

Placement optimal de pompiers pour éteindre des incendies

Déborah Nash, Lin Hirwa Shema, Lucas Villenave, Martin Debouté





Contexte

Protéger les villes des départs de feux

- Villes
- Zones inaccessibles
- Départs de feux
- Pompiers
- Terrains vagues
- Propagation du feu

REPRÉSENTATION DU PROBLÈME

CENTRE RÉEL

$(x + 0,5, y + 0,5)$

PLACEMENT DES POMPIERS

Pixels communs

FOURNAISE

Tout pixel traversé par le
cercle

LIGNE DE FEU

Tout pixel traversé par la
droite



RÉDUCTION DU PROBLÈME



Image 100X100



10 000 Positions !

RÉDUCTION DU PROBLÈME



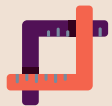
Non réalisables

Ville et eau



Inutiles

Coupe aucune ligne de feu



Symétrie

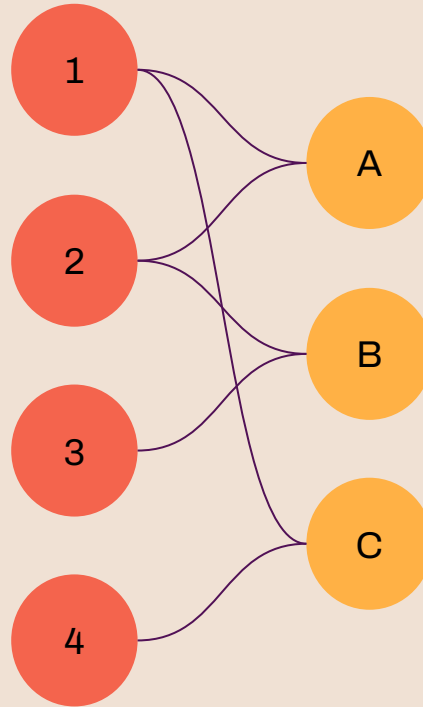
Coupe la même ligne



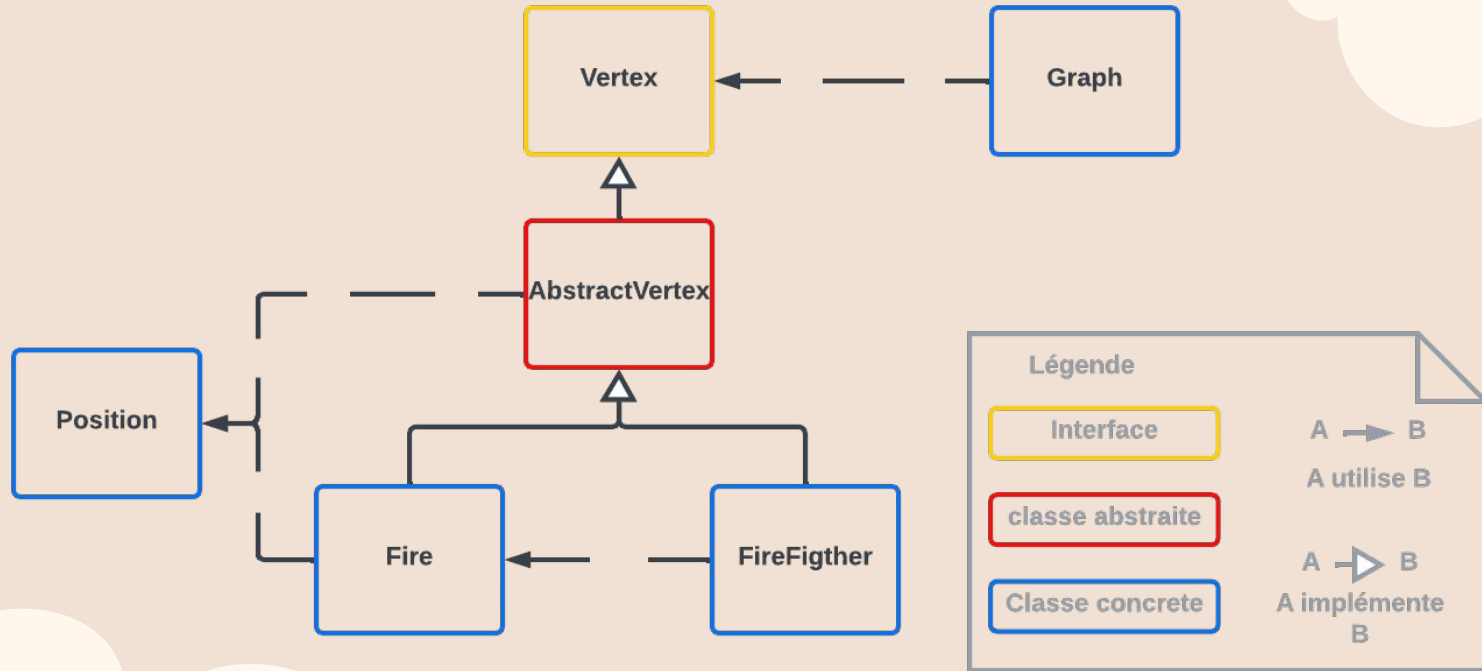
Inclusion

Coupe moins de lignes qu'un autre

CRÉATION DU GRAPHE



STRUCTURE DE DONNÉES



MODÈLE MATHÉMATIQUE

Dimensions :

$I = \{1, \dots, n \times m\}$: l'ensemble des pixels de l'image.

