

# CHAPITRE 5

RELATION ENTRE DEUX VARIABLES CONTINUES:  
LE COEFFICIENT R DE PEARSON

# INTRODUCTION

- Étudier UNE variable à la fois = **statistique univariée**.
- Étudier le comportement simultané de DEUX variables = **statistique bivariée**.

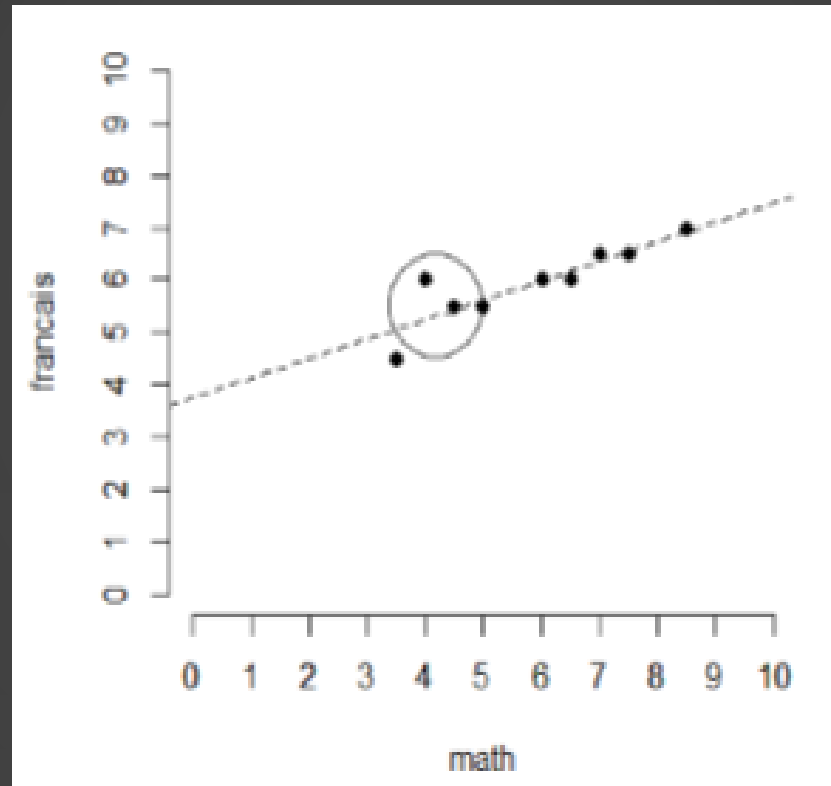
## EXEMPLE: Y A-T-IL UN LIEN ENTRE LES NOTES AUX COURS DE MATH ET DE FRANÇAIS?

$i$	Math ( $X_i$ )	Français ( $Z_i$ )
1	8.5	7.0
2	4.0	6.0
3	4.5	5.5
4	6.0	6.0
5	3.5	4.5
6	6.5	6.0
7	7.0	6.5
8	5.0	5.5
9	7.5	6.5
10	7.5	6.5

# REPRÉSENTATION GRAPHIQUE

# REPRÉSENTER GRAPHIQUEMENT LA RELATION ENTRE LES COURS DE MATH ET DE FRANÇAIS

- Nuage de points



Le nuage peut-il être simplifié par une droite?

