

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI SALERNO

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE ED ELETTRICA E MATEMATICA
APPLICATA



Relazione di progetto

Controllo del Lunar Lander

Advanced Control

Candidato:
Marco De Gregorio
Mat. 0622701865

ANNO ACCADEMICO 2022/2023

Indice

1	Scenario	2
1.1	Descrizione del sistema	2
1.2	Task e requisiti di controllo	2
1.3	Sistema ISU	3
2	Analisi del sistema	3
3	Proposta di controllo	3
3.1	Dinamiche Interne e sistema ISU lineare	4
4	Risultati	4
5	Appendice	5
5.1	Piani delle fasi	5
5.2	Feedback Linearization	6
5.2.1	Analisi del sistema a ciclo chiuso	7
5.2.2	Raggiungibilità e Osservabilità	7
5.3	Risultati con Osservatore	8
5.3.1	Pole Placement	9
5.3.2	LQR	11
5.4	Risultati con Osservatore e azione integrale	13
5.4.1	Pole Placement	13
5.4.2	LQR	15
5.5	Risultati confronto tra Osservatore e Filtro di Kalman	17
5.6	Trajectory Planner for y	19
5.7	Sviluppi futuri	20

1 Scenario

1.1 Descrizione del sistema

Il sistema proposto che dovrà essere controllato è il Lunar Lander, descritto da un modello[1] a tre equazioni differenziali che ne esplicitano la dinamica in due dimensioni.

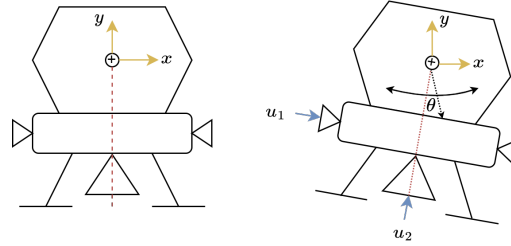


Figura 1: Sistema fisico Non lineare del lunar lander.

Il controllo della navicella è effettuato tramite due ingressi (due forze) u_1 e u_2 che permettono il movimento lungo i 3 gradi di libertà descritti dalle equazioni

$$\begin{cases} m\ddot{x} = u_1\cos\theta - u_2\sin\theta - c\dot{x} \\ m\ddot{y} = u_1\sin\theta + u_2\cos\theta - mg - c\dot{y} \\ J\ddot{\theta} = 4u_1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \ddot{y} = \frac{1}{m}(u_1\sin\theta + u_2\cos\theta - mg - c\dot{y}) \\ \ddot{\theta} = 4\frac{u_1}{J} \end{cases}$$

Per semplificare il sistema, senza perdere di generalità, consideriamo solo la dinamica relativa all'asse y e alla rotazione della navicella dovuta al movimento lungo θ isolando le due variabili di accelerazione. I parametri presenti nel modello matematico proposto sono presentati nella **Tabella 1**.

Dato	Valore	Nome
Massa	$15000kg$	m_l
Massa del carburante	$8000kg$	m_c
Momento di inerzia	$100000kg \cdot m^2$	J
Costante gravitazionale	$1.62m/s^2$	g

Tabella 1: Tabella dei dati del lunar lander

Con m denotiamo la massa totale del sistema, cioè, la somma della massa della navicella $15000kg$ e la massa del carburante $8000kg$.

$$m = m_l + m_c = 15000 + 8000 = 23000kg$$

1.2 Task e requisiti di controllo

Il task di controllo che si vuole sviluppare è il **controllo** di un lunar lander e del suo posizionamento a mezz'aria. In particolare quello che si vuole garantire è:

- **Tracking di posizione sull'asse y** (la y desiderata sarà una traiettoria da seguire data da un **Trajectory Planner**);
- **Stabilizzare l'angolo θ a 0** (o a qualunque riferimento a gradino desiderato);
- **Eliminare la sovraelongazione** sulla posizione y e sull'angolo θ per garantire un buon tracking (in modo da evitare scontri con il suolo ad esempio);
- **Reiettare il disturbo a gradino**;
- **Garantire un tempo di assestamento** $t_a \leq 35s$ per la posizione y e un tempo di assestamento minore per l'angolo θ .

1.3 Sistema ISU

Innanzitutto costruendo il sistema ISU associato alle equazioni differenziali del sistema si identificano 4 stati essendo presenti due equazioni differenziali del secondo ordine

$$x = [y \quad \theta \quad \dot{y} \quad \dot{\theta}] = [x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4]$$

definendo il sistema come segue:

$$\frac{dx}{dt} = \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \\ \frac{1}{m}(u_1 \sin x_2 + u_2 \cos x_2 - mg - cx_3) \\ 4\frac{u_1}{J} \end{bmatrix} \quad y = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Questa forma sarà utile per analizzare il sistema senza controllo e per applicare un controllo non lineare successivamente.

2 Analisi del sistema

In prima analisi, verifichiamo se è presente un punto di equilibrio (locale o globale) del sistema. Il valore per il quale il sistema è "in quiete" è $\bar{x} = 0$ cioè tutte le variabili di stato sono 0 ponendo i due ingressi $u_1 = 0$ e $u_2 = mg$ (in modo da bilanciare la forza peso che spinge la navicella verso il basso) considerando lo stato iniziale uguale a $x_0 = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$.

Per verificare se il mio punto di equilibrio sia stabile o meno ho costruito i piani delle fasi del sistema con una simulazione come mostrato in **Figura 2**. I risultati sono coerenti con la fisica del sistema poiché se sono presenti condizioni iniziali leggermente diverse dal **nullo** allora il sistema diverge. **Il punto di equilibrio è quindi INSTABILE**. I piani delle fasi sono mostrati nella **Figura 3**.

Il risultato è confermato dall'analisi degli autovalori del sistema con ingressi u_1 e u_2 fissati:

$$\dot{x}(u_1 = 0, u_2 = mg) = \begin{pmatrix} x_3 \\ x_4 \\ \frac{81 \cos(x_2)}{50} - \frac{x_3}{23} - \frac{81}{50} \\ 0 \end{pmatrix} = 0$$

Calcolati i punti di equilibrio, ne consegue che il sistema è **STABILE** solo se non vengono perturbati gli stati x_2, x_3, x_4 . Questo è confermato dagli autovalori ottenuti $(-\frac{1}{23} \quad 0 \quad 0 \quad 0)^T$: solo il primo autovalore è asintoticamente stabile (in quanto ha parte reale negativa), cioè se modifico la posizione iniziale del sistema, la navicella sarà comunque stabile, invece se modificassi uno dei tre stati rimanenti porterei il sistema ad un'instabilità.

3 Proposta di controllo

Data la presenza di un sistema non lineare, uno degli approcci comunemente utilizzati è quello della **Feedback Linearization**. L'utilizzo di questa tecnica comporta una trasformazione di un sistema non lineare in uno equivalente lineare attraverso la cancellazione delle non linearità mediante un cambio di variabili e un opportuno ingresso di controllo detto *equivalente o virtuale*.

L'obiettivo della Feedback Linearization è produrre un sistema linearizzato globalmente.

Il mio obiettivo è ottenere $y^{(r)} = v$, quindi, parto dalla derivata prima e continuo finché non compare il controllo nell'espressione.

$$\dot{y} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$$

La prima derivata è insufficiente in quanto non sono presenti i 2 controllori nell'espressione, quindi procedo con la derivata seconda che contiene gli ingressi u_1 e u_2 come desideravamo:

$$\ddot{y} = \begin{bmatrix} \frac{1}{m}(u_1 \sin(x_2) + u_2 \cos(x_2) - mg - cx_3) \\ 4\frac{u_1}{J} \end{bmatrix}$$

I calcoli sono riportati nell'appendice nella **sezione 5.2**.

