Ejercicio 2 (primer parcial segundo cuatrimestre 2021):

En este ejercicio llamamos intervalo a un par (a, b) de números reales $R \times R$ tales que $a < b$. Decimos que un intervalo (a, b) cubre aquellos puntos que se encuentran entre a y b inclusive 1.

Por ejemplo, el intervalo $(0, 1)$ cubre al $1/2$ y también al 0 y al 1. Dada una secuencia de intervalos $s = [(a_1 , b_1), (a_2 , b_2), \ldots , (a_n , b_n)]$ decimos que s cubre un punto p si alguno de los intervalos (a_i , b_i) cubre el punto p.

a) Especificar un predicado que, dadas dos secuencias de intervalos s y t, es verdadero si y sólo si s y t cubren exactamente los mismos puntos.

Por ejemplo, las secuencias $s = [(0, 3), (2, 5)]$ y $t = [(1, 2), (3, 5), (0, 3)]$ cubren exactamente los mismos puntos, ya que tanto s como t cubren un punto p si y sólo si $0 \leq p \leq 5$.

b) Especificar el problema que recibe una secuencia de intervalos s y devuelve la secuencia s 0 más corta que cubre exactamente los mismos puntos que s. Además, la secuencia s 0 debe estar ordenada de menor a mayor (comparando los extremos izquierdos de los sucesivos intervalos).

Por ejemplo, si $s = [(2, 4), (0, 1), (3, 5)]$ la respuesta debe ser s 0 $= [(0, 1), (2, 5)]$. Cuando decimos que s 0 debe ser “la más corta” nos referimos a que la secuencia tenga la menor longitud posible.

Ejercicio 1. (recuperatorio primer parcial segundo cuatrimestre 2021):

Para evitar el agotamiento que le produce el calor de diciembre en el hemisferio sur, este año Papá Noel decidió entregar los regalos la medianoche del 4 de julio. Tiene un listado de casas que debe visitar. Cada casa se identifica con un código numérico único de tipo Casa (renombre de Z). Un listado de casas es un valor de tipo seq<Casa>.

Por ejemplo, un listado de casas podría ser: L = [3, 1, 2], que indica que Papá Noel debe visitar tres casas, identificadas por los códigos #3, #1 y #2. Además, Papá Noel cuenta con un mapa que indica las distancias en metros entre las casas. En este contexto, un mapa es una secuencia de triplas, es decir Mapa es un renombre de seq<Casa> × Casa × R.

Por ejemplo, el siguiente mapa: [(1, 2, 50), (1, 3, 30), (2, 3, 45)] indica que la distancia entre la casa #1 y la casa #2 es de 50 m, la distancia entre la casa #1 y la casa #3 es de 30 m, y la distancia entre la casa #2 y la casa #3 es de 45 m. La distancia es simétrica, es decir que la distancia entre la casa #3 y la casa #2 es igual a la distancia entre la casa #2 y la casa #3.

Decimos que un mapa es válido con respecto a un listado de casas dado si todos los pares de casas distintas aparecen exactamente una vez, el mapa no contiene otras triplas (además de las ya mencionadas) y todas las distancias son estrictamente positivas. El orden en el que aparecen las casas es indistinto.

Por ejemplo, el mapa de arriba podría escribirse, de manera equivalente, como el siguiente mapa, también válido: [(3, 1, 30), (2, 1, 50), (2, 3, 45)].

Por último se define una función aux dist(m : Mapa, c_1 , c_2 : Casa) : R que, dado un mapa y dos casas, encuentre la distancia entre c_1 y c_2 que está registrada en el mapa 1.

b) Dado un listado de casas L= [c_1 , c_2 , . . . , c_n] y un mapa válido m, la distancia total recorrida al visitar las casas, en el orden en que aparecen en el listado, es la suma de las distancias entre las casas consecutivas, es decir, dist(m, c_1 , c_2) + dist(m, c_2 , c_3) + . . . + dist(m, c n−1 , c_n). Especificar el problema que recibe un listado de casas L (sin repetidos) y un mapa válido para L, y reordena el listado de tal manera que la distancia total recorrida sea mínima.

Por ejemplo, si el listado es L = [3, 2, 1] y el mapa es m = [(1, 3, 30), (2, 1, 50), (3, 2, 45)], la distancia total recorrida por L es dist(m, 3, 2) + dist(m, 2, 1) = 45 + 50 = 95. Una manera posible de reordenar el listado para que la distancia total recorrida sea mínima es tomando L = [1, 3, 2], cuya distancia total es dist(m, 1, 3) + dist(m, 3, 2) = 30 + 45 = 75.

Importante. Se puede asumir dado un predicado esMapaVálido(m : Mapa, L : seq<Casa>) que es verdadero cuando el mapa m es válido con respecto a la lista de casas .