1) Ej. 6 TP Síntesis de Cuadripolos)

Sintetizar un cuadripolo que cumpla con los siguientes parámetros:

$$Y_{11} = \left.\frac{I1}{V1}\right|_{V_2=0} = \frac{3s.(s^2+7/3)}{(s^2+2)(s^2+5)}$$

$$Y_{21} = \left.\frac{I2}{V1}\right|_{V_2=0} = \frac{s.(s^2+1)}{(s^2+2)(s^2+5)}$$

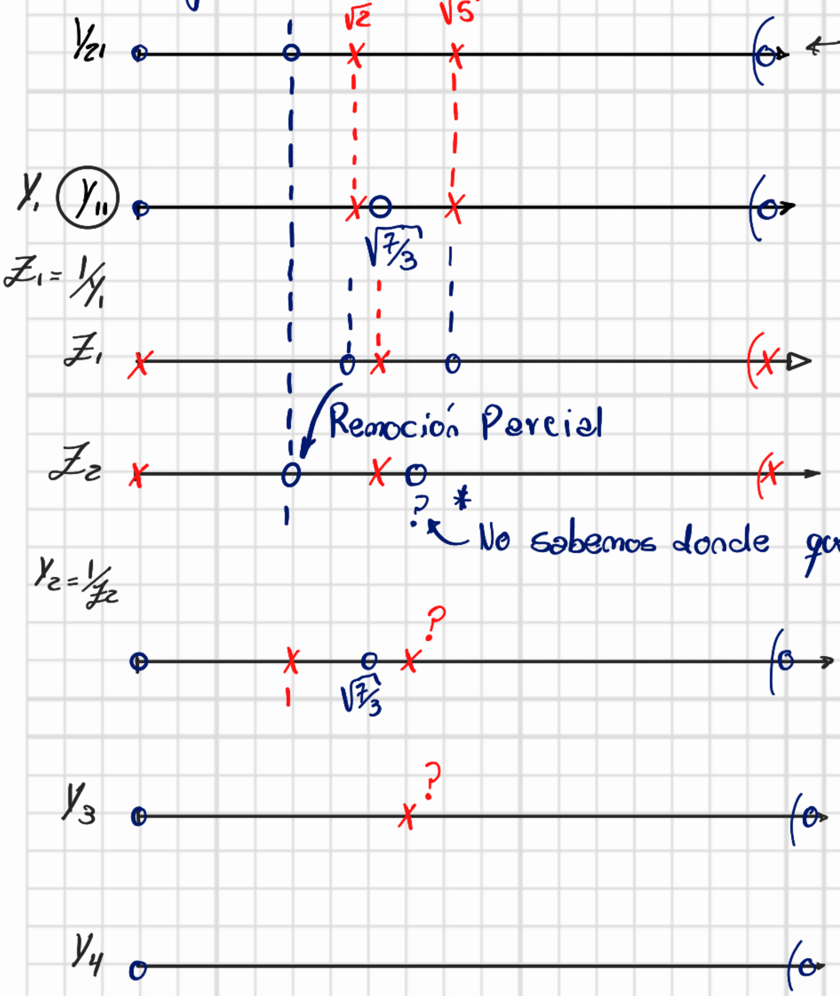
a) Obtener la topología mediante la **síntesis gráfica**, es decir la red sin valores.
b) Calcular el valor de los componentes, es decir la **síntesis analítica.**
c) Verificar los parámetros en el cuadripolo sintetizado.

Y_{21} es un parametro de transferencia, por lo que nos da algunas pistas.

$$Y_{21} = \frac{s(s^2+1)}{(s^2+2)(s^2+5)}$$ ← Nos obliga a remover un polo en cero y en $j1$

$$Y_{11} = \frac{3s(s^2+\frac{7}{3})}{(s^2+2)(s^2+5)}$$ ← Por el momento no aporta mucha info.

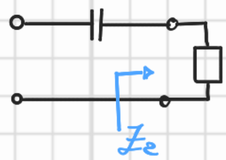
Método gráfico



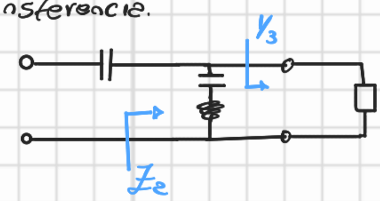
← Es muy importante ese cero en las transferencias.