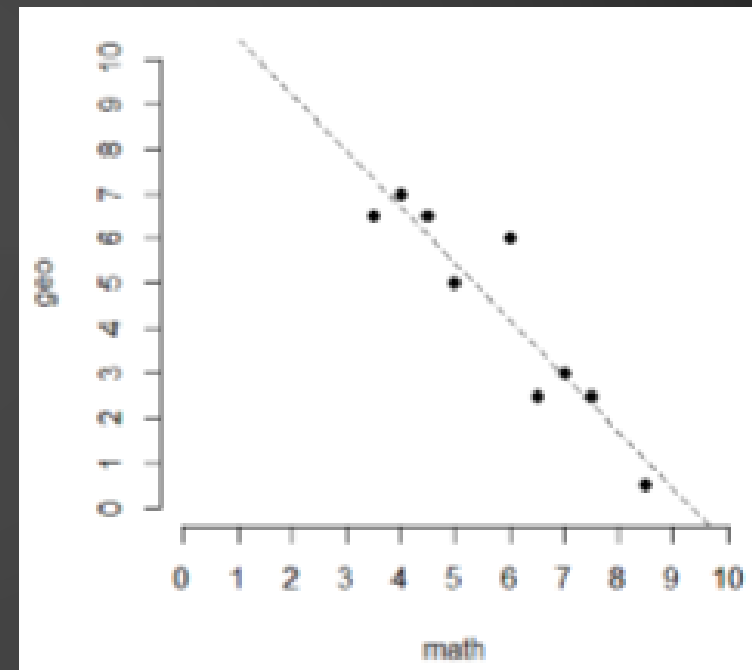


Relation **linéaire**

# REPRÉSENTER GRAPHIQUEMENT LA RELATION ENTRE LES COURS DE MATH ET DE GÉO

$i$	$\text{math}(X_i)$	$\text{geographie}(W_i)$
1	8.5	0.5
2	4.0	7.0
3	4.5	6.5
4	6.0	6.0
5	3.5	6.5
6	6.5	2.5
7	7.0	3.0
8	5.0	5.0
9	7.5	2.5
10	7.5	2.5

Nuage de points



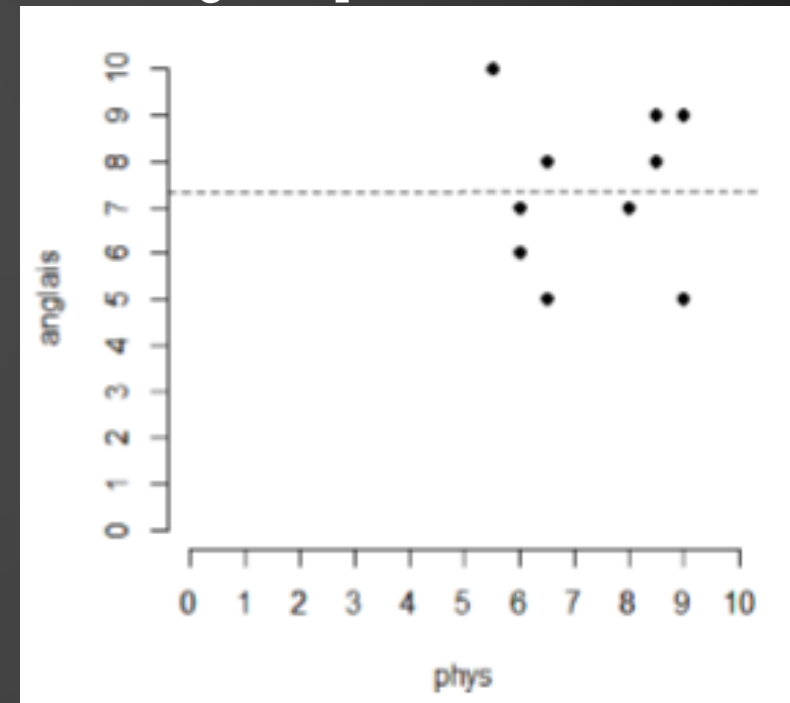
Relation **linéaire**

# REPRÉSENTER GRAPHIQUEMENT LA RELATION ENTRE LES COURS D'ÉDUCATION PHYSIQUE ET D'ANGLAIS

$i$	education physique ( $V_i$ )	Anglais ( $V_i$ )
1	5.5	10
2	9.0	5
3	6.0	6
4	6.0	7
5	6.5	5
6	6.5	8
7	8.0	7
8	8.5	9
9	8.5	8
10	9.0	9

