

Nombre y apellido:

Número de libreta:

1	2	3	Calificación

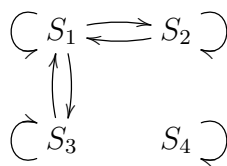
## Álgebra Lineal Computacional

Recuperatorio del Segundo Parcial – 22 de julio de 2022

Para aprobar el parcial deberá obtenerse un puntaje mayor o igual que 4.

### Ejercicio 1.

Una población se mueve por año según el diagrama:



donde los individuos pueden permanecer en el mismo sector o cambiarse a uno de los sectores conectados por flechas y todas las opciones tienen la misma probabilidad.

- Hallar la matriz de transición  $A$  del proceso y, en caso de que exista,  $A^\infty$ .
- Sabiendo que inicialmente hay 160 individuos en el sector  $S_1$ , 20 en el sector  $S_2$ , 10 en el sector  $S_3$  y 80 en el sector  $S_4$ , hallar la distribución de la población transcurridos tres años.
- Hallar, si existe, el estado límite para el estado inicial correspondiente.

**Ejercicio 2.** Se quiere resolver el sistema de ecuaciones  $Ax = b$  con

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ \alpha & 0 & 1 \end{pmatrix}, \alpha \in \mathbb{R}.$$

- Demostrar que el método de Jacobi converge cualquiera sea el valor inicial **si y solo si** Gauss-Seidel converge cualquiera sea el valor inicial.
- Determinar TODOS los valores de  $\alpha$  para los cuales ambos métodos convergen y decidir cuál de los dos métodos elegiría y porqué.
- Para  $\alpha = 0.5$  se aplica el método SOR cuya iteración viene dada por la fórmula

$$(D + \omega L)x^{(k+1)} = ((1 - \omega)D - \omega U)x^{(k)} + \omega b,$$

tomando  $\omega = 1.5$ . ¿Resulta convergente este método? ¿Cuál método elegiría en este caso?

**Ejercicio 3.** Durante varios días, se mide la distancia de un objeto desconocido que se acerca a la Tierra. Los datos han sido resumidos en la siguiente tabla, donde  $x$  representa la cantidad de días transcurridos desde el día en que se detectó el objeto e  $y$  representa la distancia a la Tierra en kilómetros:

$x$	0.0	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0
$y$	40.0	28.5	19.8	12.0	6.1	2.8

- (1 pt.) Hallar el polinomio  $f(x) = c_0 + c_1x + c_2x^2$  que mejor ajusta a los datos en sentido de cuadrados mínimos. Graficar conjuntamente los datos y la función obtenida.
- (1.5 pts.) Ajustar una función de la forma  $g(x) = (d_0 + d_1x)^2$  aplicando cuadrados mínimos sobre la función transformada convenientemente. Graficar conjuntamente los datos y la función obtenida.

- c) (0.5 pts.) Para cada uno de los ajustes obtenidos, ¿cuál será la distancia estimada del objeto a la Tierra luego de 6 días?