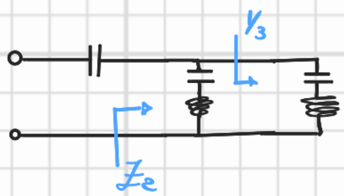
← Verifica alternancia. ✓

* Del método analítico obtenemos la frecuencia de este cero/polo



Ahora retiramos el polo en 1 para asegurar el cero en la transferencia.

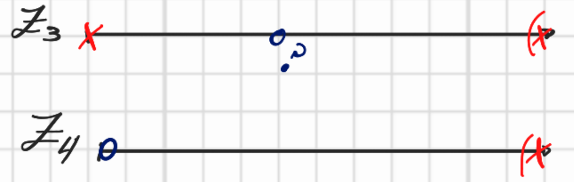


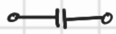


Como Y_{21} se mide con $V_2=0$ => El último elemento en derivación no participa.

Entonces en lugar de remover el polo en Y_3

Pasamos a Z_3 y removemos en cero ó en infinito.

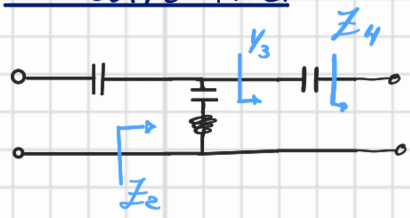


Si removemos en cero ⇒ 

en inf. ⇒ 

↑ Necesitamos último elemento en serie.

Circuito final



Método analítico

$$Y_{11} = \frac{3s(s^2+7/3)}{(s^2+2)(s^2+5)} \Rightarrow Z_1 = \frac{1}{Y_{11}} = \frac{(s^2+2)(s^2+5)}{3s(s^2+7/3)}$$

Remoción parcial de un polo en el origen:

$$Z_2 = Z_1 - \frac{k_0}{s}\Big|_{s=j1} = 0 \Rightarrow Z_1 \cdot s = k_0 \Rightarrow k_0 = \frac{(s^2+2)(s^2+5)}{3\cancel{s}(s^2+7/3)} \cdot \cancel{s}$$

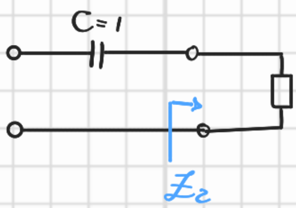
$$k_0 = \frac{(-1+2)(-1+5)}{-3+7} = \boxed{1 = k_0}$$

$$Z_2 = \frac{(s^2+2)(s^2+5)}{3s(s^2+7/3)} - \frac{1}{s} = \frac{s^4 + \cancel{7s^2}^{\,4} + \cancel{10}^{\,3} - \cancel{3s^2} - \cancel{7}}{3s(s^2+7/3)}$$

$$Z_2 = \frac{s^4+4s^2+3}{3s(s^2+7/3)}$$

$$Y_2 = \frac{1}{Z_2} = \frac{3s(s^2+7/3)}{(s^2+1)(s^2+3)}$$

Circuito:



Retiramos polo finito en $j1$

$$Y_3 = Y_2 - \frac{2k_i s}{s^2+1}\Big|_{s^2\to -1} \Rightarrow 2k_i = \frac{3\cancel{s}(s^2+7/3)\ \cancel{(s^2+1)}}{\cancel{(s^2+1)}(s^2+3)\cdot \cancel{s}} \Rightarrow 2k_i = \frac{-3+7}{-1+2} = \frac{4}{2} = \boxed{2 = 2k_i}$$

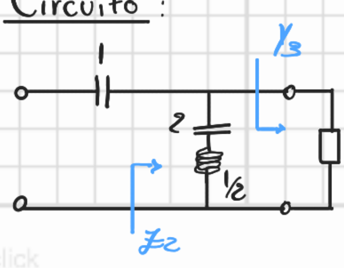
$$\frac{2s}{s^2+1} = \frac{1}{\frac{s}{2} + \frac{1}{2s}} \quad C=2 \quad L=1/2$$

$$Y_3 = \frac{3s(s^2+7/3)}{(s^2+1)(s^2+3)} - \frac{2s}{s^2+1}$$

$$Y_3 = \frac{\cancel{3}s^3 + \cancel{7}s - \cancel{2s^3} - \cancel{6s}}{(s^2+1)(s^2+3)} = \frac{s\cancel{(s^2+1)}}{\cancel{(s^2+1)}(s^2+3)} = \frac{s}{(s^2+3)} = Y_3$$