**ERRATUM:** même lettre pour anglais et éducation physique

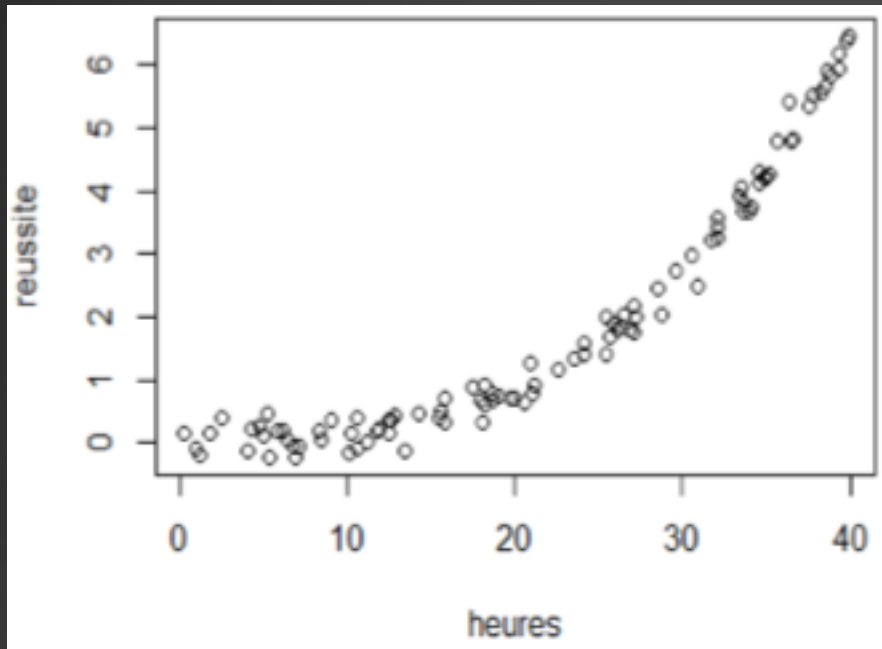
Nuage de points



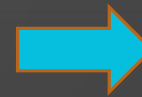
Pas de relation



# RELATION ENTRE LE NOMBRE D'HEURES D'ÉTUDES ET LA RÉUSSITE



Le nuage peut-il être simplifié par une droite?



Relation **non linéaire**



# REPRÉSENTATION ALGÈBRIQUE DE LA RELATION LINÉAIRE

## RAPPEL CALCULER LA MOYENNE ET L'ÉCART-TYPE DES DEUX SÉRIES SUIVANTES:

$i$	Math ( $X_i$ )	Français ( $Z_i$ )
1	8.5	7.0
2	4.0	6.0
3	4.5	5.5
4	6.0	6.0
5	3.5	4.5
6	6.5	6.0
7	7.0	6.5
8	5.0	5.5
9	7.5	6.5
10	7.5	6.5

- $\bar{X}=6$

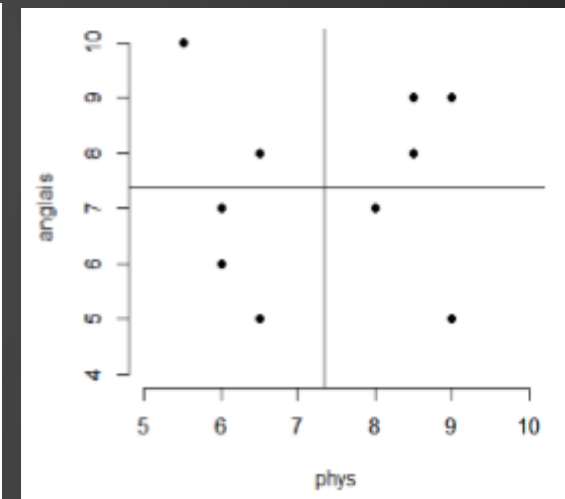
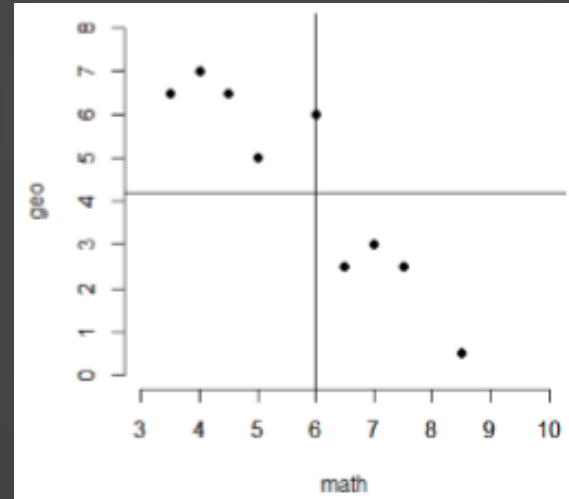
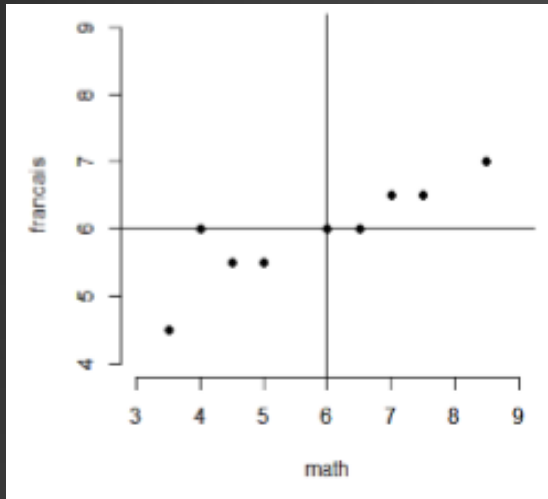
- $\bar{Y}=6$