La forma del controllore sarà

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = N^{-1}(\bar{x}) \left(-M(\bar{x}) + \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \right) = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & \frac{J}{4} \\ \frac{m}{\cos(x_2)} & -\frac{J \sin(x_2)}{4 \cos(x_2)} \end{bmatrix}}_{N^{-1}(x)} \cdot \left(-\underbrace{\begin{bmatrix} -g - \frac{cx_3}{m} \\ 0 \end{bmatrix}}_M + \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \right)$$

Il primo blocco definito sarà quello che comprende il sistema non lineare e la feedback linearization come mostrato in **Figura 4**. Otteniamo infine il seguente controllo equivalente v che presenta coefficienti proporzionali K_p e coefficienti derivativi K_d che serviranno per il controllo del sistema risultante.

$$\begin{cases} v_1 = -K_{p1}(y - y_d) - K_{d1}(\dot{y} - \dot{y}_d) + \ddot{y}_d \\ v_2 = -K_{p2}(\theta - \theta_d) - K_{d2}(\dot{\theta} - \dot{\theta}_d) + \ddot{\theta}_d \end{cases}$$

3.1 Dinamiche Interne e sistema ISU lineare

Una volta sostituito il controllore $u(x)$ (decoupling control law) calcolato con la feedback linearization ottengo un sistema lineare con 4 equazioni che risultano disaccoppiate due a due (x_1 e x_3 , x_2 e x_4) grazie alla matrice N (decoupling matrix) che risulta invertibile. A questo punto possiamo calcolare il grado relativo parziale per i due sottosistemi disaccoppiati che risultano $r_1 = 2$ e $r_2 = 2$ e sommandoli otterremo il grado relativo totale[2] del sistema $r_1 + r_2 = r = 4$ che combacia proprio con il grado del sistema $n = 4$, di conseguenza non sono presenti **dinamiche interne**. Tutto ciò è confermato nella **Sezione 5.2.1**.

$$\dot{x} = Ax + Bv = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{2}{23} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} v$$

Considerando il sistema linearizzato questo risulterà sia **Raggiungibile** che **Osservabile** come mostrato nella **Sezione 5.2.2**.

4 Risultati

Pole Placement e LQR con Osservatore

In prima battuta ho effettuato il controllo tramite Pole placement e LQR in accoppiata ad un osservatore.

Per il pole placement ho utilizzato un controllore del tipo $u(x) = -Kx + k_r r$ mentre per quanto riguarda LQR (Linear Quadratic Regulator) ho effettuato il tuning delle 2 matrici di peso Q_x e Q_u ponendo maggior attenzione alla matrice degli stati (in particolare agli stati relativi all'asse y) per poter eliminare un'eventuale sovraelongazione e sulla seconda invece per ridurre il tempo di assestamento sulla θ . L'osservatore utilizzato è stato utilizzato per stimare gli stati non osservabili a partire dall'ingresso e dall'uscita. La sua definizione è la seguente $\hat{x} = A\hat{x} + Bu + L(y - C\hat{x})$, il parametro progettuale in questo caso è la matrice L .

Azione Integrata

E' possibile migliorare la soluzione proposta reiettando anche dei disturbi a gradino. L'obiettivo è raggiungere risultati simili al caso senza disturbo. Per effettuare ciò ho utilizzato un'azione integrale sia con Pole Placement che con LQR in cui vengono aggiunti 2 stati aggiuntivi z_1 e z_2 . I risultati sono mostrati nella **Sezione 5.4**. Il controllore che ne risulta avrà una forma del tipo $u(t) = -Kx + k_R r - K_I z$ con $z = \int_0^t \dot{z} dt = \int_0^t (y(t) - r(t)) dt$ partendo da $\dot{z} = y - r$.

Osservatore e Filtro di Kalman

E' stato infine effettuato un confronto tra l'osservatore e il filtro di Kalman, le cui differenze sono visibili nella **Sezione 5.5**. Da quest'ultima, si può constatare l'efficacia del filtro di Kalman in particolare in quelle situazioni in cui la catena di retroazione riporta misurazioni affette da rumore. E' doveroso sottolineare che la pratica implementazione di un filtro di Kalman è molto spesso difficile data la difficoltà nel definire una buona stima delle matrici Q_k (varianza del rumore di processo) e R_k (varianza del rumore misurata).

5 Appendice

In questa sezione sono inserite tutte le informazioni a supporto del progetto, compresi calcoli, risultati grafici e numerici.

5.1 Piani delle fasi

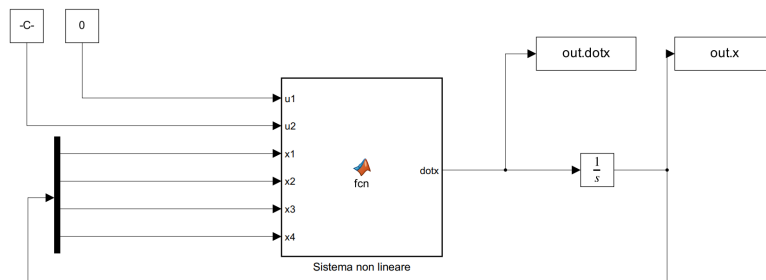


Figura 2: Simulatore per ricavare i piani delle fasi.

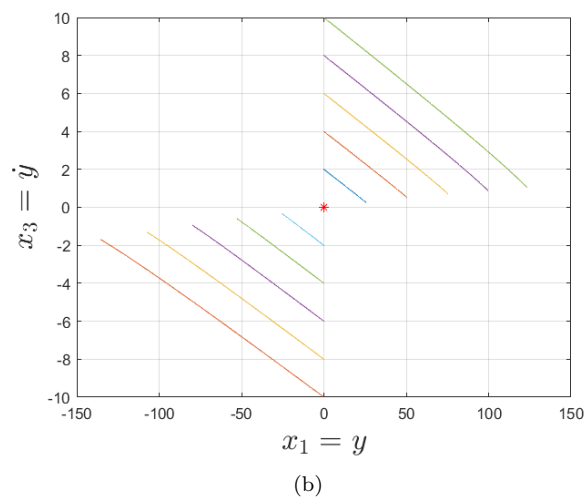
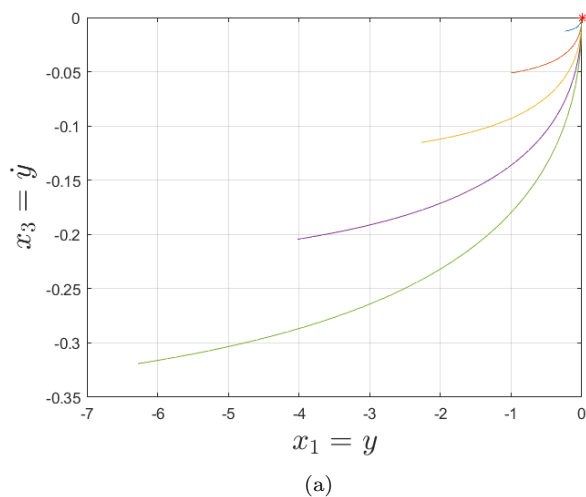


Figura 3: Piani delle fasi ricavati dal simulatore e con le simulazioni effettuate con ODE45.

5.2 Feedback Linearization

Parto dalla derivata prima

$$\dot{y} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$$

La prima derivata è insufficiente in quanto non sono presenti i 2 controllori nell'espressione, quindi procedo con la derivata seconda:

$$\ddot{y} = \begin{bmatrix} \frac{1}{m}(u_1 \sin(x_2) + u_2 \cos(x_2) - mg - cx_3) \\ \frac{4u_1}{J} \end{bmatrix}$$

Adesso sono sicuro che l'espressione $\ddot{y} = v$ sia fattibile. Isolo la parte che contiene solo gli stati dalla parte che contiene anche gli ingressi

$$= \begin{bmatrix} -g - \frac{cx_3}{m} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{m}(u_1 \sin(x_2) + u_2 \cos(x_2)) \\ \frac{4u_1}{J} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -g - \frac{cx_3}{m} \\ 0 \end{bmatrix}}_M + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{m} \sin(x_2) & \frac{1}{m} \cos(x_2) \\ \frac{4}{J} & 0 \end{bmatrix}}_N u$$

Per ottenere il risultato prefissato imponiamo la seguente condizione $v = A + Nu$ in questo modo possiamo trovare un controllore che riesca ad imporre $\ddot{y} = v$ cioè

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = N^{-1}(\bar{x}) \left(-M(\bar{x}) + \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \right) = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & \frac{J}{4} \\ \frac{m}{\cos(x_2)} & -\frac{J \sin(x_2)}{4 \cos(x_2)} \end{bmatrix}}_{N^{-1}(\bar{x})} \cdot \left(-\underbrace{\begin{bmatrix} -g - \frac{cx_3}{m} \\ 0 \end{bmatrix}}_{M(\bar{x})} + \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \right)$$

Tutto questo è possibile solo se il determinante della matrice N è diverso da 0 in quanto deve essere invertibile. La condizione di invertibilità è rispettata se e solo se $\cos(x_2) \neq 0$ cioè $x_2 \neq k\pi - \frac{\pi}{2}$, $k \in \mathbb{N}$ cosa che è fisicamente non desiderata in quanto si posizionerebbe la navicella con la parte superiore che punta a terra.