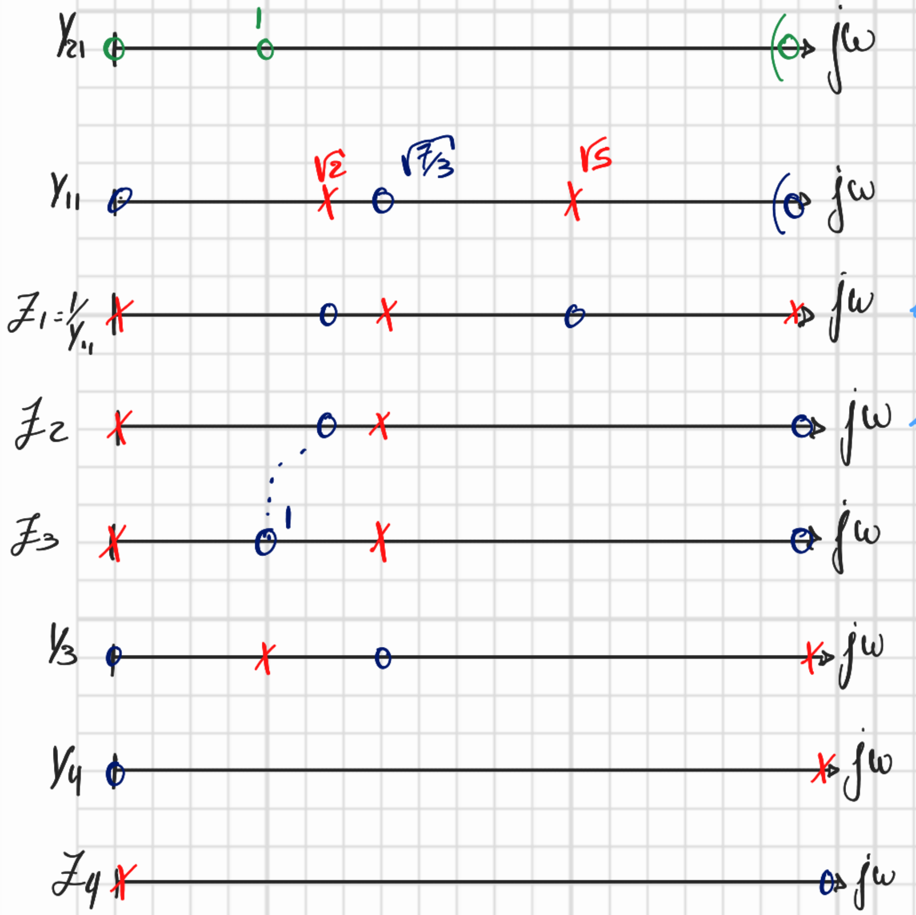
$$Z_3 = \frac{1}{Y_3} = \frac{s^2+3}{s}$$

Circuito :



Removemos polo en cero :

Despues de hacer todo esto, me di cuenta que me olvidé el cero en infinito, por lo que vuelvo a empezar.

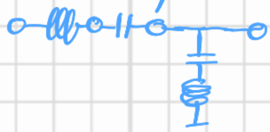


Ceros necesarios.

← Remuevo en inf. =>

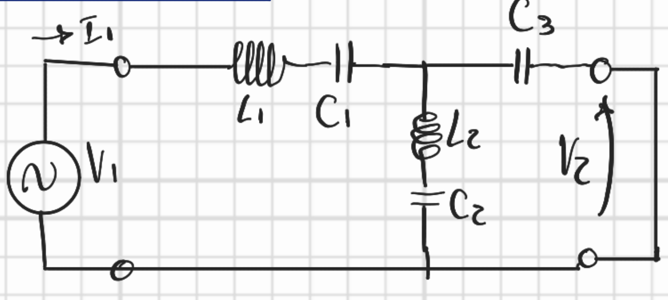
← Remuevo parcial en cero

← Remuevo polo finito



← Remuevo en cero para terminar con cap. en serie.

