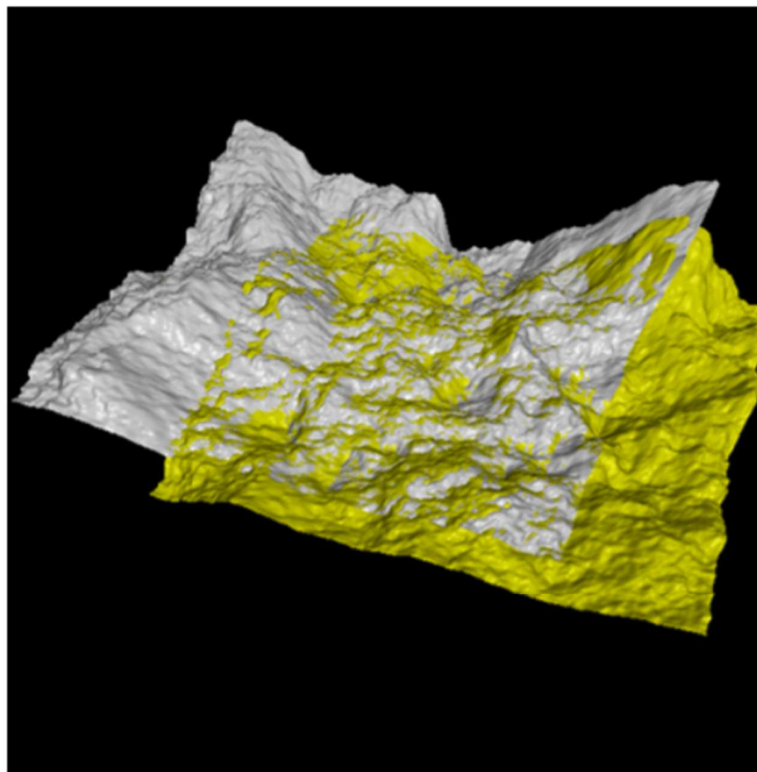
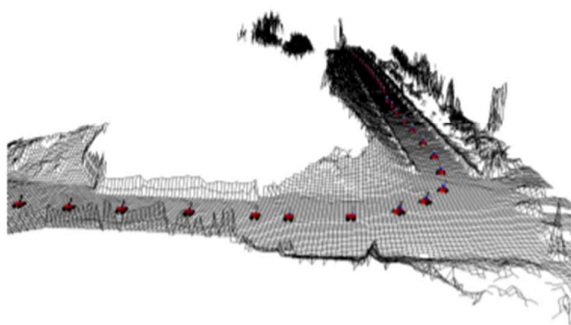