Volendo imporre una posizione desiderata al Lunar Lander (in aria) i controllori equivalenti v_1 e v_2 saranno

$$\begin{cases} v_1 = -K_{p1}(y - y_d) - k_{d1}(\dot{y} - \dot{y}_d) + \ddot{y}_d \\ v_2 = -K_{p2}(\theta - \theta_d) - k_{d2}(\dot{\theta} - \dot{\theta}_d) + \ddot{\theta}_d \end{cases}$$

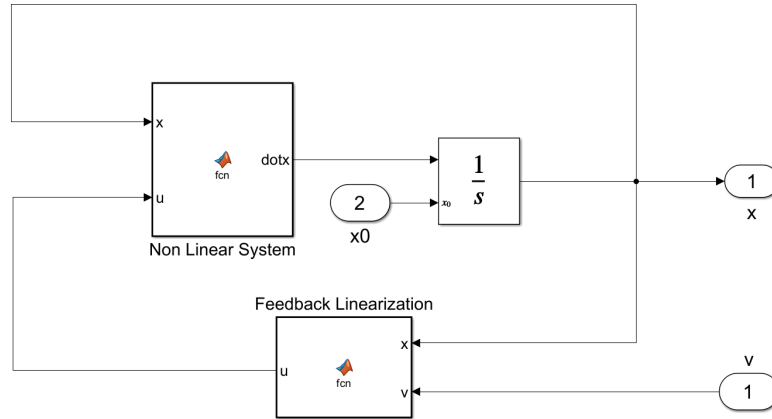


Figura 4: Schema a blocchi del sistema non lineare e della FBL applicata.

5.2.1 Analisi del sistema a ciclo chiuso

I risultati dettati sopra sono confermati dallo stato del sistema a ciclo chiuso, in particolare gli stati non divergono quindi non si hanno comportamenti inaspettati (interni appunto).

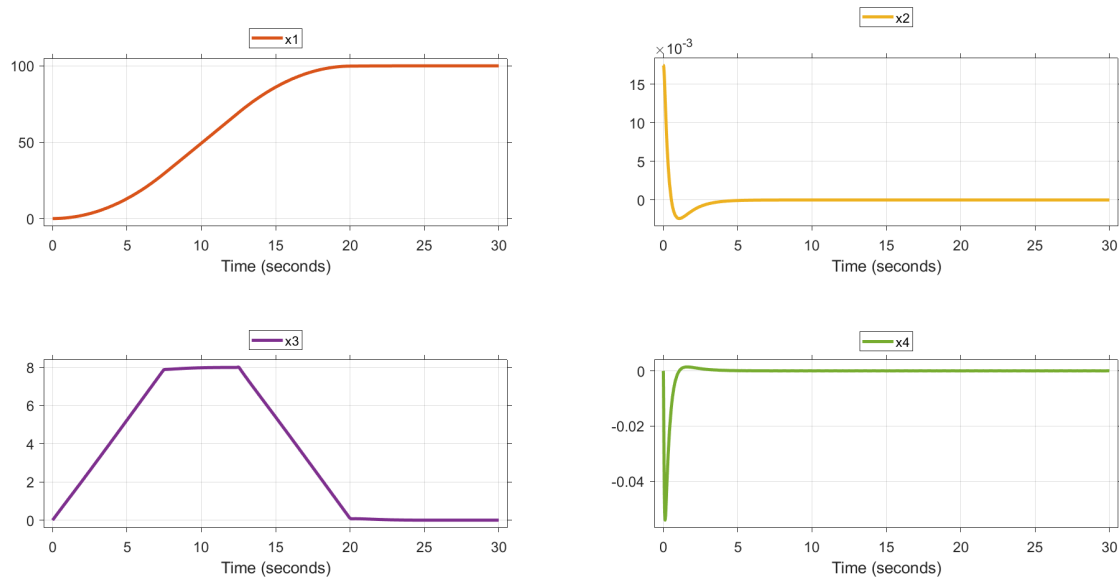


Figura 5: Schema a blocchi del sistema non lineare e dell' FBL applicato.

5.2.2 Raggiungibilità e Osservabilità

Il sistema risulta **RAGGIUNGIBILE** in quanto il grado della matrice è massimo cioè 4 anche se non parliamo di una matrice quadrata.

$$\text{rank}(W_R) = \text{rank} \left(\begin{bmatrix} B & AB & A^2B & A^3B \end{bmatrix} \right) = 4$$

Il sistema risulta essere anche **OSSERVABILE** perché il rango è sempre 4 come visto nella raggiungibilità.

$$\text{rank}(W_O) = \text{rank} \left(\begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ CA^3 \end{bmatrix} \right) = 4$$

5.3 Risultati con Osservatore

I risultati mostrati sono fatti a partire dalla seguente condizione iniziale:

$$x_0[0, 0.017453, 0, 0]'$$

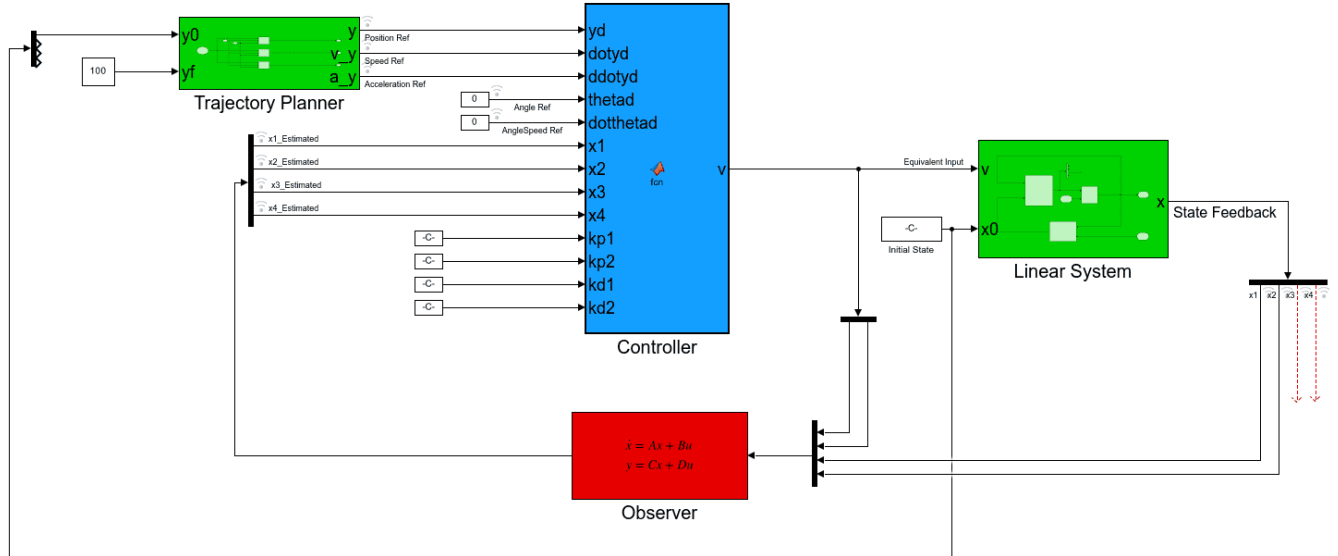


Figura 6: Schema di funzionamento sia per Pole Placement che per LQR

5.3.1 Pole Placement

$$Poli\ Controllore = [-1, -2, -1, -2]$$

$$Poli\ Osservatore = [-2, -4, -2, -4]$$

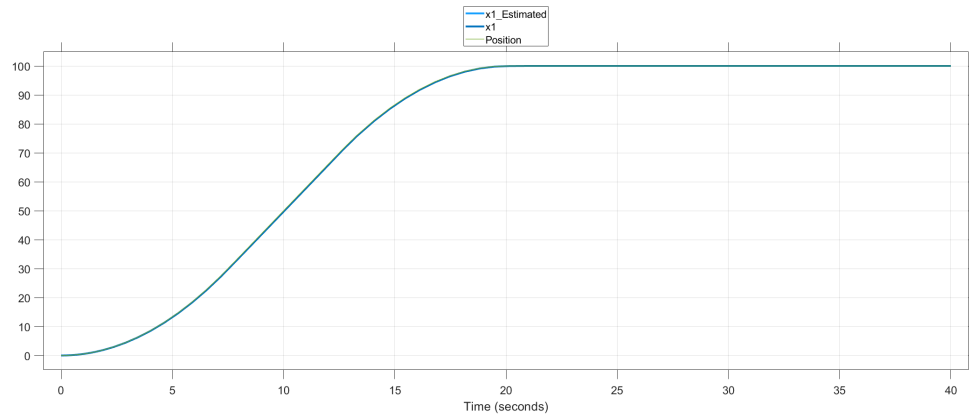


Figura 7: Andamento della posizione (stato x_1 e stato stimato $estimated\ x_1$) rispetto al riferimento.

