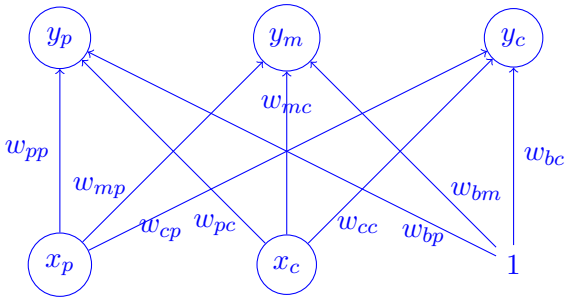
Algorithmes pour l'IA – TD 4
Perceptrons

Le tableau ci-dessous contient un petit jeu de données[1] de caractéristiques (poid et couleur) d'exemples de fruit (pommes, mandarines et citrons).

	fruit	poids	couleur
0	pomme	164	0.70
1	pomme	152	0.69
2	pomme	156	0.69
3	mandarine	86	0.80
4	mandarine	84	0.79
5	mandarine	80	0.77
6	citron	132	0.73
7	citron	130	0.71
8	citron	116	0.72

T1: Dessinez un perceptron simple qui pourrait être utilisé pour classifier les fruit dans les trois catégories pomme, mandarine et citron d'après leur poids et couleur. N'oubliez pas les biais.



T2: On appelle les variables d'entrée x_p et x_c pour le poids et la couleur, et les variables de sortie z_p, z_m et z_c pour pomme, mandarine et citron et on utilise les mêmes indices pour les poids des connexions (e.g. w_{mc} est le poids de la connexion entre x_c et z_m). wbp, wbm, wbc sont les poids associés au biais pour les trois neurones de sortie (pomme, mandarine et citron). Quels résultats obtient on lorsqu'on initialise ces poids aux valeurs suivantes ? En d'autres termes, quelle est l'erreur absolue moyenne de la classification obtenue pour chaque catégorie de fruit sur le jeu de données ci-dessus.

Le notebook dont le lien est donné plus loin montre les résultats complets. Ici, on va chercher à classifier juste le premier éléments. On calcule donc y_p, y_m et y_c :

[1] extrait adapté de `https://github.com/susanli2016/Machine-Learning-with-Python/blob/master/fruit_data_with_colors.txt`

wpp=	-7.61	wpc=	-13.71	wbp=	-15.45
wmp=	-0.123	wmc=	7.62	wbm=	8.08
wcp=	5.80	wcc=	4.43	wbc=	4.65

$y_p = w_{pp}.x_p + w_{pc}.x_c + w_{bp}$
en remplaçant les valeurs des poids :
$y_p = -7.61.x_p + -13.71.x_c + -15.71$
en remplaçant les valeurs des variables d'entrée (première ligne du tableau) :
$y_p = -7.61 \times 164 + -13.71 \times 0.7 + -15.45$
$y_p = -1273.087$
Le premier exemple est considéré comme n'étant pas une pomme ($y_p < 0$).
De la même façon :
$y_m = -0.123 \times 164 + 7.62 \times 0.7 + 8.08 = -6.758$ (pas une mandarine)
$y_c = 5.80 \times 164 + 4.43 \times 0.7 + 4.65 = 958.951$ (un citron)
Le modèle se trompe donc, car il considère que le fruit est un citron, alors que c'est une mandarine.

T3: Réalisez trois itérations d'apprentissage sur le réseau précédent, initialisés avec les poids précédents, avec un taux d'apprentissage de 0,1.