به نام خدا

# الگوریتم ICP

## انگیزه



هدف : پیدا کردن تغییرات محلی برای تراز کردن دو تصویر

## مسئله

● گرفتن دو مجموعه نقاط متناظر

$$X=\{x_1,x_2,x_3,\dots\}$$

$$P=\{p_1,p_2,p_3,\dots\}$$

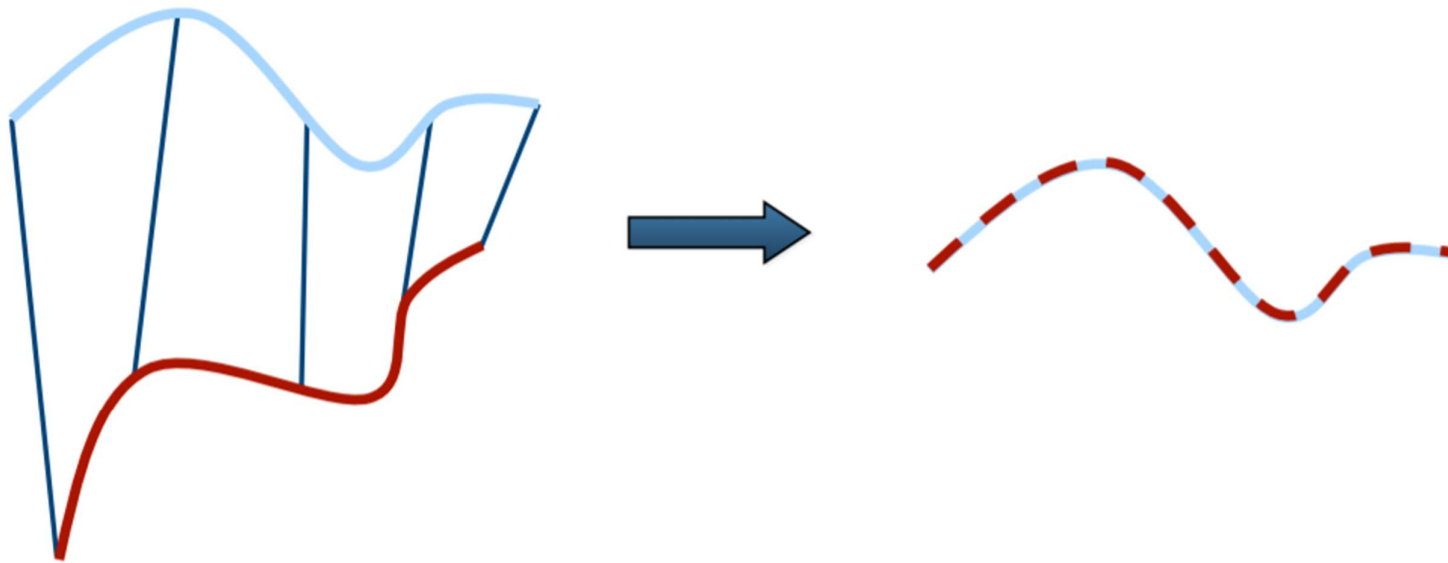
● خواسته: انتقال به اندازه  $t$  و چرخش به اندازه  $R$  به طوری که مجموعه مربعات ارور کمترین باشد:

$$E(R, p) = \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \left( x_i - R p_i - t \right)^2$$

جایی که  $x_i$  و  $p_i$  نقاط متناظر باشند.

## ایده کلیدی

- اگر نقاط متناظر صحیح شناخته شوند ، انتقال/چرخش نسبتاً صحیح روی فرم محدود را میتوان محاسبه کرد



## مرکز توده

$$u_x = \frac{1}{N_x} \sum_{i=1}^{N_x} x_i, \quad u_p = \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} p_i$$

فرمول مرکز توده برای دو مجموعه نقاط

**ایده:**

■ تفريق نقاط متناظر مركز توده با هر نقطه موجود در آن مجموعه

■ در نتیجه مجموعه نقاط به شکل زیر بدست می آید :

$$X' = \{x_i - u_x\} = \{x'_i\}$$

$$P' = \{p_i - u_p\} = \{p'_i\}$$

## تجزیه مقدار منحصر به فرد

$$W = \sum_{i=1}^{N_p} x'_i p'^T_i$$

w را به روش زیر نشان می‌دهیم : [پیوست 1]

$$W = U \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix} V^T$$

جایی که  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$  ,  $U, V \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$

## SVD

اگر محدوده  $3 = w$  باشد ، راه حل بهینه واحد برای  $E(R, t)$  برابر :