Circuito final



$$\frac{1}{Y_{11}} = \frac{(s^2+2)(s^2+5)}{3s(s^2+7/3)} \Rightarrow Z_2 = \frac{1}{Y_{11}} - k_\infty \cdot s \Rightarrow k_\infty = \lim_{s^2 \to \infty} \frac{1}{Y_{11}} \cdot \frac{1}{s} = \frac{1}{3}$$

$$Z_2 = \frac{1}{Y_{11}} - \frac{s}{3} = \frac{\frac{14}{3}s^2 + 10}{3s(s^2+7/5)}$$

$$Z_3 = Z_2 - \frac{k_0}{s} \Rightarrow k_0 = \lim_{s^2 \to -1} Z_2 \cdot s$$

$$\boxed{k_0 = \frac{4}{3}}$$

Creado con paper.click

$$Z_3 = \frac{2}{9}\,\frac{s^2+1}{s(s^2+7/3)} \quad ; \quad Y_3 = \frac{1}{Z_3} = \frac{2}{9}\,\frac{s(s^2+7/3)}{s^2+1}$$

$$Y_4 = Y_3 - \frac{2k_1 \cdot s}{s^2+1} \Rightarrow 2k_1 = \lim_{s^2 \to -1} \frac{Y_3 \cdot (s^2+1)}{s} = 6 \Rightarrow \boxed{2k_1 = 6}$$

$$Y_4 = \frac{9}{2}\,s$$

Verifica con python.

2) Sintetizar un cuadripolo que implemente la siguiente transferencia de tensiones en vacío:

$$\left.\frac{V_2}{V_1}\right|_{I_2=0} = \frac{(s^2+2)(s^2+9)}{(s^2+1)(s^2+3)}$$

a) Obtener la topología mediante la **síntesis gráfica**, es decir la red sin valores.
b) Calcular el valor de los componentes, es decir la **síntesis analítica.**
c) Verificar los parámetros en el cuadripolo sintetizado.

$$Z_{11} = \left.\frac{V_1}{D}\right|_{i_2=0}$$

$$Z_{21} = \left.\frac{V_2}{D}\right|_{i_2=0}$$

$$Z_{11} = \frac{(s^2+1)(s^2+3)}{D}$$

$$Z_{21} = \frac{(s^2+2)(s^2+9)}{}$$

Necesito alternancia

$\Rightarrow$ Propongo $D = s(s^2+2)$

Con esa D propuesta tengo polo en infinito.

$D = (s^2+2)(s^2+4)$

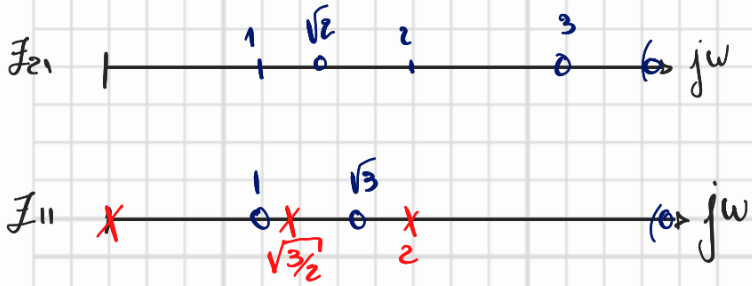
Restricciones para D:

- Debe ser polinomio impar.
- Debe generar cero en ∞ para el parámetro de transferencia.
- Debe ser alternante en la función exitación.