$F \subset I$: l'ensemble des pixels qui correspondent à des foyers de feux.

$R = \bigcup_{f \in F} R(f)$: l'ensemble de lignes de feux dirigé vers des villes.

$P = \bigcup_{r \in R} P(r)$: l'ensemble de pixels réalisables pour le placement d'un pompier.

MODÈLE MATHÉMATIQUE

Données :

$\forall f \in F, R(f)$: l'ensemble des lignes de feux émis par le feu f qui se dirigent vers une ville.

$\forall r \in R, P(r)$: l'ensemble des pixels réalisables pour le placement d'un pompier qui se trouvent dans le voisinage de la ligne de feux r (placer un pompier sur un de ces pixels arrête la propagation de cette ligne de feux vers la ville).

MODÈLE MATHÉMATIQUE

Variables de décision

$x_p \in \{0, 1\}$: 1 si on place un pompier au pixel $p \in P$, 0 sinon.

Fonction objectif

$$\min : \sum_{p \in P} x_p \quad (3.1)$$

L'objectif (3.1) est de minimiser le nombre total de pompiers à placer.

MODÈLE MATHÉMATIQUE

Contraintes

$$\sum_{p \in P(r)} x_p \geq 1 \quad \forall r \in R \quad (3.2)$$

La contrainte (3.2) assure que chaque ligne de feux dirigée vers une ville se trouve dans le champ d'action d'un pompier (*i.e.* est stoppé).

RÉSOLUTION DU PROBLÈME



BRUTE FORCE

- Solution optimale
- Long
- Optimisation



GLOUTON

- “Bonne” solution
- Rapide



RECUIT SIMULÉ

- Très bonne solution
- Long
- Paramétrage précis

Instances et résultats

Nombre d'angles	10		48	
Durée d'élimination des symétries (sec)	0.00		0.00	
	Taille	Temps	Taille	Temps
Glouton	1	0.00	4	0.00
Recuit Simulé	1	0.00	4	0.00
Brute force	1	0.00	4	0.00
MIP	1	0.00	4	0.00



15x15
1 Feu

Instances et résultats

Nombre d'angles	10	
Durée d'élimination des symétries (sec)	0.00	
	Taille	Temps
Glouton	6	0.00
Recuit Simulé	6	0.00
Brute force	6	0.00
MIP	6	0.00



20x20
2 Feux

Instances et résultats

Nombre d'angles	10	
Durée d'élimination des symétries (sec)	0.00	
	Taille	Temps
Glouton	4	0.00
Recuit Simulé	4	0.00
Brute force	4	0.00
MIP	4	0.00



50x50
1 Feu

Instances et résultats

Nombre d'angles	10		13		14		33	
Durée d'élimination des symétries (sec)	0.01		0.02		0.02		0.11	
	Taille	Temps	Taille	Temps	Taille	Temps	Taille	Temps
Glouton	8	0.00	9	0.00	9	0.00	11	0.00
Recuit Simulé	8	0.00	9	0.00	9	0.00	11	0.40
Brute force	8	0.24	9	20.9	9	57.3	-	-
MIP	8	0.00	9	0.00	9	0.00	10	0.01



50x50
3 Feux

Instances et résultats

Nombre d'angles	50		700	
Durée d'élimination des symétries (sec)	0.09		3.34	
	Taille	Temps	Taille	Temps
Glouton	6	0.00	8	0.01
Recuit Simulé	6	0.11	7	7.54
Brute force	5	8.67	-	-
MIP	5	0.01	6	0.06



100x100
2 Feux

Instances et résultats

Nombre d'angles	150		200	
Durée d'élimination des symétries (sec)	13.5		25.1	
	Taille	Temps	Taille	Temps
Glouton	14	0.00	14	0.01
Recuit Simulé	12	1.76	12	7.47
Brute force	-	-	-	-
MIP	12	0.06	12	0.06



486x421
3 Feux

Instances et résultats

Nombre d'angles	30		150	
Durée d'élimination des symétries (sec)	2.35		48.8	
	Taille	Temps	Taille	Temps
Glouton	18	0.00	22	0.00
Recuit Simulé	17	0.00	20	0.02
Brute force	-	-	-	-
MIP	16	0.05	19	0.20




789x1388

4 Feux



Merci pour votre attention

Avez-vous des questions ?



Déborah Nash, Lin Hirwa Shema, Lucas Villenave, Martin Debouté

UE Algorithmique Appliquée - 2022-2023

**université
de BORDEAUX**