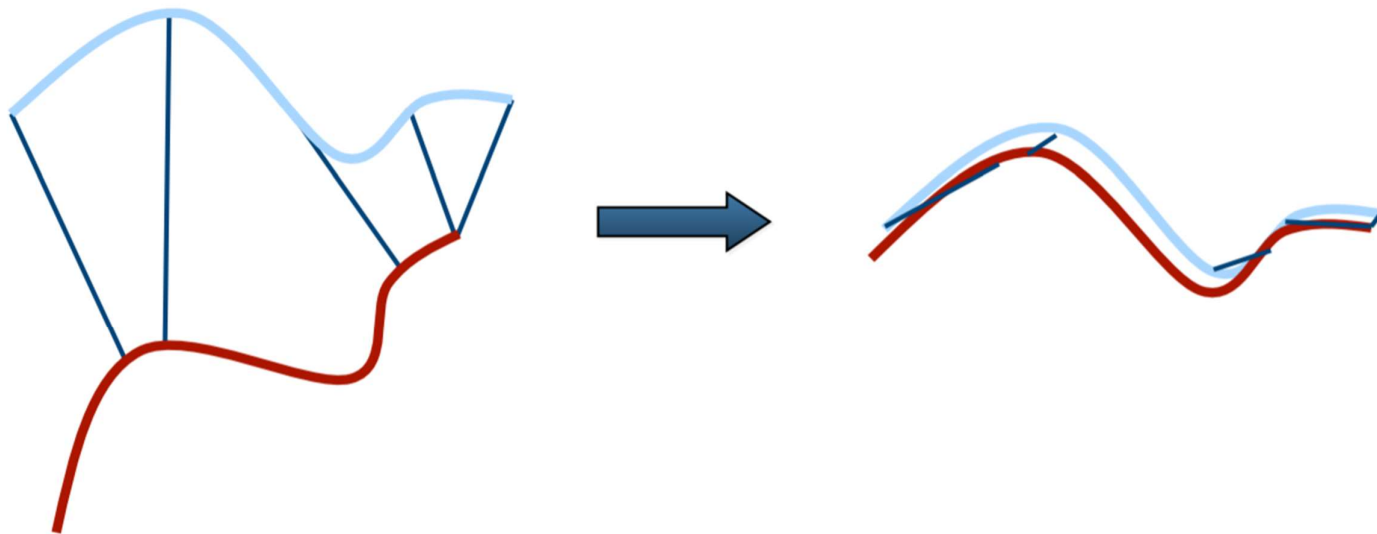
$$R = UV^T$$
$$t = \mu_x - R\mu_p$$

کمترین مقدار تابع ارور برابر است با:

$$E(R, t) = \sum_{i=1}^{N_p} (||x'_i||^2 + ||y'_i||^2) - 2(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$$

## بدون دانستن وابستگی داده

- اگر تطابق نقاط به درستی شناخته نشود ، به طور کلی تعیین نسبی چرخش/انتقال بهینه غیر ممکن است.





## الگوریتم ICP

- ایده: تکرار برای پیدا کردن هم تراز
- تکرار نزدیک ترین نقطه
- همگرا میشود اگر موقعیت های شروع به اندازه کافی نزدیک باشد



## مقدمات الگوریتم ICP

- تعیین نقاط متناظر
- محاسبه چرخش  $R$  و انتقال  $t$  با استفاده از SVD
- اعمال  $R, t$  بر روی نقاط مجموعه
- محاسبه خطا  $E(R, t)$
- اگر خطا کاهش یافت & خطا  $<$  آستانه بود
  - تکرار مراحل
  - متوقف شود و هم ترازی نهایی را نشان دهد

## گزینه ها (موارد) ICP

- موارد در ادامه معرفی میشوند :
- زیر مجموعه نقاط (یکی یا هر دو مجموعه)
- مقیاس مطابقت
- ارتباط داده
- رد کردن جفت نقطه (خارج از محدوده)

## ویژگی گزینه ها(موارد)

● جنبه های عملکرد گزینه ها(موارد):

● سرعت

● ثبات(مینیم محلی)

● تحمل خطا. نوسانات و تجمع

● حوزه همگرایی (نا هماهنگی ماکزیمم اولیه)

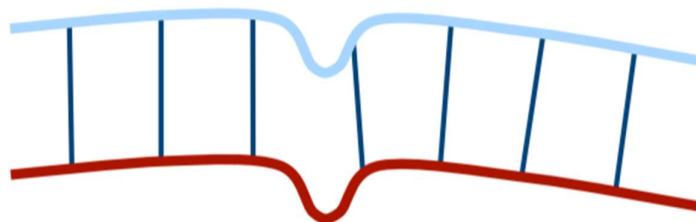
## گزینه های ICP

- زیر مجموعه نقاط (یک یا هر دو مجموعه)
- مقیاس مطابقت
- ارتباط داده
- رد کردن جفت نقطه (خارج از محدوده)

