Calculando Integral com maior exatidão

MAURÍCIO DORNELES CALDEIRA BALBONI[1]; NOME E SOBRENOME DO(S) CO-AUTOR(ES)[2]; ALINE BRUM LORETO[3]

[1]Nome da Instituição do Autor 1 – e-mail do autor 1
[2]Nome da Instituição do(s) Co-Autor(es) – e-mail do autor 2 (se houver)
[3]Nome da Instituição do Orientador – e-mail do orientador

1. INTRODUÇÃO

Quando se trabalha com números de ponto flutuante o resultado obtido é apenas uma aproximação de um valor real porque erros são gerados por arredondamentos ou por algoritmos instáveis, levando algumas vezes a resultados incorretos. Análise intervalar surgiu com o objetivo de diminuir erros numéricos gerados em procedimentos computacionais. Na matemática intervalar o valor real x é aproximado por um intervalo X que possui limites inferior e superior, de forma que o intervalo contenha x.

Existem problemas que necessitam calcular uma integral definida para a respectíva solução. Entretanto, esta integral pode não possuir primitiva explícita ou cuja primitiva pode não ser simples de se obter.

Na resolução de tais problemas, o valor numérico é obtido por aproximação e, portanto, afetado por erros de arredondamentos ou truncamento.

Considerando que métodos numéricos podem ser usados para o cálculo de integrais, torna-se interessante que estes sejam suportados pela matemática intervalar e a aritmética de extadião máxima.

Sendo assim o presente trabalho tem como objetivo resolver tais integrais utilizando o método de Simpson Intervalar, definido por CAPRANI et.al (CAPRANI,2002) verificando a qualidade do intervalo solução.

2. METODOLOGIA

Cálculos numéricos em computadores devem ser realizados por meio das linguagens ou bibliotecas que tenham definidos o tipo intervalo e as operações sobre o tipo, usualmente denominadas de linguagens *XSC* (*eXtended for Scientific Computation*) (KLATTE, 1993).

Existem diversas bibliotecas computacionais para matemática intervalar, e a escolhida para implementação dos resultados foi a IntPy, mais detalhes sobre os critérios utilizados para a escolha da linguagem é encontrado em BALBONI et.al (BALBONI,2014).

Se deseja calcular integrais com o método de Simpson Intervalar para obter resultados com mais exatidão.

O método de Simpson Intervalar (CAPRANI, 2002) é uma extensão intervalar do método de Simpson real (RUGGIERO,1996). O método na forma intervalar é fundamentado na propriedade aditiva da integral definida e no teorema do valor médio para integrais (SANTOS, 2010).

No método de Simpson Intervalar descrito em CAPRANI et.al (CAPRANI,2002), tem-se f(x) ∈ F(X), para todo x ∈ (X ∈ R) então temos a formula completa definida por:

FORMULA 1

O valor real foi obtido utilizando o método de Simpson 1/3 definido por (RUGGIERO,1996).

Para garantir a qualidade do intervalo solução utilizam-se duas medidas de erros, sendo elas:

- Erro Absoluto: $|x - m(X)| < w(X)/2$ onde m(X) é o ponto médio do intervalo X e w(X)= $|\overline{x} - \underline{x}|$ é o diâmetro do intervalo X;

- Erro Relativo: $\left|\frac{x - m(X)}{x}\right| \leq \frac{w(X)}{2\min|X|}$ se 0 $\notin$ X, onde $|X| = \{|X| : x \in X\}$.

Para todas as simulações foi utilizado o mesmo computador com as seguintes configurações: processador Intel® Core™ i7-2600 CPU @ 3.40GHz × 8 , L1 Cache 64Kb, L2 Cache 512Kb, L3 Cache 8Mb, Memória RAM de 8GB DDR3 1333MHz, armazenamento HD Sata 755,7 GB modelo ATA Samsung HD502HJ, placa grafica GeForce GTX 560/PCIe/SSE2, sistema operacional Linux Ubuntu 13.10.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

No exemplo a seguir aplicaremos o Simpson 1/3 para calcular o valor real e o método de Caprani para realizar o calculo com entradas intervalares, assim mantendo um controle automatico dos erros.

Dado o volume do sólido gerado pela rotação da curva $f(x) = \sqrt{x-3}$, cujo eixo de revolução é o eixo das ordenadas, no intervalo [3,6] das abscissas, calcula-se com 500 subdivisões:

Da fórmula do cálculo temos:

Formula 2

Na tabela 1 encontram-se os resultados da comparação do valor real e o valor intervalar.

Valor Real	Valor Intervalar
104.47459197051060	[104.47459197050573,104.47459197052866]

Na tabela 2 encontram-se as medidas de qualidade do intervalo solução, para as medidas de Erro Absoluto e Erro Relativo.

Erro Absoluto	Erro Relativo
6.59383658785e-12 < 1.14681597552e-11	6.31142602568e-14 <= 1.09769844886e-13

Observa-se que o valor real está contido no intervalo solução**.**

4. CONCLUSÕES

O método de Simpson Intervalar é uma solução para calcular integrais cuja a primitiva não é simples de se obter. Além de obter como solução intervalos que contém a solução real e com controle automático dos erros, ou seja, com máxima exatidão.

O método de Caprani fundamenta-se na potencialidade de aplicações tanto na pesquisa quanto no ensino.

Com o sistema de ponto flutuante F(10, 14, -10, 10) (ou com quatorze casas decimais) verifica-se, através das medidas de erros (absoluto e relativo), qual ambiente retorna intervalo solução com mais exatidão.

Pretende-se, em um trabalho futuro, desenvolver uma biblioteca de probabilidade e estatistica intervalar.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

KLATTE, R, KULISCH, U., WIETHOFF, A., LAWO, C., RAUCH, M. **C-XSC - A C++ Class Library for Extended Scientific Computing**. Springer-Verlag, Heidelberg, 1993.

KRÄMER, Walter. **Multiple/arbitrary precision interval computations in C-XSC**. Springer-Verlag, 2011.

KULISCH, U. and MIRANKER, L. **Computer Arithmetic in Theory and Practice**, 1st ed., Academic Press, 1981.

KULISCH, U. W. (2008, apr) Complete interval arithmetic and its implementation on the computer. [Online]. Disponível em: http: //www.math.kit.edu/iwrmm/seite/preprints/media/preprintn%20nr

MOORE, R. E. **Interval Analysis**. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1966.

RATSCHEK, H.; ROKNE, J. **New Computer Methods for Global Optimization**. Ellis Horwood, 1988.

Balboni, M. D. C.; Tortelli, L. M.; Lorini, M.; Furlan, V. S.; Finger, A. F.; Loreto, A. B, “Critérios para Análise e Escolha de Ambientes Intervalares”. Revista Jr de Iniciação Científica em Ciências Exatas e Engenharia, Rio Grande - RS, n.7, 2014.

FINGER, Alice Fonseca. Extensão Intervalar para as variáveis Aleatórias com Distribuicões Uniforme, Normal, Gama, Exponencial e Pareto. 2014. Dissertação (Mestrado em Ciência da computação) - Programa de Pós-Graduação em computação, Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2014.

OLE CAPRANI KAJ MADSEN, H. B. N. Introduction to interval analysis. IMM - Informatics and Mathematical Modelling, [S.l.], 2002.

RUGGIERO, M.A.G. Cálculo Numérico, aspectos teóricos e computacionais, 2ed, São Paulo, Pearson Makron Books, 1996.