1	2	3	Calificación

Nombre y apellido:

Número de libreta:

Álgebra Lineal Computacional

Recuperatorio del Segundo Parcial – 22 de julio de 2022

Para aprobar el parcial deberá obtenerse un puntaje mayor o igual que 4.

Ejercicio 1.
Una población se mueve por año según el diagrama:

$$\begin{tikzcd} S_1 \arrow[loop left] \arrow[r, shift left] \arrow[d, shift left] & S_2 \arrow[l, shift left] \arrow[loop right] \\ S_3 \arrow[loop left] \arrow[u, shift left] & S_4 \arrow[loop right] \end{tikzcd}$$

donde los individuos pueden permanecer en el mismo sector o cambiarse a uno de los sectores conectados por flechas y todas las opciones tienen la misma probabilidad.

a) Hallar la matriz de transición A del proceso y, en caso de que exista, A^∞.

b) Sabiendo que inicialmente hay 160 individuos en el sector S_1, 20 en el sector S_2, 10 en el sector S_3 y 80 en el sector S_4, hallar la distribución de la población transcurridos tres años.

c) Hallar, si existe, el estado límite para el estado inicial correspondiente.

Ejercicio 2. Se quiere resolver el sistema de ecuaciones $Ax = b$ con

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ \alpha & 0 & 1 \end{pmatrix}, \alpha \in \mathbb{R}.$$

a) Demostrar que el método de Jacobi converge cualquiera sea el valor inicial **si y solo si** Gauss-Seidel converge cualquiera sea el valor inicial.

b) Determinar TODOS los valores de α para los cuales ambos métodos convergen y decidir cuál de los dos métodos eligiría y porqué.

c) Para $\alpha = 0.5$ se aplica el método SOR cuya iteración viene dada por la fórmula

$$(D + \omega L)x^{(k+1)} = ((1 - \omega)D - \omega U)x^{(k)} + \omega b,$$

tomando $\omega = 1.5$. ¿Resulta convergente este método? ¿Cuál método elegiría en este caso?

Ejercicio 3. Durante varios días, se mide la distancia de un objeto desconocido que se acerca a la Tierra. Los datos han sido resumidos en la siguiente tabla, donde x representa la cnatidad de días transcurridos desde el día en que se detectó el objeto e y representa la distancia a la Tierra en kilometros:

x	0.0	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0
y	40.0	28.5	19.8	12.0	6.1	2.8

a) (1 pt.) Hallar el polinomio $f(x) = c_0 + c_1 x + c_2 x^2$ que mejor ajusta a los datos en sentido de cuadrados mínimos. Graficar conjuntamente los datos y la función obtenida.

b) (1.5 pts.) Ajustar una función de la forma $g(x) = (d_0 + d_1 x)^2$ aplicando cuadrados mínimos sobre la función transformada convenientemente. Graficar conjuntamente los datos y la función obtenida.

c) (0.5 pts.) Para cada uno de los ajustes obtenidos, ¿cuál será la distancia estimada del objeto a la Tierra luego de 6 días?