Propongo: $D(s) = (s^2+\frac{5}{2})(s^2+4)\,s$

$$Z_{11} = \frac{(s^2+1)(s^2+3)}{s(s^2+\frac{3}{2})(s^2+4)}$$

$$Z_{21} = \frac{(s^2+2)(s^2+9)}{s(s^2+\frac{3}{2})(s^2+4)}$$



[Debemos generar cero en $j\sqrt{2}$ y $j3$

$\boxed{I_2 = 0 \Rightarrow \text{Último elemento en derivación}}$

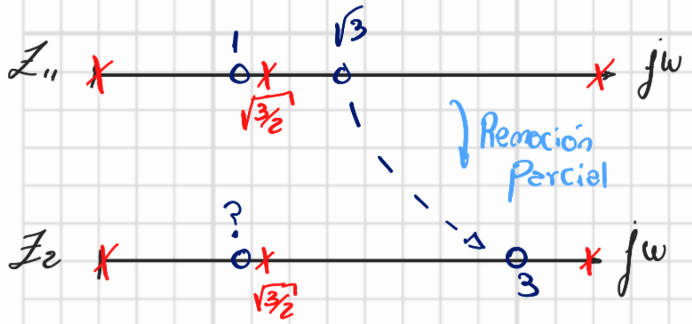
$\boxed{\text{Exitación} = V_1 \Rightarrow \text{Primer elemento serie}}$

Propongo otro D

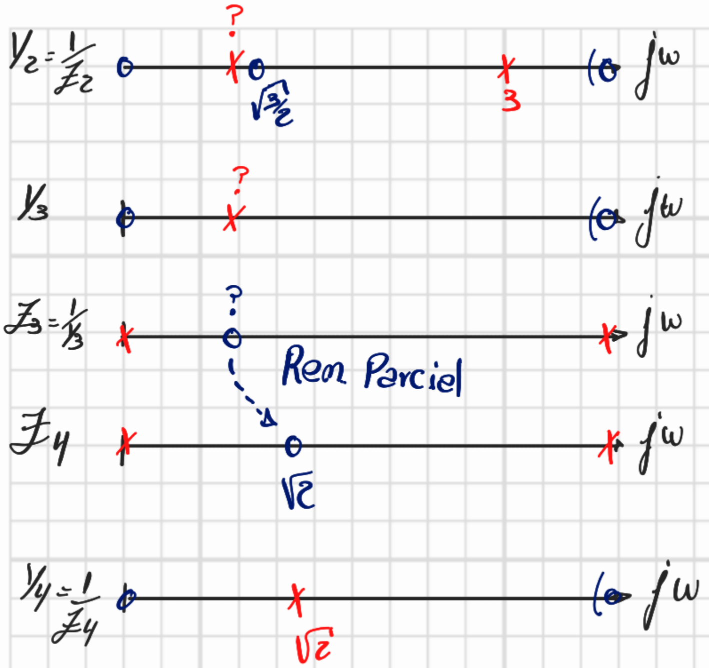
$D = s(s^2+3/2)$

[Para cumplir necesito remover en $Z \to 0$ o en $Z \to \infty$

[Pero este me genera un cero en cero para la transf.



ahora si puedo retirar en $Z \to \infty$

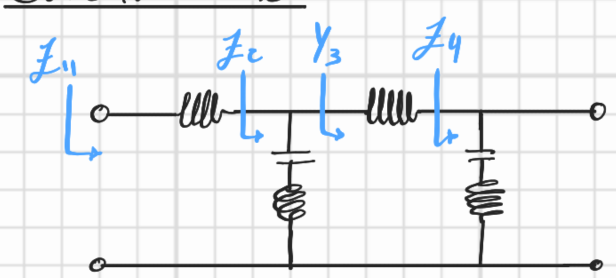


← Removemos el polo en 3 para obtener el cero en la transf.

← Sabemos que este cero esta antes de $\sqrt{3/2}$ ⇒ Para moverlo a $\sqrt{2}$ haremos remoción parcial en infinito.

En este punto al remover en $\sqrt{2}$ cumplimos 2 propositos, terminar en derivación y obtener el cero en la transf.

Circuito final



Método analítico

$$Z_2 = Z_{11} - h_{1\infty} \cdot s \Big|_{s^2 \to -9} = 0 \Rightarrow h_{1\infty} = \frac{\overbrace{(s^2+1)(s^2+3)}^{Z_{11}}}{s \cdot s(s^2+\frac{3}{2})}$$

$$\boxed{h_{1\infty} = \frac{32}{45}} \Rightarrow Z_2 = \frac{(s^2+1)(s^2+3)}{s(s^2+\frac{3}{2})} - \frac{32}{45} s = \boxed{\frac{(s^2+9)(s^2+15/13)}{s(s^2+3/2)} = Z_2}$$

