unipampa Universidade Federal do Pampa
CRICTE 2014
XXVI CONGRESSO REGIONAL DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA & TECNOLÓGICA EM ENGENHARIA

CALCULANDO INTEGRAL COM MAIOR EXATIDÃO

Maurício Dorneles Caldeira Balboni
Acadêmico do curso de Ciência da Computação - UFPel
mdcbalboni@inf.ufpel.edu.br
Lucas Mendes Tortelli
Acadêmico do curso de Ciência da Computação - UFPel
lmtortelli@inf.ufpel.edu.br
Alice Fonseca Finger
Professora do curso de Ciência da Computação - UNIPAMPA
alicefinger@gmail.com
Aline Brum Loreto
Professora/Pesquisadora do curso de Ciência da Computação - UFPel
aline.loreto@inf.ufpel.edu.br

Resumo. *Quando computadores trabalham com números de ponto flutuante os resultados obtidos nem sempre são os mais exatos. Com o intuito de solucionar problemas gerados por erros de arredondamento, truncamento ou algoritmos instáveis, surgiu a matemática intervalar. O presente trabalho apresenta uma maneira de solucionar integrais e obter resultados com maior exatidão, utilizando o método matemático de Simpson Intervalar. Se valida o resultado e calcula-se a qualidade do intervalo solução através das medidas de Erro Absoluto e Erro Relativo.*

Palavras-chave: *Integral Intervalar, Matemática Intervalar.*

1. INTRODUÇÃO

Quando se trabalha com números de ponto flutuante o resultado obtido é apenas uma aproximação de um valor real porque erros são gerados por arredondamentos ou por algoritmos instáveis, levando algumas vezes a resultados incorretos. Análise intervalar surgiu com o objetivo de diminuir erros numéricos gerados em procedimentos computacionais. Na matemática intervalar o valor real x é aproximado por um intervalo X que possui limites inferior e superior, de forma que o intervalo contenha x.

Existem problemas que necessitam calcular uma integral definida para a respectiva solução. Entretanto, esta integral pode não possuir primitiva explícita ou sua primitiva pode não ser simples de se obter.

Na resolução de tais problemas, o valor numérico é obtido por aproximação e, portanto, afetado por erros de arredondamento ou truncamento.

Considerando que métodos numéricos podem ser usados para o cálculo de integrais, torna-se interessante que estes sejam suportados pela matemática intervalar e pela aritmética de exatidão máxima.

Sendo assim o presente trabalho tem como objetivo resolver integrais utilizando o método de Simpson Intervalar, definido por CAPRANI et.al (CAPRANI, 2002) verificando a qualidade do intervalo solução.

2. METODOLOGIA

Cálculos numéricos em computadores devem ser realizados por meio das linguagens ou bibliotecas que tenham definidos o tipo intervalo e as operações sobre o tipo, usualmente denominadas de linguagens XSC (eXtended for Scientific Computation) (KLATTE, 1993).

Existem diversas bibliotecas computacionais para matemática intervalar, e a escolhida para implementação dos resultados foi a IntPy. Mais detalhes sobre os critérios utilizados para a escolha da linguagem podem ser encontrado em BALBONI et.al (BALBONI, 2014).

O método de Simpson Intervalar (CAPRANI, 2002) é uma extensão intervalar do método de Simpson 1/3 (RUGGIERO, 1996). O método na forma intervalar é fundamentado na propriedade aditiva da integral definida e no teorema do valor médio para integrais (SANTOS, 2010). Tem-se f(x) ∈ F(X), para todo x ∈ (X ∈ R) na Eq.(1) então temos a fórmula completa definida:

$$T_i = \frac{w(X\,i)}{6} * \left(f(x_i) + 4f\left(m(X_i)\right) + f\left(\bar{x}_i\right)\right) \quad (1)$$

onde w(Xi) é o tamanho do intervalo X, $x\,i$ é o extremo inferior do intervalo X, $\bar{x}i$ é o extremo superior do intervalo X e m(Xi) é ponto médio do intervalo X.

Fórmula do cálculo do erro definido na Eq.(2):

$$\frac{w(X_i)^5}{2880} f^{(4)}(\varepsilon_i) \quad (2)$$

Onde w(Xi) é o tamanho do intervalo X.

O valor real foi obtido utilizando o método de Simpson 1/3 definido por (RUGGIERO, 1996).

