

$$3.) f(x) = \arctan(x) - x, \quad x=0 \text{ als einzige Nullstelle}$$

$$(a) f(0) = \arctan(0) - 0 = 0$$

$$f'(x) = \frac{1}{x^2+1} - 1$$

$$f'(0) = \frac{1}{1} - 1 = 0$$

$$f''(x) = \frac{-2x}{(x^2+1)^2}$$

$$f''(0) = 0$$

$$f'''(x) = \frac{2(3x^2-1)}{(x^2+1)^3}$$

$$f'''(0) = \frac{2(0-1)}{(0+1)^3} = -2$$

$\Rightarrow x=0$ ist eine 3-fache Nullstelle von f

\Rightarrow Nach Satz 168 konvergiert das Newton-Verfahren für mehrfache Nullstellen nur linear in einer Umgebung von x .