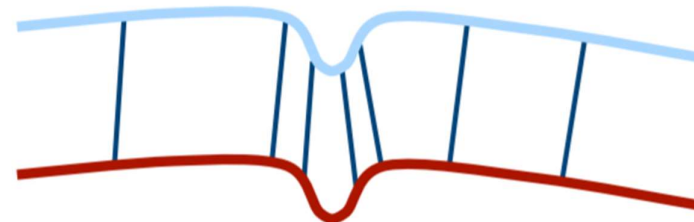
## انتخاب نقاط منبع

- انتخاب همه نقاط
- نمونه برداری یکپارچه (یکنواخت)
- نمونه برداری تصادفی
- نمونه برداری بر اساس ویژگی
- نمونه برداری فضای نرمال (اطمینان حاصل شود این نمونه ها به صورت یکنواخت توزیع شده اند)

## نمونه برداری فضای نرمال



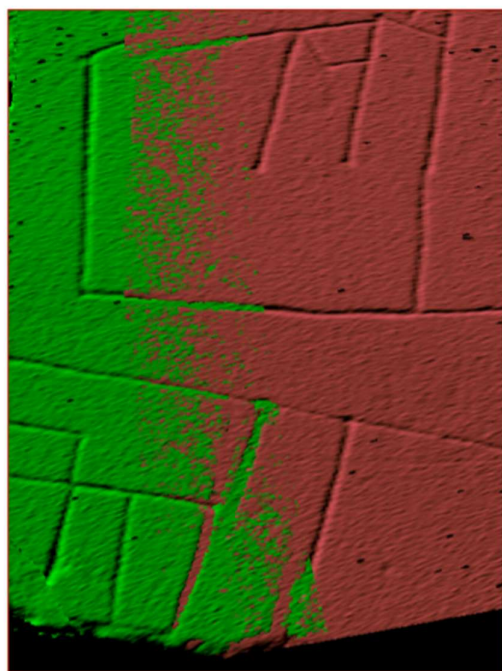
نمونه برداری یکنواخت



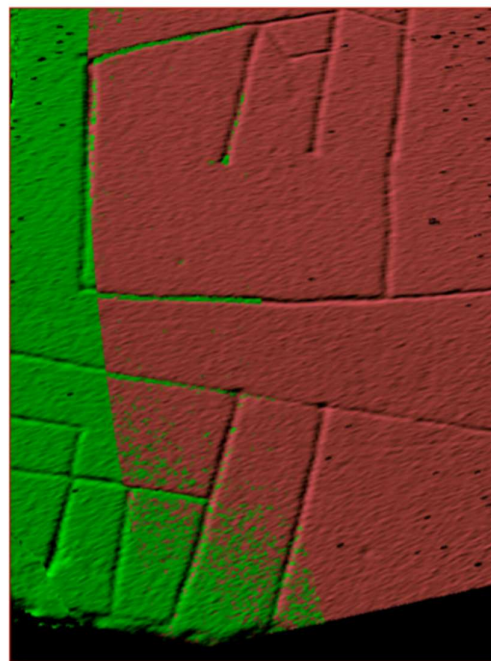
نمونه برداری فضای نرمال

## مقایسه

نمونه برداری فضای نرمال اغلب برای ناحیه صاف با ویژگی های پراکنده بهتر است.



