 + D_2 = A_0 \sin(k(x - \Delta x/2) - \omega t - \phi_0/2) + A_0 \sin(k(x + \Delta x/2) - \omega t + \phi_0/2)$$

Dengan identitas trigonometri $\sin A + \sin B = 2\cos\left(\frac{A-B}{2}\right)\sin\left(\frac{A+B}{2}\right)$ persamaan dapat disederhanakan menjadi:

$$D = A_0 \left( \sin(k(x - \Delta x/2) - \omega t - \phi_0/2) + \sin(k(x + \Delta x/2 - \omega t + \phi_0/2) \right)$$

$$= A_0 \cdot 2\cos\left(\frac{(kx - k\Delta x/2 - \omega t - \phi_0/2) - (kx + \Delta x/2k - \omega t + \phi_0/2)}{2}\right)$$

$$\sin\left(\frac{(kx - k\Delta x/2 - \omega t - \phi_0/2) + (kx + \Delta x/2k - \omega t + \phi_0/2)}{2}\right)$$

$$= 2A_0 \cos\left(\frac{-\cancel{2}((k\Delta x/2) + (\phi_0/2))}{\cancel{2}}\right) \sin\left(\frac{\cancel{2}(kx - \omega t)}{\cancel{2}}\right)$$

$\cos(-\phi) = \cos(\phi)$ sehingga

$$D = 2A_0 \cos(k\Delta x/2 + \phi_0/2) \sin(kx - \omega t)$$

Hal ini memenuhi persamaan $D = A(\Delta x) \sin(kx - \omega t)$
sehingga $A(\Delta x) = 2A_0 \cos\left(\frac{k\Delta x + \phi_0}{2}\right)$

setelah mendapatkan persamaan , kita masukkan persamaan tersebut dalam persamaan intensitas gelombang $I = cA^2$.
sehingga $I = c.\left(2A_0 \cos\left(\frac{k\Delta x + \phi_0}{2}\right)\right)^2 = c4A_0^2 \cos^2\left(\frac{k\Delta x + \phi_0}{2}\right)$

Dari persamaan tersebut dapat dilihat bahwa intensitas akan maksimum jika nilai $\cos^2\theta = 1$ dan minimum jika nilai $\cos^2\theta = 0$. Sehingga:

$\cos^2\theta = 1 \rightarrow \theta = \cos^{-1}(\pm 1) \rightarrow \frac{k\Delta x}{2} + \frac{\phi_0}{2} = m.\pi$ ; $m = 0, \pm 1, \pm 2 \ldots$

$\cos\theta = \sqrt{1}$

$\cos\theta = \pm 1$

$$\Delta x = \frac{2m.\pi - \phi_0}{k} \rightarrow k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\Delta x_{max} = \frac{\lambda(2m\pi - \phi_0)}{2\pi}$$

$$\Delta x_{max} = \lambda\left(m - \frac{\phi_0}{2\pi}\right) \quad //$$

Sementara itu, $\Delta x$ min terjadi saat $\cos^2\theta = 0$ ; $\cos\theta = 0$

$$\theta = \cos^{-1}(0)$$

$$\frac{k\Delta x + \phi_0}{2} = (m + \tfrac{1}{2})\pi$$

$$m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

Dari persamaan tersebut didapat $\Delta x\, min = \dfrac{2(m+\frac{1}{2})\pi - \phi_0}{k}$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}, \text{ sehingga}$$

$$\Delta x\, min = \frac{(2\pi(m+\frac{1}{2}) - \phi_0)\lambda}{2\pi}$$

$$\Delta x\, min = \left((m+\tfrac{1}{2}) - \frac{\phi_0}{2\pi}\right)\lambda$$

Jadi, $\Delta x$ max saat gelombang berbeda fase adalah $\lambda\left(m - \frac{\phi_0}{2\pi}\right)$

sedangkan $\Delta x$ min nya adalah $\left((m+\frac{1}{2}) - \frac{\phi_0}{2\pi}\right)\lambda$.

KIKY

Date

Nama : Gregorius Pavra Tanjung Nur Anggoro
NIM : 19/443580/TK/48776

2. Diketahui : Senar gitar yang mempunyai tegangan $T_0$ dan frekuensi $f_0$ ditarik sehingga menghasilkan tegangan tambahan sebesar $\Delta T$ dan beda frekuensi $\Delta f$.
$\Delta T << T_0$ ; $\Delta f << f_0$

Ditanyakan : Buktikan bahwa $\frac{\Delta f}{f_0} = \frac{1}{2}\frac{\Delta T}{T_0}$

Seperti yang kita tahu, frekuensi merupakan hasil bagi antara kecepatan gelombang dibagi panjang gelombang. $f = \frac{V}{\lambda}$
Dalam standing wave, $V = \sqrt{TL/M}$, sehingga $f_m = \frac{V}{\lambda_m} = \frac{m}{2}\sqrt{\frac{T}{ML}}$

$$\frac{\Delta f}{f_0} = \frac{1}{2}\frac{\Delta T}{T_0}$$

$$\frac{f_1 - f_0}{f_0} = \frac{1}{2}\frac{\Delta T}{T_0}$$

$$\frac{\cancel{\frac{m}{2}}\sqrt{\frac{T_0+\Delta T}{\cancel{ML}}} - \cancel{\frac{m}{2}}\sqrt{\frac{T_0}{\cancel{ML}}}}{\cancel{\frac{m}{2}}\sqrt{\frac{T_0}{\cancel{ML}}}} = \frac{1}{2}\frac{\Delta T}{T_0}$$

$$\frac{\sqrt{T_0+\Delta T} - \sqrt{T_0}}{\sqrt{T_0}} = \frac{1}{2}\frac{\Delta T}{T_0}$$ → sisi kiri dikali dengan sekawan.