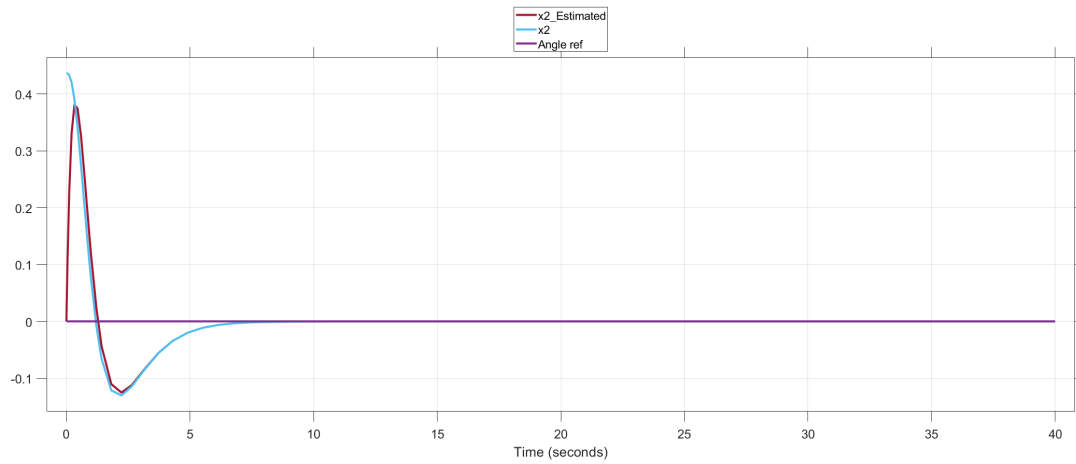
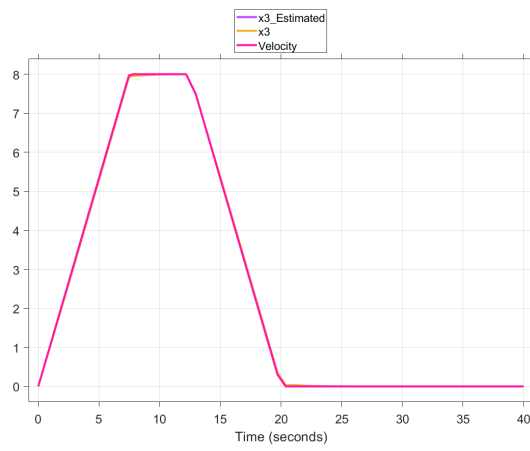
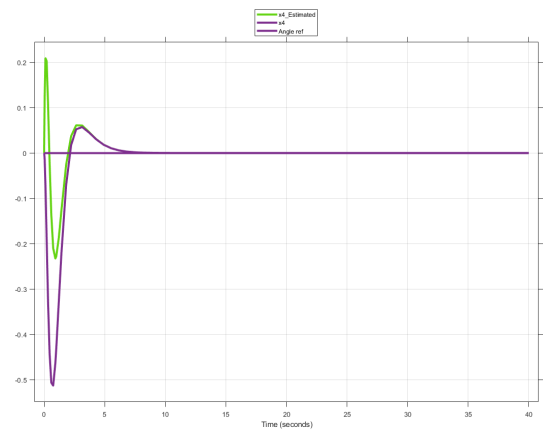


Figura 8: Andamento dell'angolo (stato x_2 e stato stimato $estimated\ x_2$) rispetto al riferimento.



(a)



(b)

Figura 9: Andamento della velocità e della velocità angolare (stato x_3 x_4 e stato stimato *estimated*) rispetto al riferimento.

5.3.2 LQR

Matrici di peso per il calcolo dell'LQR per il controllo e la stima dello stato:

$$\text{Controllore: } Q_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad Q_u = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0.001 \end{bmatrix}$$

$$\text{Osservatore: } Q_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 \end{bmatrix} \quad Q_u = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0.01 \end{bmatrix}$$

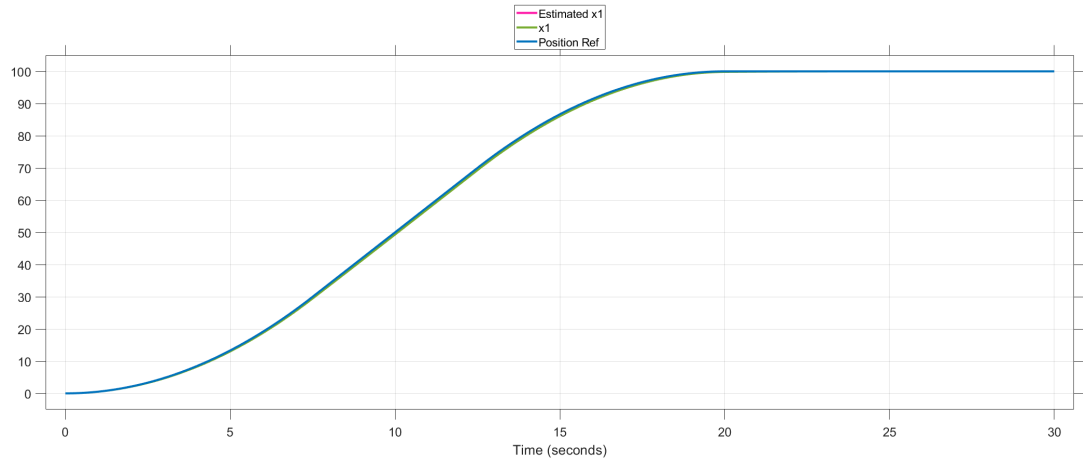


Figura 10: Andamento della posizione (stato x_1 e stato stimato $estimated x_1$) rispetto al riferimento.

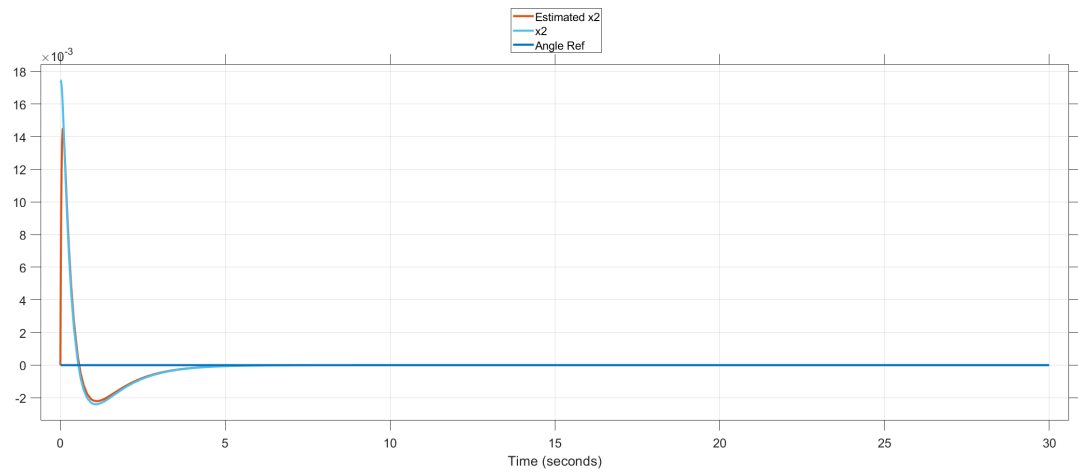


Figura 11: Andamento dell'angolo (stato x_2 e stato stimato $estimated x_2$) rispetto al riferimento.