نمونه برداری تصادفی

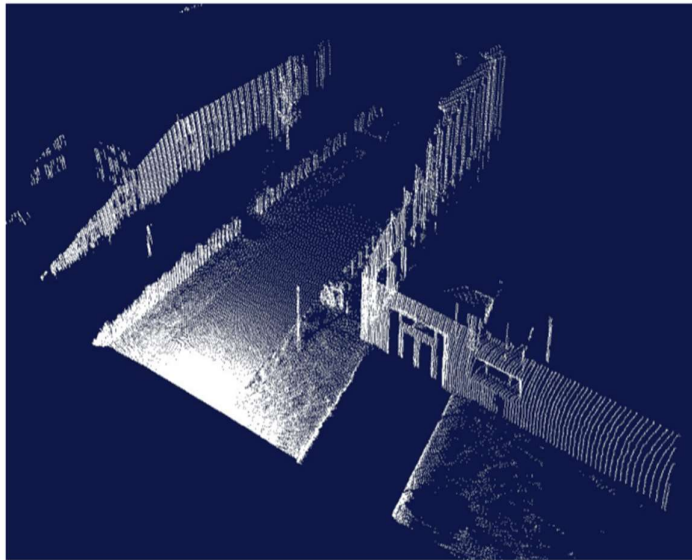


نمونه برداری فضای نرمال

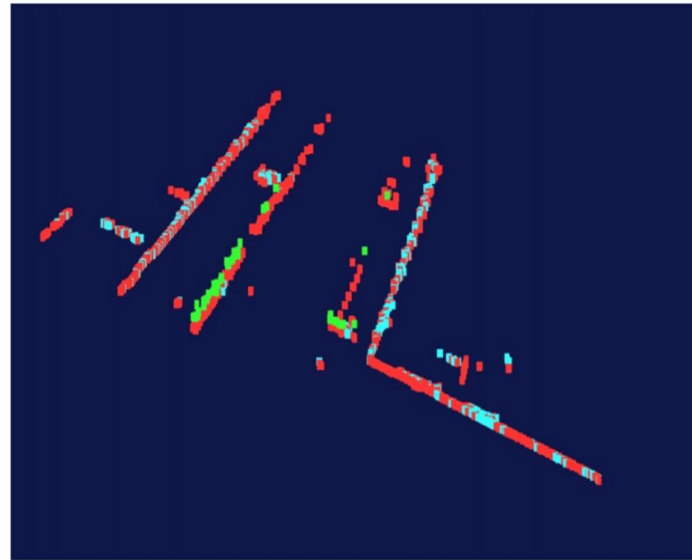


## نمونه برداری مبنی بر ویژگی

- تلاش برای پیدا کردن نقاط مهم
- کاهش تعداد نقاط برای پیدا کردن تطابق
- کارایی و دقت بالاتر
- نیاز به پیش پردازش

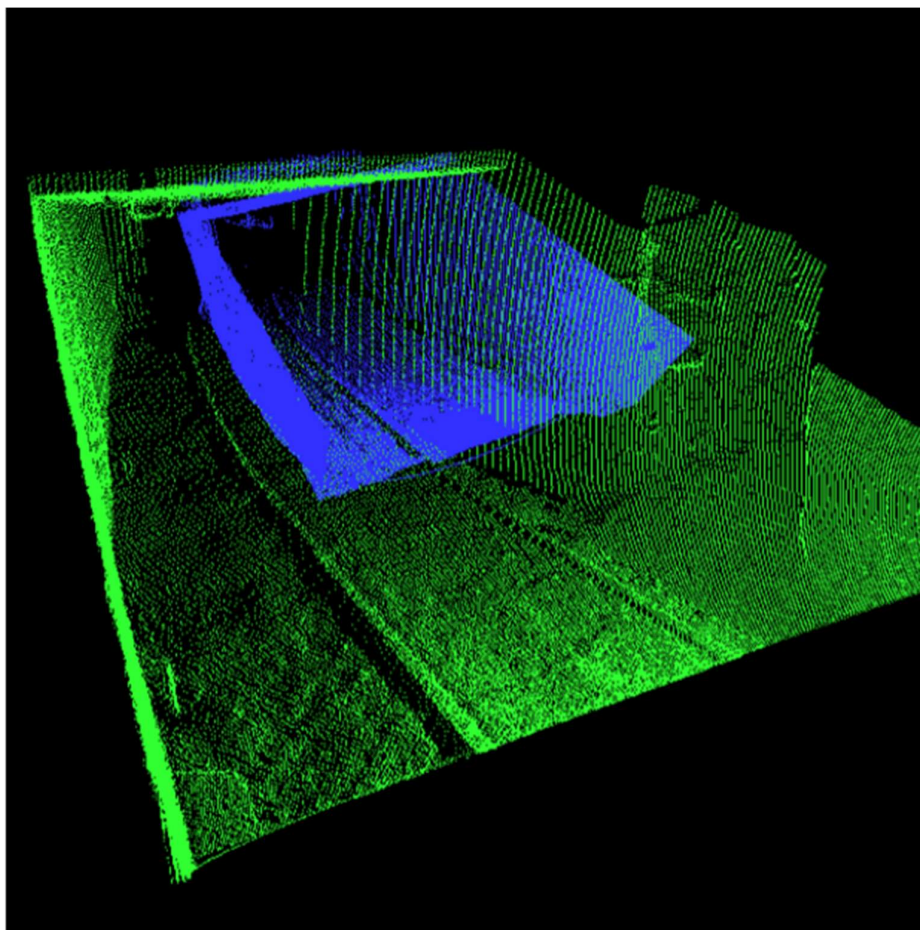


اسکن سه بعدی (200.000 ~ نقطه)



