Contents

1 computational complexity

1.1 def: problema in computer science

un problema π é una relazione

$$\pi \subseteq I_\pi \times S_\pi$$

dove:

- $I_\pi =$ insieme delle istanze di input del problema
- $S_\pi =$ insieme delle soluzioni del problema

1.2 tipologie di problema

- decisione
  - si verifica se una data proprietá é valida per un determinato input
  - $S_\pi = \{true, false\}$ o semplicemente $S_\pi = \{0, 1\}$ e la relazione $\pi \subseteq I_\pi \times S_\pi$ corrisponde ad una funzione

    $$f : I_\pi \to \{0, 1\}$$

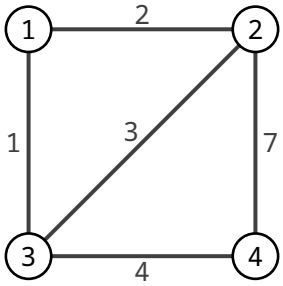
  - esempi: soddisfacibilitá, test di connettivitá di un grafo, etc....
- ricerca
  - data un'istanza $x \in I_\pi$, si chiede di determinare una soluzione $y \in S_\pi$ tale che la coppia $(x, y) \in \pi$ appartengono alla relazione che definisce il problema
  - esempi: soddisfacibilitá, clique, vertex cover, nei quali chiediamo in output un assegnamento di verita' soddisfacente, rispettivamente una clique o un vertex cover, invece di semplicemente "si" o "no"
- ottimizzazione
  - data un'istanza $x \in I_\pi$, si chiede di determinare una soluzione $y \in S_\pi$ ottimizzando una data misura della funzione costo
  - esempi: min spanning tree, max SAT, max clique, min vertex cover, min TSP, etc....

1.3 complessitá degli algoritmi e dei problemi

- espressa in funzione della taglia dell'input (denotata come $|x|, \forall x \in I_\pi$)
- taglia dell'istanza x
  - quantitá di memoria necessaria a memorizzare x in un computer
  - lunghezza $|x|_c$ della stringa che codifica x in un particolare codice naturale $c : I_\pi \to \Sigma$, dove Σ é l'alfabeto del codice c
- codice naturale
  - conciso: le stringhe che codificano le istanze non devono essere ridondanti o allungate inutilmente
  - numeri espressi in base ≥ 2

1.4 esempio

- istanza: grafo G



- codice per G
  - $\Sigma = \{\{, \}, , , 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ (simboli)
  - $c(G) = \{1, 2, 3, 4, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{3, 4\}, 2, 1, 3, 7, 4\}$
    - $\{1, 2, 3, 4\}$ (nodi)
    - $\{\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{3, 4\}\}$ (archi)
    - $\{2, 1, 3, 7, 4\}$ (pesi)
  - $|G|_c = 49$

1.5 def: tempo di esecuzione dell'algoritmo A

sia $t_A(x)$ il tempo di esecuzione dell'algoritmo A per l'input x_i, allora il tempo di esecuzione nel caso peggiore di A é:

$$T_A(n) = \max\{t_A(x) \mid |x| \leq n\}, \quad \forall n > 0$$

1.6 def: complessitá temporale dell'algoritmo A

l'algoritmo A ha complessitá temporale

- $O(g(n))$ se $T_A(n) = O(g(n))$, ovvero

$$\lim_{n\to\infty} \frac{T_A(n)}{g(n)} \leq c, \text{ per una costante } c > 0$$

- $\Omega(g(n))$ se $T_A(n) = \Omega(g(n))$, ovvero

$$\lim_{n\to\infty} \frac{T_A(n)}{g(n)} \geq c, \text{ per una costante } c > 0$$

- $\Theta(g(n))$ se $T_A(n) = \Theta(g(n))$, ovvero

$$T_A(n) = \Omega(g(n)) \text{ e } T_A(n) = O(g(n))$$

1.7 def: complessitá di un problema

optimization problems body

approximation body

greedy body

local search body

rounding body

primal dual body

dynamic programming body

approximation schemes body

alternative approaches body

social networks and bibliography body

centrality measures body

spectral analysis and prestige index body

link analysis body

web structure body

search and advertising body

matching markets body

auctions body

vcg mechanism body

gsp mechanism body