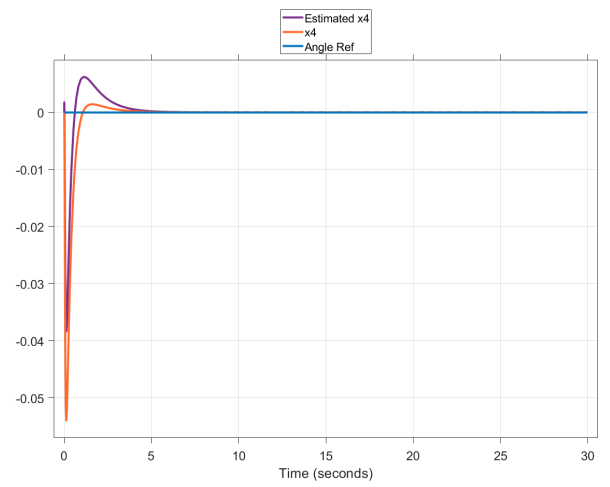
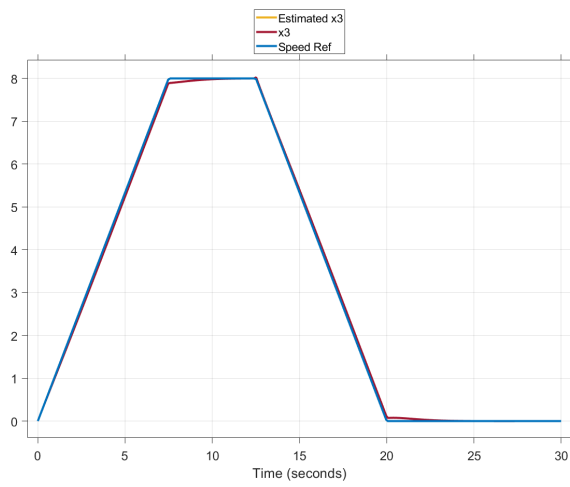


Figura 12: Andamento della velocità e della velocità angolare (stato x_3 x_4 e stato stimato *estimated*) rispetto al riferimento.

5.4 Risultati con Osservatore e azione integrale

I risultati mostrati sono fatti a partire dalla seguente condizione iniziale:

$$x_0[0, 0.017453, 0, 0]'$$

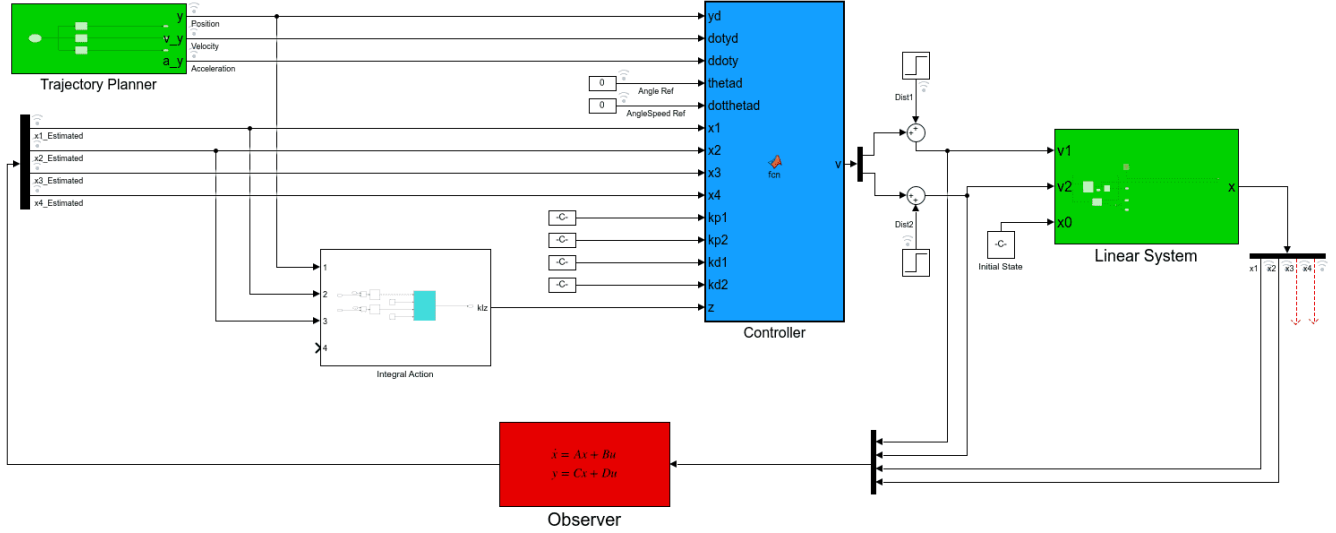


Figura 13: Schema di funzionamento sia per Pole Placement che per LQR con azione integrale

5.4.1 Pole Placement

$$Poli\ Controller = [-1, -2, -1, -2, -0.5, -0.5]$$

$$Poli\ Osservatore = [-2, -3, -2, -3]$$

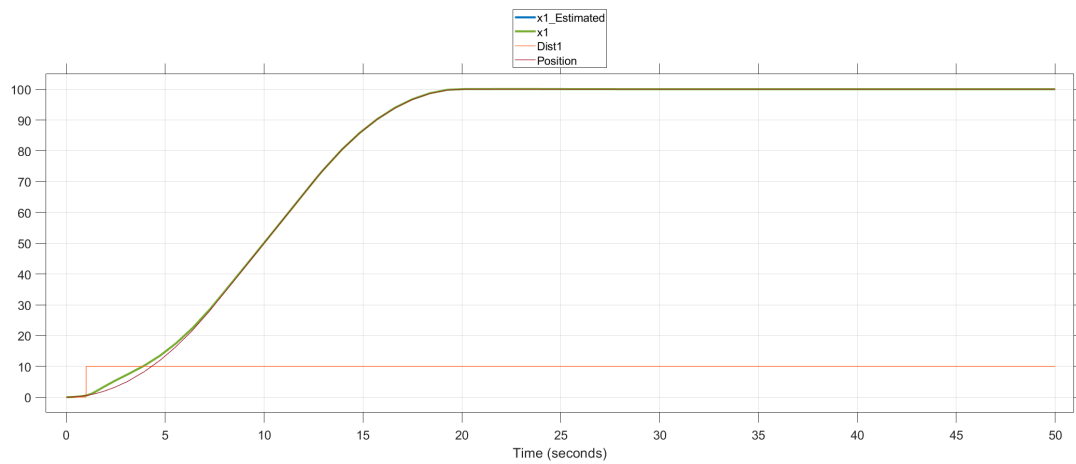


Figura 14: Andamento della posizione (stato x_1 e stato stimato $estimated x_1$) rispetto al riferimento.

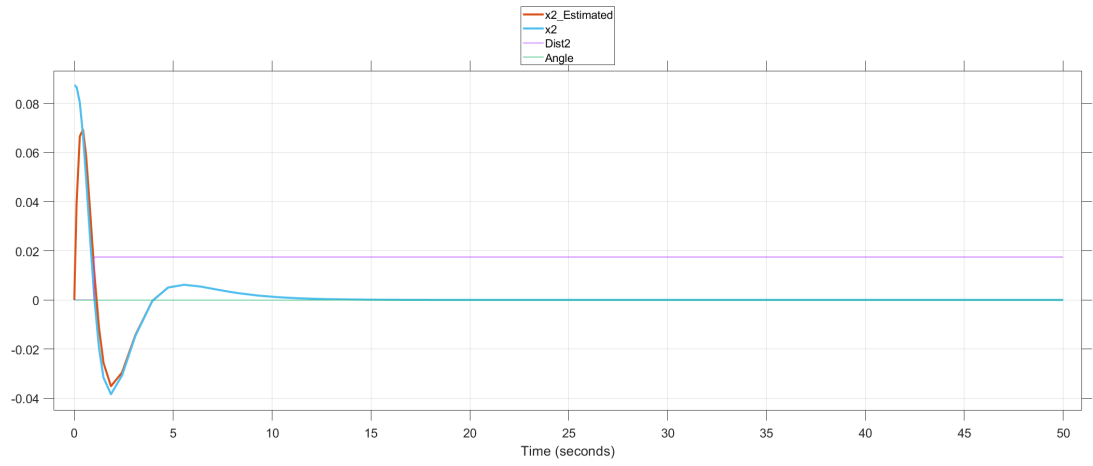


Figura 15: Andamento dell'angolo (stato x_2 e stato stimato $estimated x_2$) rispetto al riferimento.