ویژگی استخراج شده (5000 ~ نقطه)

## کاربرد ICP (به وسیله نمونه برداری یکنواخت)



## گزینه های ICP

- زیر مجموعه نقاط (یک یا هر دو مجموعه)
- مقیاس مطابقت
- ارتباط داده
- رد کردن جفت نقطه (خارج از محدوده)

## مقیاس

- انتخاب یک سری نقاط برای هر مجموعه
- تطبیق نقاط انتخاب شده از دو مجموعه
- وزن کردن (مقیاس) جفت نقاط انتخاب شده
- اختصاص کمترین مقیاس برای نقاط با فاصله نقطه به نقطه بالاتر
- تعیین انتقال به طوری که تابع خطا مینیمم شود

## گزینه های ICP

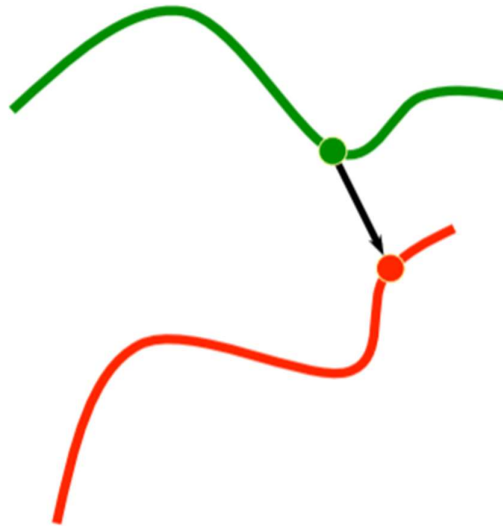
- زیر مجموعه نقاط (یک یا هر دو مجموعه)
- مقیاس مطابقت
- ارتباط داده
- رد کردن جفت نقطه (خارج از محدوده)

## ارتباط داده

- بیشترین تاثیر در همگرایی و سرعت دارد
- روش های تطبیق:
- نزدیک ترین نقطه
- پرتاب نرمال (طبیعی)
- نزدیک ترین نقطه سازگار
- مبتنی بر پیش بینی (حدس)

## تطابق نزدیک ترین نقطه

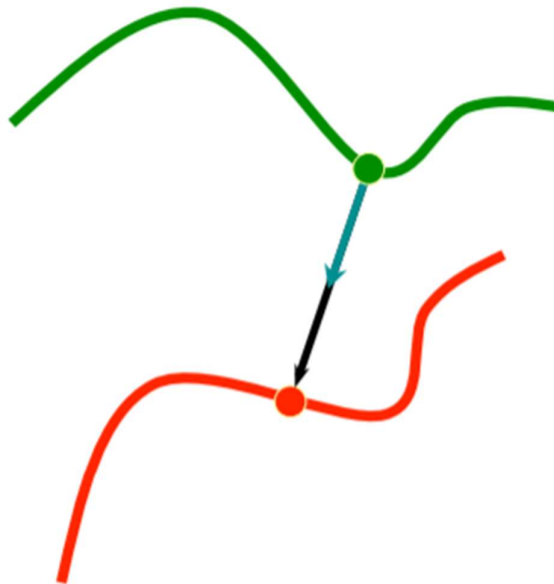
- پیدا کردن نزدیک ترین نقطه به مجموعه نقاط دیگر  
(با استفاده از درخت-kd [پیوست 2] )



زمان به طور کلی ثابت است ، ولی همگرایی آهسته است و نیاز به پیش پردازش دارد.

