

Exercice 1

Le tableau ci-dessous reprend les valeurs correspondant à l'âge de 5 enfants (variable X_i) et le score qu'ils ont obtenu à un test d'évaluation du stress (score compris entre 0 et 10, où 0 traduit une absence totale de stress, et 10 traduit un stress extrême ; Y_i).

i	X_i	Y_i	X_i^2	Y_i^2	$X_i - Y_i$	$X_i Y_i$
1	$X_1 = 13$	$Y_1 = 9$	169	81	4	117
2	$X_2 = 9$	$Y_2 = 3$	81	9	6	27
3	$X_3 = 11$	$Y_3 = 5$	121	25	6	55
4	$X_4 = 14$	$Y_4 = 2$	196	4	12	28
5	$X_5 = 8$	$Y_5 = 1$	64	1	7	8

1. Calculez les sommes suivantes et placez les formules et les réponses dans le tableau ci-dessus.

Formule	Détail du calcul	Réponse finale
$\sum_{i=1}^5 X_i$	13+9+11+14+8	55
$\sum_{i=1}^5 Y_i$	9+3+5+2+1	20
$\sum_{i=1}^5 X_i^2$	169+81+121+196+64	631
$\left(\sum_{i=1}^5 X_i\right)^2$	$(13+9+11+14+8)^2 = 55^2$	3025
$\sum_{i=1}^5 (X_i - Y_i)$	4+6+6+12+7	35
$\sum_{i=1}^5 X_i - \sum_{i=1}^5 Y_i$	55-20	35
$\sum_{i=1}^5 X_i Y_i$	117+27+55+28+8	235
$\sum_{i=1}^5 X_i \sum_{i=1}^5 Y_i$	55×20	1100

Remarque : vous constaterez que $\sum (X - Y) = \sum X - \sum Y$

2. Indiquez la formule mathématique (sous forme « sigma » et sous forme développée) qui traduirait chacune des expressions suivantes :

Formule	Formule sigma	Formule développée	Réponse finale
La somme des scores de stress, pour tous les sujets	$\sum_{i=1}^n Y_i$	$Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4 + Y_5$	20
La somme des âges, pour les sujets 3 à 5	$\sum_{i=3}^n X_i$	$X_3 + X_4 + X_5$	33
La somme des âges, pour les sujets 1 à 4	$\sum_{i=1}^4 X_i$	$X_1 + X_2 + X_3 + X_4$	47
Le score moyen de stress, pour tous les sujets	$\frac{\sum_{i=1}^n Y_i}{n}$	$\frac{Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4 + Y_5}{5}$	4
L'âge moyen pour les sujets 2 à 4	$\frac{\sum_{i=3}^5 X_i}{3}$	$\frac{X_3 + X_4 + X_5}{3}$	11

3. Développez les sommes suivantes

Formule	Détail du calcul	Réponse finale
$\sum_{i=1}^5 (X_i - 3)^2$	$(13-3)^2 + (9-3)^2 + (11-3)^2 + (14-3)^2 + (8-3)^2$	346
$\sum_{i=1}^5 \left(Y_i - \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 Y_i \right)$	$(9-4) + (3-4) + (5-4) + (2-4) + (1-4)$	0