- $S_X^2 = 2.55$

- $S_Y^2 = 2$

# CALCUL DE LA COVARIANCE ENTRE DEUX COURS

$$S_{XY} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{n}$$




## LIMITE DE LA COVARIANCE

$$S_{XY} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{n}$$

- Mesurez la relation entre la longueur et la largeur des 5 objets suivants:

Objet	Longueur	Largeur
1	2	1
2	4	3
3	6	4
4	8	7
5	10	8
<b>Moyenne:</b>	<b>6</b>	<b>4,6</b>

  $S_{XY} = 72000$

## LIMITE DE LA COVARIANCE

$$S_{XY} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{n}$$

- Mesurez la relation entre la longueur et la largeur des 5 objets suivants:

Objet	Longueur	Largeur
1	200	100
2	400	300
3	600	400
4	800	700
5	1000	800
<b>Moyenne:</b>	<b>600</b>	<b>460</b>

  $S_{XY} = 7,2$

# LIMITES DE LA COVARIANCE

- On étudie deux fois les 5 mêmes objets → la relation entre  $l$  et  $L$  est donc la même
    - Pourtant, la mesure de covariance diffère
- La mesure de covariance dépend de l'**unité de mesure**



# SOLUTION = CORRÉLATION

- Mesure standardisée de la covariance
- Mesure comprise entre -1 et 1

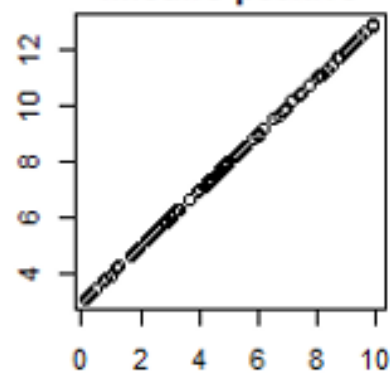
$$r_{XY} = \frac{s_{XY}}{s_X s_Y}$$

Objet	Longueur	Largeur
1	2	1
2	4	3
3	6	4
4	8	7
5	10	8
<b>Moyenne:</b>	<b>6</b>	<b>4,6</b>

Objet	Longueur	Largeur
1	200	100
2	400	300
3	600	400
4	800	700
5	1000	800
<b>Moyenne:</b>	<b>600</b>	<b>460</b>

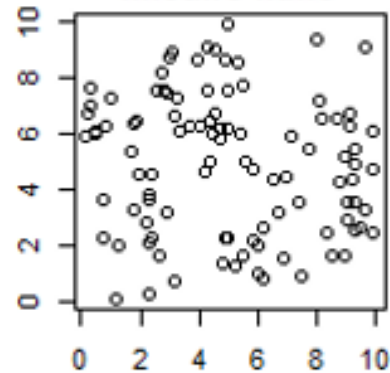
Corrélation identique dans les deux cas = 0,988

linéaire positive

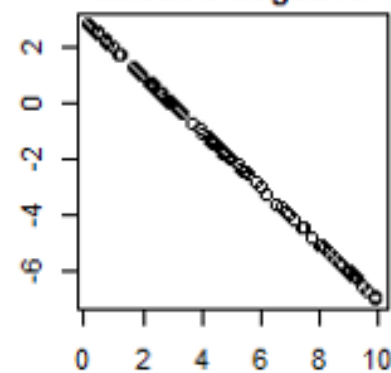


parfaite

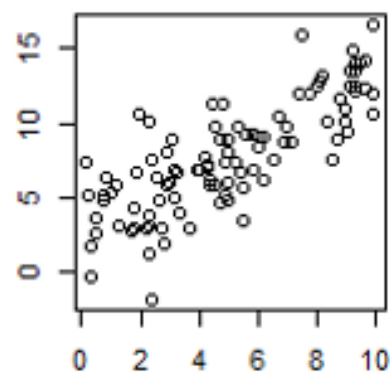
linéaire nulle



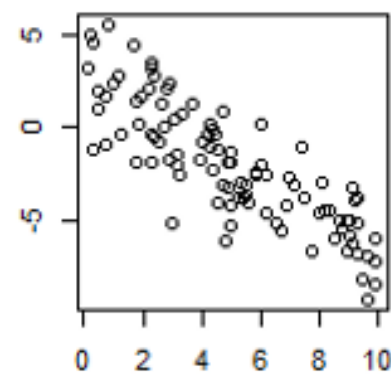
linéaire négative



parfaite



non parfaite



non parfaite