



Guía 1

Fecha recomendada de finalización: Viernes 23 de marzo de 2018

Problema 1

El agua de un lago de zonas templadas, al igual que el líquido en un reactor de procesos químicos, está térmicamente estratificada. Cerca de la superficie el agua es tibia y liviana (epilimnion) y en el fondo más fría y densa (hipolimnion). Ambas capas están separadas, aproximadamente, por un plano conocido por thermocline, donde la derivada segunda de la temperatura respecto de la profundidad se hace cero (o la derivada primera tiene su máximo). A esta profundidad el flujo de calor de la superficie al fondo de la capa se puede calcular con la ley de Fourier,

$$J = -k \frac{dT}{dz}$$

Dados los datos de la tabla siguiente, correspondientes a la temperatura del líquido de un reactor en función de la profundidad, realice un ajuste de la temperatura y de su derivada en función de la profundidad usando el método de splines, Encuentre la posición aproximada de la thermocline y calcule el flujo de calor a través de la interfaz (tome $k = 0.01 \text{ cal}/(\text{s cm } ^\circ\text{C})$)

z(m)	0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
T (C)	70	68	55	22	13	11	10

Problema 2:

Evalúe, utilizando los métodos de Euler, de Heun y de Runge Kutta de cuarto orden, la ecuación diferencial

$$\frac{dy}{dx} = 4e^{0.8x} - 0.5y$$

con la condición de contorno $y(0) = 2$, desde $x = 0$ hasta $x = 4$, con varios tamaños de paso. Compare la exactitud de los diferentes métodos con el resultado exacto en $x = 4$. Grafique este error en función del esfuerzo de cálculo realizado (cantidad de veces que tuvo que evaluar la función). Compare la soluciones numéricas obtenidas, $y(x)$, con la solución teórica

$$y(x) = \frac{4}{1.3} (e^{0.8x} - e^{-0.5x}) + 2e^{-0.5x}$$