$$\frac{\sqrt{T_0+\Delta T} - \sqrt{T_0}}{\sqrt{T_0}} \cdot \frac{\sqrt{T_0+\Delta T} + \sqrt{T_0}}{\sqrt{T_0+\Delta T} + \sqrt{T_0}} = \frac{1}{2}\frac{\Delta T}{T_0}$$

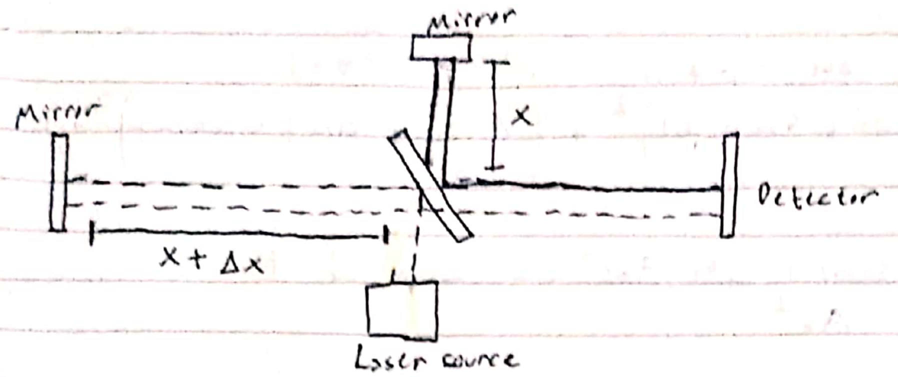
$$\frac{(\cancel{T_0}+\Delta T) - \cancel{T_0}}{\sqrt{T_0}\left(\sqrt{T_0+\Delta T} + \sqrt{T_0}\right)} = \frac{1}{2}\frac{\Delta T}{T_0}$$ → $\Delta T << T_0$ sehingga $\sqrt{\Delta T + T_0}$ sama dengan $\sqrt{T_0}$.

$$\frac{(\Delta T)}{\sqrt{T_0}\,(2\sqrt{T_0})} = \frac{1}{2}\frac{\Delta T}{T_0} \longrightarrow \frac{1}{2}\frac{\Delta T}{T_0} = \frac{1}{2}\frac{\Delta T}{T_0}$$ // terbukti.

KIKY

Nama : Gregorius Petra Tanjung Nur Anggoro
NIM : 19/443580/TK/48776

(Soal Bonus)




Diketahui : panjang gelombang adalah $\lambda$

Karena berasal dari satu sinar yang sama maka amplitudo, fase, dan panjang gelombang kedua sinar tersebut sama. Namun, karena menempuh jarak yang berbeda maka persamaan kedua gelombang tersebut berbeda.

$D_1$ = garis putus-putus $= A\sin(k(x+\Delta x)-\omega t)$

$D_2$ = garis tanpa putus $= A\sin(kx-\omega t)$

Saat berada di detektor, kedua gelombang akan berinterferensi sehingga persamaannya menjadi $D_t = A(\sin(k(x+\Delta x)-\omega t) + \sin(kx-\omega t))$

Menurut identitas trigonometri $\sin x + \sin y = 2\sin\left(\frac{x+y}{2}\right)\cos\left(\frac{x-y}{2}\right)$

sehingga $D_t = 2A\sin\left(\frac{(kx+k\Delta x-\omega t)+(kx-\omega t)}{2}\right)\cos\left(\frac{kx+k\Delta x-\omega t)-(kx-\omega t)}{2}\right)$

$= 2A\sin\left(\frac{\cancel{2}(kx-\omega t)}{\cancel{2}}\right)\cos\left(\frac{k\Delta x}{2}\right)$

memenuhi persamaan $D_t = A(\Delta x)\sin(kx-\omega t)$

$A(\Delta x) = \cos(k\Delta x/2)$

Intensitas gelombang pada detektor : $I = c(A(\Delta x))^2$

$I = 4A\cos^2(k\Delta x/2).c$ → saat minimum $\theta = \cos^{-1}(\pm 0)$

$\frac{k.\Delta x}{2} = (m+\tfrac{1}{2})\pi$ ; $m = 0, \pm 1, \pm 2 \ldots$

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$

$\Delta x_{min} = (m+\tfrac{1}{2})\lambda$

saat maksimum $\theta = \cos^{-1}(\pm 1)$

$\frac{k.\Delta x}{2} = m.\pi$ ; $m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \ldots$

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$

$\Delta x_{max} = m.\lambda$

Jadi, $\Delta x$ min adalah $(m+\tfrac{1}{2})\lambda$ sedangkan $\Delta x_{max} = m.\lambda$.

Dipindai dengan CamScanner