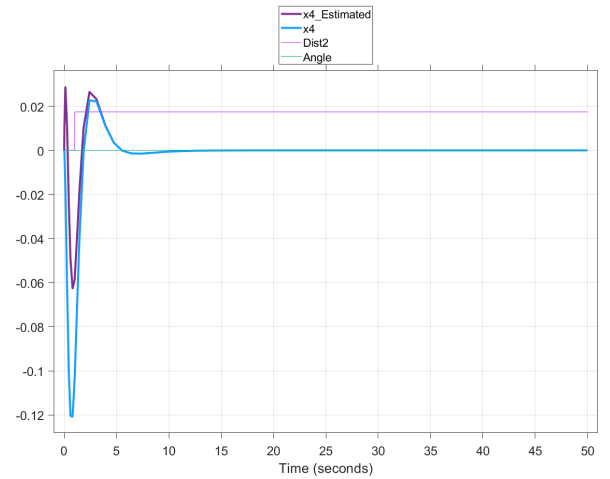
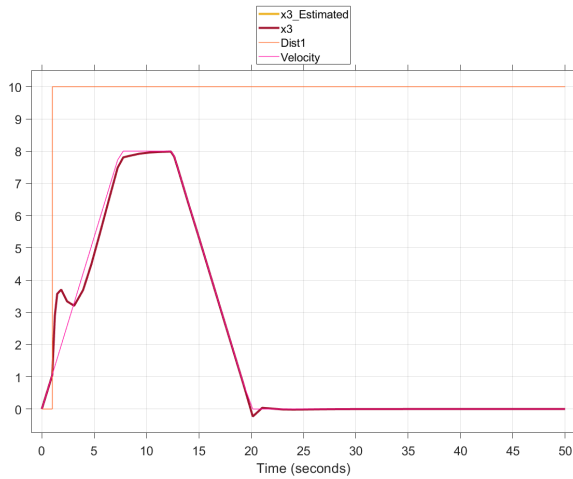


Figura 16: Andamento della velocità e della velocità angolare (stato x_3 x_4 e stato stimato $estimated$) rispetto al riferimento.

5.4.2 LQR

Matrici di peso per il calcolo dell'LQR per il controllo e la stima dello stato:

$$\text{Controllore: } Qx = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad Q_u = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{Osservatore: } Qx = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad Q_u = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

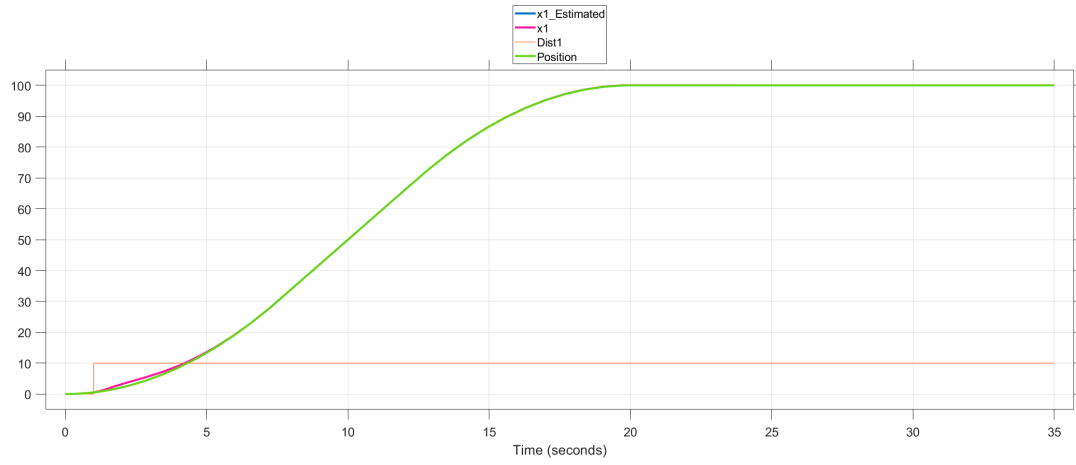


Figura 17: Andamento della posizione (stato x_1 e stato stimato $estimated x_1$) rispetto al riferimento.

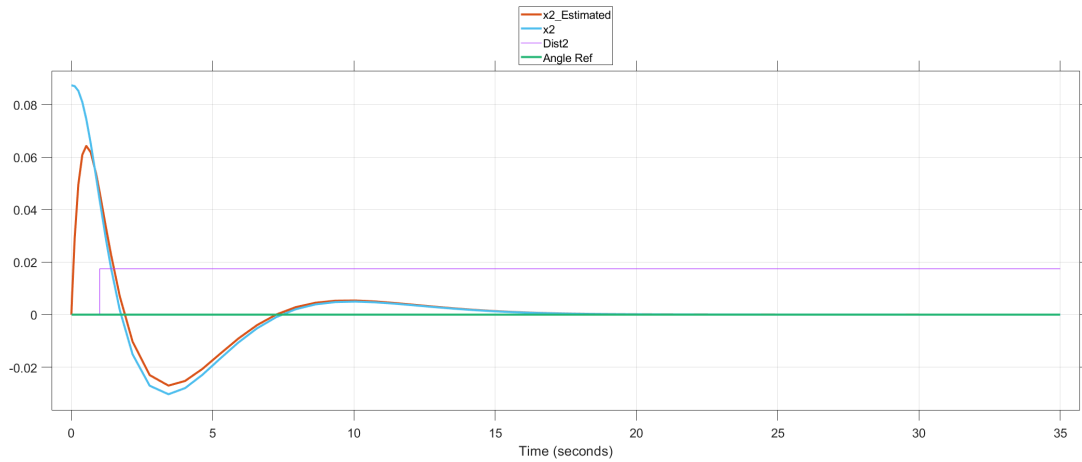


Figura 18: Andamento dell'angolo (stato x_2 e stato stimato $estimated x_2$) rispetto al riferimento.

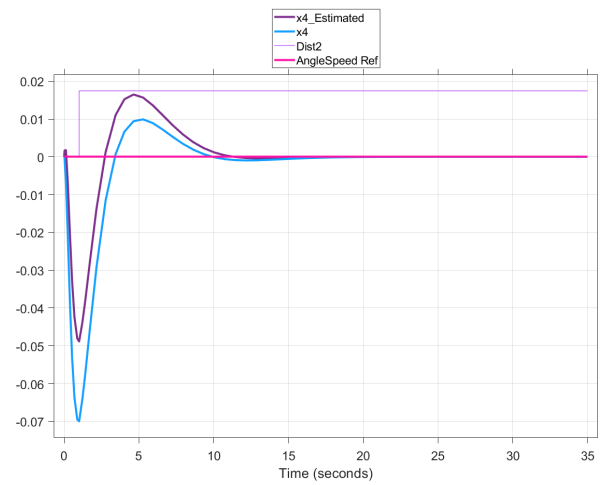
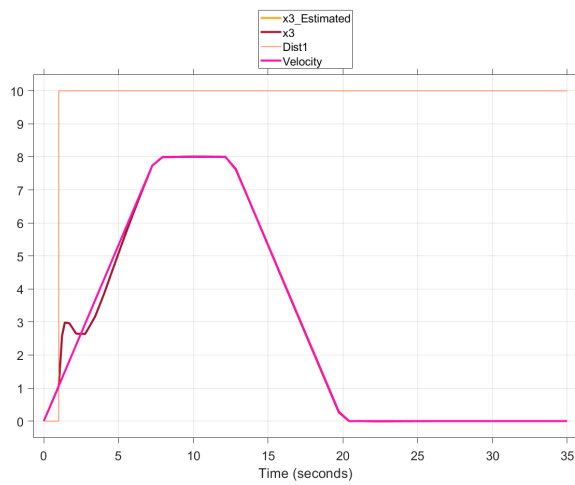


Figura 19: Andamento della velocità e della velocità angolare (stato x_3 x_4 e stato stimato *estimated*) rispetto al riferimento.