Para garantir a qualidade do intervalo solução utilizam-se duas medidas de erros, sendo elas:

-Erro Absoluto:

$$|x - m(X)| < \frac{w(X)}{2} \quad (3)$$

onde m(X) é o ponto médio do intervalo X e a medida do diâmetro do intervalo, apresentada na Eq. (4).

$$w(X) = (\bar{x} - x) \quad (4)$$

-Erro Relativo:

$$\left|\frac{x - m(X)}{x}\right| \leq \frac{w(X)}{2\min|X|} \quad (5)$$

Se $0 \notin X$, onde Eq.(6).

$$|X| = (|X| : x \notin X) \quad (6)$$

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

No exemplo a seguir aplicaremos o Simpson 1/3 para calcular o valor real e o método de Caprani para realizar o cálculo com entradas intervalares, a fim de comparar os resultados obtidos com os dois métodos e comprovando que o método intervalar retorna resultados com maior exatidão.

Exemplo: Dado o volume do sólido gerado pela rotação da curva definido na Eq. (7), cujo eixo de revolução é o eixo das ordenadas, no intervalo [3,6] das abscissas. Deseja-se calcular o volume no intervalo [3,6], considerando como entrada 500 subdivisões.

$$f(x) = \sqrt{(3 - x)} \quad (7)$$

Na tabela 1 encontra-se a solução do problema acima, comparando os resultados do valor real (através do método de Simpson 1/3) e o valor intervalar (através do método de Simpson Intervalar).

Tabela 1: Valor Real e Valor Intervalar

Valor Real	Valor Intervalar
104.474591970	[104.474591969, 104.474591971]

Na tabela 2 encontram-se as medidas de qualidade do intervalo solução, para as medidas de Erro Absoluto e Erro Relativo.

Tabela 2: Medidas de erro.

Erro Absoluto	Erro Relativo
6.59383658785e-12<1.14681597552e-11	6.3114260256e-14<=1.0976984488e-13

A partir da analise da Tabela 1, verifica-se que o valor real esta contido no intervalo solução. Característica importante para validar a o resultado intervalar.

Para a simulação foi utilizado o mesmo computador com as seguintes configurações: processador Intel® CoreTM i7-2600 CPU @ 3.40GHz × 8, L1 Cache 64Kb, L2 Cache 512Kb, L3 Cache 8Mb, Memória RAM de

8GB DDR3 1333MHz, armazenamento HD Sata 755,7 GB modelo ATA Samsung HD502HJ, placa gráfica GeForce GTX 560/PCIe/SSE2, sistema operacional Linux Ubuntu 13.10.

Agradecimentos

Os autores agradecem a Universidade Federal de Pelotas pelo auxilio.

4. REFERÊNCIAS

BALBONI, M. D. C.; Tortelli, L. M.; Lorini, M.; Furlan, V. S.; Finger, A. F.; Loreto, A. B, “Critérios para Análise e Escolha de Ambientes Intervalares”. Revista Jr de Iniciação Científica em Ciências Exatas e Engenharia, Rio Grande - RS, n.7, 2014.

CAPRANI KAJ MADSEN, H. B. N. Introduction to interval analysis. IMM -Informatics and Mathematical Modelling, [S.l.], 2002.

FINGER, Alice Fonseca. Extensão Intervalar para as variáveis Aleatórias com Distribuições Uniforme, Normal, Gama, Exponencial e Pareto. 2014. Dissertação (Mestrado em Ciência da computação) - Programa de Pós-Graduação em computação, Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2014.

KLATTE, R, KULISCH, U., WIETHOFF, A., LAWO, C., RAUCH, M. C-XSC - A C++ Class Library for Extended Scientific Computing. Springer-Verlag, Heidelberg, 1993.

KRÄMER, Walter. Multiple/arbitrary precision interval computations in C-XSC. Springer-Verlag, 2011.

KULISCH, U. and MIRANKER, L. Computer Arithmetic in Theory and Practice, 1st ed., Academic Press, 1981.

KULISCH, U. W. (2008, apr) Complete interval arithmetic and its implementation on the computer. [Online]. Disponível em: http://www.math.kit.edu/iwrmm/seite/preprints/media/preprintn%20nr.

MOORE, R. E. Interval Analysis. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1966.

RATSCHEK, H.; ROKNE, J. New Computer Methods for Global Optimization. Ellis Horwood, 1988.

RUGGIERO, M.A.G. Cálculo Numérico, aspectos teóricos e computacionais, 2ed, São Paulo, Pearson Makron Books, 1996.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O método de Simpson Intervalar é uma maneira de encontrar a solução do cálculo de integrais cuja primitiva não é simples de se obter. Através da utilização do método intervalar, é possível gerar como solução intervalos que encapsulam o valor real, bem como realizar um controle automático de erros, apresentando resultados com maior exatidão.

O método de Simpson Intervalar definido por Caprani fundamenta-se na potencialidade de aplicações tanto na pesquisa quanto no ensino. Com o sistema de ponto flutuante F(10, 9, -10, 10) (ou com nove casas decimais) verifica-se, através das medidas de erros (absoluto e relativo), a qualidade do intervalo solução.