$L = \frac{32}{45}$

$$\frac{(s^2+1)(s^2+3)}{s(s^2+\frac{3}{2})} - \frac{32}{45} s = \frac{s^4+4s^2+3 - \frac{32}{45}s^4 - \frac{16}{15}s^2}{s(s^2+\frac{3}{2})} = Z_2$$

$$s^3 + \frac{3}{2}s$$

$$Z_2 = \frac{\frac{13}{45}s^4 + \frac{44}{15}s^2 + 3}{s(s^2+3/2)} = \frac{13}{45} \cdot \frac{s^4 + \frac{132}{13}s^2 + \frac{135}{13}}{s(s^2+3/2)}$$

$$\boxed{Z_2 = \frac{13}{45} \frac{(s^2+9)(s^2+\frac{15}{13})}{s(s^2+3/2)}}$$

Técnica para encontrar los ceros ⇒ Evaluar en el cero que buscamos, si no da cero ⇒ Hicimos algo mal. Si da cero ⇒ $\$^4 + a\$^2 + b$

a = suma b = producto

$$Z_2 = \frac{13}{45}\,\frac{(\$^2+9)(\$^2+\frac{15}{13})}{\$(\$^2+\frac{3}{2})} \Rightarrow Y_2 = \frac{1}{Z_2} = \frac{45}{13}\,\frac{\$(\$^2+\frac{3}{2})}{(\$^2+9)(\$^2+\frac{15}{13})}$$

Retiramos polo finito en $j3$

$$Y_3 = Y_2 - \frac{2k_i\$}{\$^2+9}\Bigg|_{\$^2\to-9} \Rightarrow \qquad 2k_i = \frac{45}{13}\,\frac{(\$^2+\frac{3}{2})}{(\$^2+\frac{15}{13})}\Bigg|_{\$^2\to-9} = \boxed{\frac{225}{68}\ 2k_1}$$

$$\frac{225\$}{68\$^2+612} = \frac{1}{\frac{68\$}{225}+\frac{68}{25\$}} \Rightarrow C = \frac{25}{68}$$

$L = \frac{68}{225}$

$$Y_3 = \frac{45}{13}\,\frac{\$(\$^2+\frac{3}{2})}{(\$^2+9)(\$^2+\frac{15}{13})} - \frac{225}{68}\,\frac{\$}{\$^2+9} = \frac{3060(\$^3+\$\cdot\frac{3}{2})-2925(\$^3+\frac{15}{13}\$)}{884(\$^2+9)(\$^2+\frac{15}{13})}$$

$$Y_3 = \frac{135\$^3+1215\$}{884(\$^2+9)(\$^2+\frac{15}{13})} = \frac{135\$\cancel{(\$^2+9)}}{884\cancel{(\$^2+9)}(\$^2+\frac{15}{13})} = \boxed{\frac{135}{884}\,\frac{\$}{(\$^2+\frac{15}{13})} = Y_3}$$

Remoción parcial en ∞

$$Z_4 = Z_3 - k\$\Big|_{\$^2=-2} = 0 \Rightarrow k_3 = \frac{884}{135}\,\frac{\$^2+\frac{15}{13}}{\$^2}\Bigg|_{\$^2\to-2} = \frac{374}{135}$$

$$k_3 = \frac{374}{135} \Rightarrow \boxed{L = \frac{374}{135}}$$

$$Z_4 = \frac{135}{884}\,\frac{\$^2+\frac{15}{13}}{\$} - \frac{374}{135}\$ = \frac{273375\$^2 + \frac{273375}{13} - 330616\$^2}{135\cdot 884(\$)}$$

$$Z_4 = \frac{\$^2+2}{\$}$$ ← Último tanque en derivación

$$Y_4 = \frac{\$}{\$^2+2} = \frac{1}{\$+\frac{2}{\$}} \qquad \frac{1}{\frac{1}{Y_L}+\frac{1}{Y_C}} \qquad Y_L = \frac{1}{L\$} \qquad Y_C = C\$$$

($\$$ = $1/Y_L$, $\frac{2}{\$}$ = $1/Y_C$)

$\boxed{C = 1}$

$\frac{1}{1/C} = \frac{2}{\$} \Rightarrow 1/C = \frac{1}{2}\$ \Rightarrow \boxed{C = 1/2}$