5.5 Risultati confronto tra Osservatore e Filtro di Kalman

I risultati mostrati sono fatti a partire dalla seguente condizione iniziale $x_0[0, 0.017453, 0, 0]'$

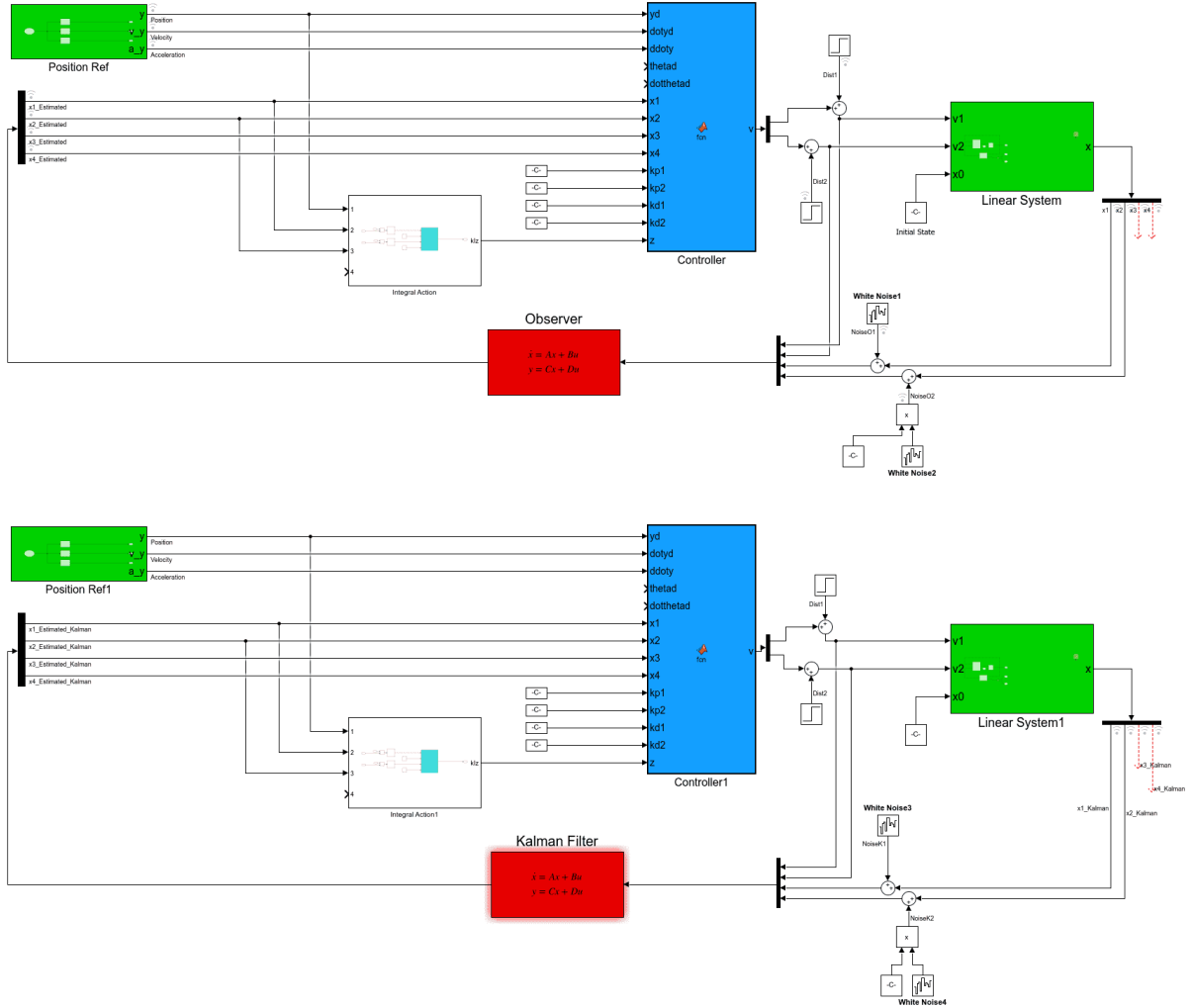


Figura 20: Schema di confronto tra Osservatore e Filtro di Kalman

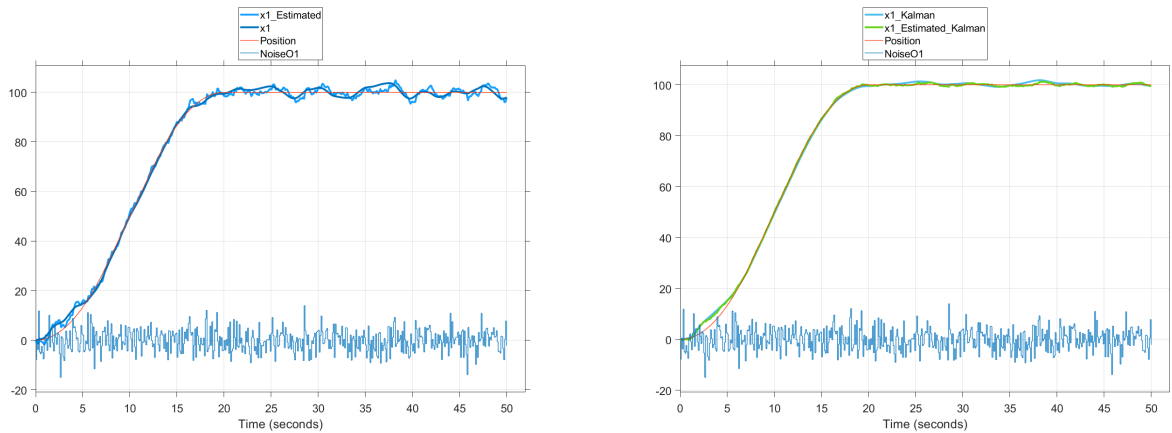


Figura 21: Confronto per lo stato x_1

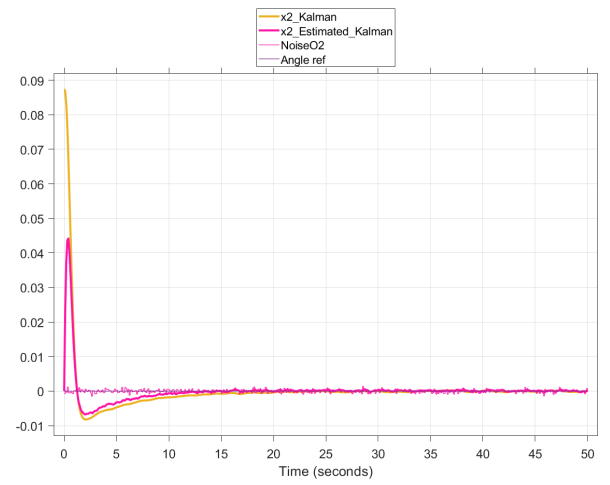
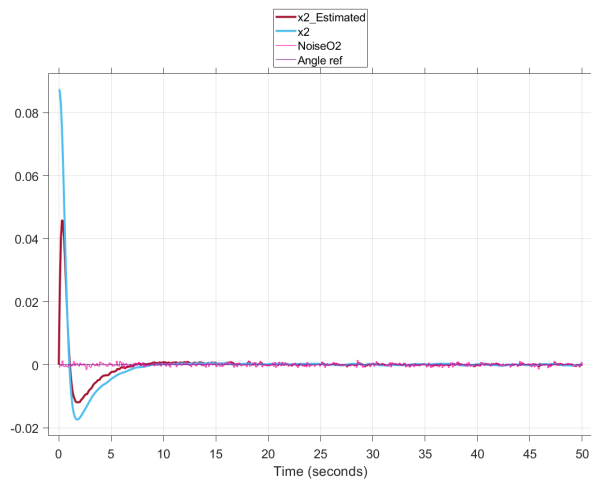