On va mettre à jour les poids d'après les erreurs à chaque neurone de sortie. La formule pour la mise à jour de chaque poids est (voir le cours) :
$w'_{ij} = w_{ij} + r.e_i.x_j$ avec r le taux d'apprentissage, e_i l'erreur au neurone de sortie i et x_j la valeur au neurone d'entrée j. Les erreurs sont 1 pour y_p, 0 pour y_m et -1 pour y_c.
Donc
$w'_{pp} = w_{pp} + 0.1 \times 1 \times x_p = -7.61 + 0.1 \times 1 \times 164 = 8.79$
De la même façon :
$w'_{pm} = -13.71 + 0.1 \times 1 \times 0.7 = -13.64$
$w'_{bp} = -15.45 + 0.1 \times 1 \times 1 = -15.35$
$w'_{mp} = -0.123 + 0.1 \times 0 \times 164 = -0.123$
$w'_{mc} = 7.62 + 0.1 \times 0 \times 0.7 = 7.62$
$w'_{bm} = 8.08 + 0.1 \times 0 \times 1 = 8.08$
$w'_{cp} = 5.80 + 0.1 \times -1 \times 164 = -10.6$
$w'_{cc} = 4.43 + 0.1 \times -1 \times 0.7 = 4.36$
$w'_{bc} = 4.65 + 0.1 \times -1 \times 1 = 4.55$
On peut donc calculer les nouveaux résultats sur la première ligne du tableau :
$y_p = 8.79 \times 164 + -13.64 \times 0.7 + -15.35 = 1416.662$ (une pomme)
$y_m = -0.123 \times 164 + 7.62 \times 0.7 + 8.08 = -6.758$ (pas une mandarine)
$y_c = -10.6 \times 164 + 4.36 \times 0.7 + 4.55 = -1730.798$ (pas un citron)
Avec les poids mis à jour, le modèle ne se trompe plus sur cet exemple.

T4: Essayez de classifier un fruit dont le poids est 192 et la couleur 0,55. Quel est le résultat ?

T5: Essayez de classifier un fruit dont le poids est 154 et la couleur 0,82. Quel est le résultat ?

T6: Le notebook à
`https://colab.research.google.com/drive/1ILV7Iu-dlkuFfLGUMzEOIT1ZC2h84K-3`

contient du code python pour réaliser les calculs précédents. Exécutez le pour vérifier vos résultats et comprendre comment il fonctionne.

T7: Dans le même notebook, à la suite, vous trouverez une début de code pour réaliser la classification sur le jeu de données complet avec un perceptron multi-couche en utilisant la librairie scikit-learn. Exécutez ce code et observez les résultats. Est-ce que ça marche bien ?

Ça marche, mais les résultats sont très mauvais. Moins de 30% de précision.

T8: En vous aidant de la documentation de scikit-learn[2], ajoutez et modifiez les paramètres pour essayer de rendre la classification plus efficace. Concentrez vous en particulier sur le nombre d'itérations (*max_iter*), la taille de la ou des couches cachées (*hidden_layer_sizes*) et le taux d'apprentissage (*learning_rate_init*)[3].

Avec, par exemple,

```
mlp = MLPClassifier(hidden_layer_sizes=(100,50,20), max_iter=100000,
                    learning_rate_init=0.0001, random_state=2)
```

on obtient 91% de précision.

T9: Le code suivant réalise une standardisation (normalisation par la moyenne) des variables d'entrée du réseaux. Utilisez le avant la création du réseau et voyez comment les résultats changent. Pourquoi ?

```
for k in X: X[k] = (X[k] - X[k].mean()) / X[k].std()
```

On obtient de bien meilleur résultats (98%) tout en convergeant plus rapidement.

T10: Le code suivant permet de séparer le jeu de données en un jeu d'entraînement (X_train, y_train) contenant 80% des données, et un jeu de test (X_test, y_test) contenant le reste. Ajoutez ce code au notebook et modifier le code du notebook afin de réaliser l'entraînement sur le jeu d'entraînement, de calculer le score du résultat de la classification sur le jeu d'entraînement et le jeu de test, et de visualiser les résultats (matrice de confusion) sur le jeu de test. Observez et essayer d'expliquer les résultats.

```
X_train,X_test,y_train,y_test = train_test_split(X, y,
                                    test_size=0.2,random_state=1)
```

En adaptant le code pour utiliser X_train et y_train dans la fonction fit, et X_test et y_test dans la fonction score, ainsi que X_test dans la fonction predict et y_test dans la fonction confusion_matrix, on obtient les résultats du modèle construit avec le jeu d'entraînement et évalué sur le jeu de test.

Note : L'implementation du perceptron multi-couche dans scikit-learn fonctionne bien, mais ne permet pas de bénéficier de l'utilisation de GPU. Pour cela, on se tournera vers des librairies telles que tensorflow/keras ou PyTorch, qui permettent aussi plus de flexibilité sur le type, la taille et la structure des réseaux de neurones utilisés (e.g. CNN, LSTM, etc.)

[2] `https://scikit-learn.org/stable/modules/generated/sklearn.neural_network.MLPClassifier.html`

[3] Le paramètre *random_state* permet de fixer l'initialisation des poids, et donc de toujours obtenir le même résultat si on ne change pas les autres paramètres)