Figura 22: Confronto per lo stato x_2

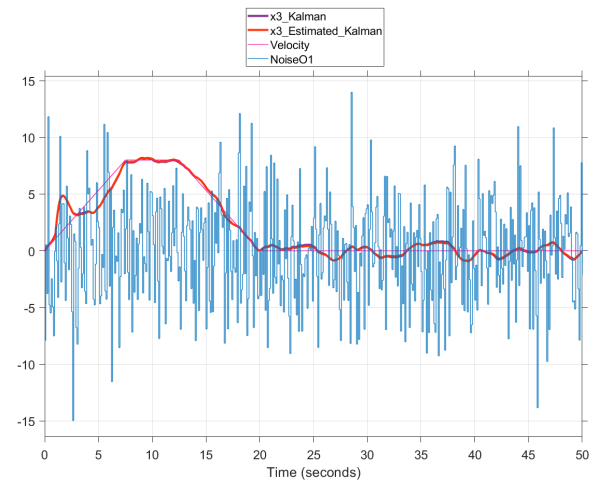
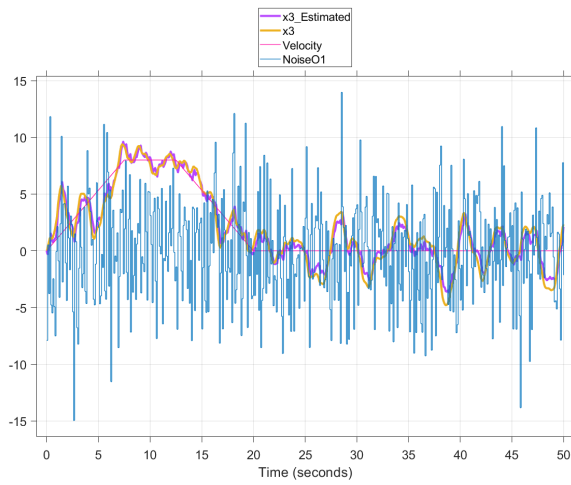


Figura 23: Confronto per lo stato x_3

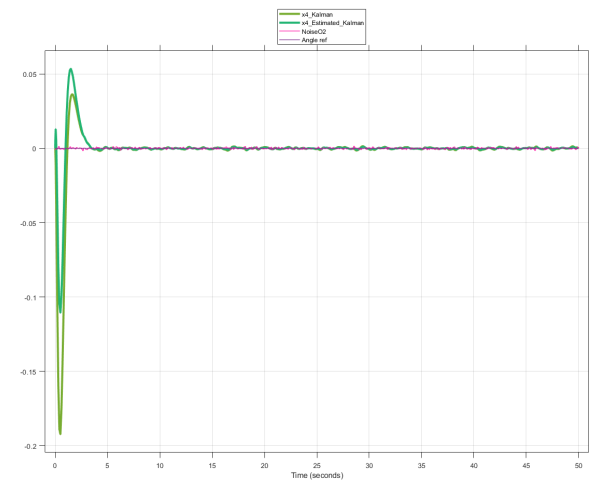
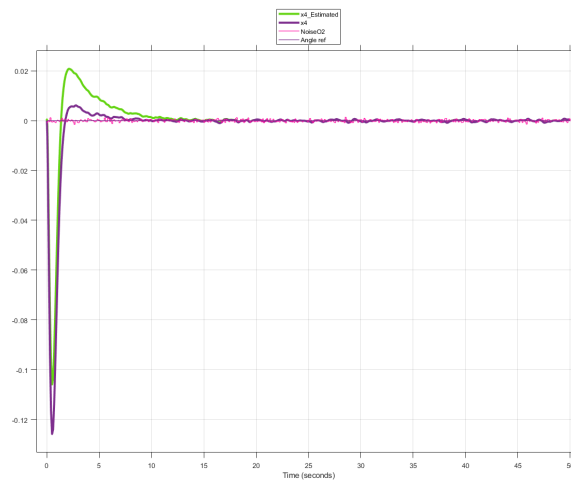


Figura 24: Confronto per lo stato x_4

5.6 Trajectory Planner for y

Il blocco che rappresenta il Trajectory Planner è il seguente

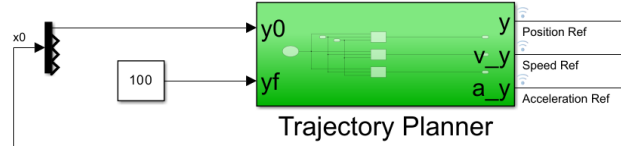


Figura 25: Blocco per il Trajectory Planner.

In particolare è implementato come segue

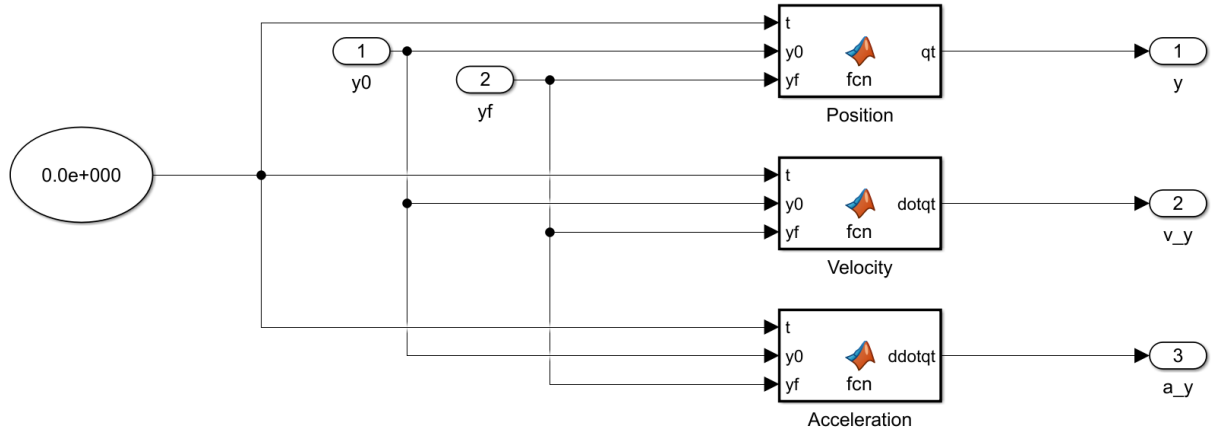


Figura 26: Schema interno del Trajectory Planner

Code:

```
function qt = fcn(t, y0, yf)

tf = 20 %s
dotqc = 8 %m/s
qi = y0 %m - valore integratore per y_0
qf = yf %m

tc = tf - (qf - qi)/dotqc

ddotqc = dotqc/tc

q1 = qi + 0.5 * ddotqc * t^2;
q2 = qi + ddotqc*tc*(t-tc/2);
q3 = qi + ddotqc*tc*(tf-tc-tc/2) + ...
    dotqc*(t-(tf-tc))-0.5*ddotqc*(t-(tf-tc))^2;

if t>=0 && t<=tc
    qt = q1
elseif t>tc && t<=(tf-tc)
    qt = q2
elseif t>(tf-tc) && t<=tf
    qt = q3
elseif t>tf
    qt = yf
else
    qt = 0
end
```

(a)

```
function dotqt = fcn(t, y0, yf)

tf = 20 %s
dotqc = 8 %m/s
qi = y0 %m - valore integratore per y_0
qf = yf %m

tc = tf - (qf - qi)/dotqc

ddotqc = dotqc/tc

dotq1 = ddotqc*t;
dotq2 = dotqc;
dotq3 = dotqc-ddotqc*(t-(tf-tc));

if t>=0 && t<=tc
    dotqt = dotq1
elseif t>tc && t<=(tf-tc)
    dotqt = dotq2
elseif t>(tf-tc) && t<=tf
    dotqt = dotq3
else
    dotqt = 0
end
```

(b)

```
function ddotqt = fcn(t, y0, yf)

tf = 20 %s
dotqc = 8 %m/s
qi = y0 %m - valore integratore per y_0
qf = yf %m

tc = tf - (qf - qi)/dotqc

ddotqc = dotqc/tc

ddotq1 = ddotqc;
ddotq2 = 0;
ddotq3 = -ddotqc;

if t>=0 && t<=tc
    ddotqt = ddotq1
elseif t>tc && t<=(tf-tc)
    ddotqt = ddotq2
elseif t>(tf-tc) && t<=tf
    ddotqt = ddotq3
else
    ddotqt = 0
end
```

(c)

Figura 27: (a) (b) (c): Script matlab per costruire i 3 riferimenti dati dal trajectory planner.

5.7 Sviluppi futuri

Per valutare le prestazioni del controllo progettato si potrebbero mettere a confronto con un controllo basato su MPC e vedere cosa succede imponendo i requisiti dettati.

Riferimenti bibliografici

- [1] *Assignment 4 Lunar Lander Solution*. URL: <https://web.aeromech.usyd.edu.au/>.
- [2] J.-J. E. Slotine e Weiping Li. *Applied nonlinear control*. en. Englewood Cliffs, N.J: Prentice Hall, 1991. ISBN: 978-0-13-040890-7.