## پرتاب نرمال

● به طور نرمال مجموعه نقاط دیگر را تطبیق میدهد



نتایج همگرایی بهتر از روش نزدیک ترین نقطه برای ساختار صاف و بدتر برای ساختارهای نوسان دار یا پیچیده

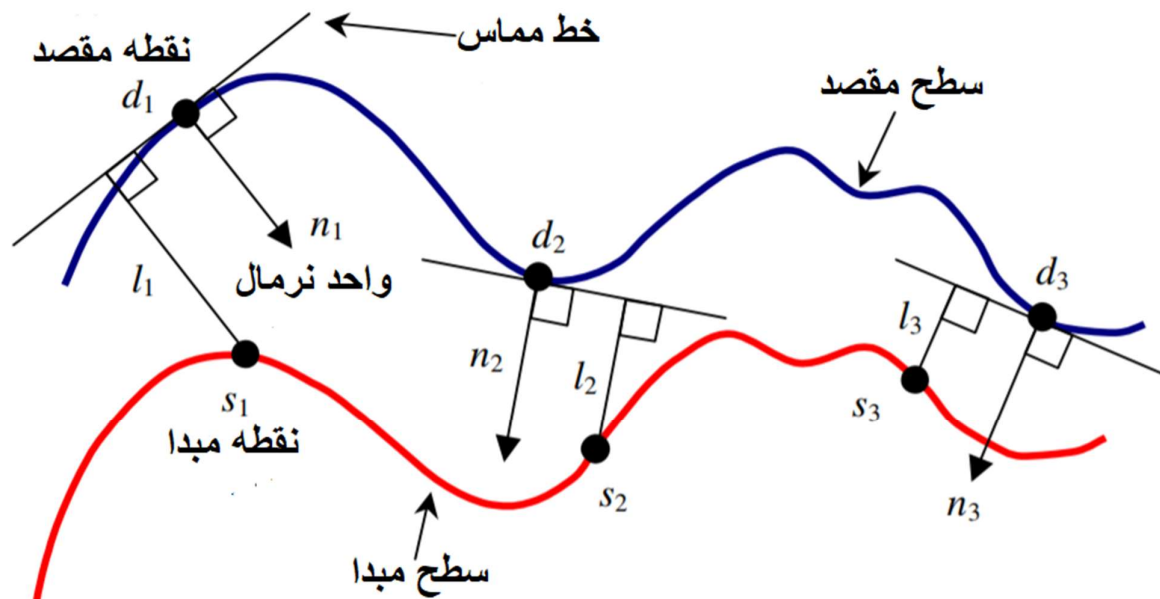


## نزدیک ترین نقطه سازگار

- بهبود دو روش قبل با توجه به سازگاری نقاط
- فقط نقاط سازگار تطابق می‌دهیم
- تطابق می‌تواند بر پایه :
  - نرمال
  - رنگ ها
  - خمیدگی (انحنا)
  - مشتقات مرتبه بالاتر
  - دیگر ویژگیهای محلی

## میزان خطای نقطه در فضا

- مینیمم جمع مربعات فاصله بین نقطه و خط مماس بر نقطه

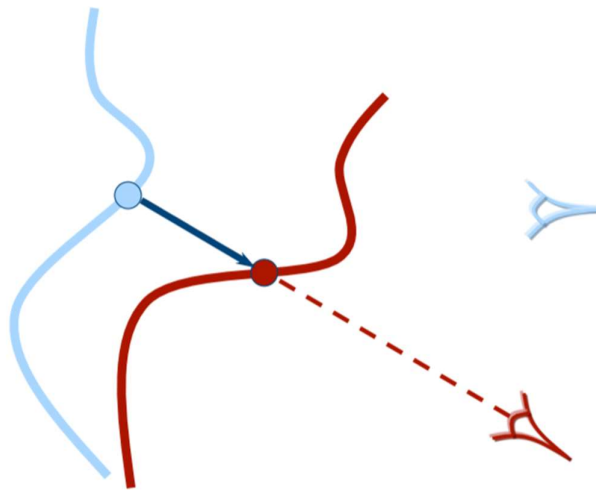


## میزان خطای نقطه در فضا

- حل با استفاده از روش کوچکترین مربع غیرخطی  
(به عنوان مثال الگوریتم لونبرگ-مارکارد [پیوست 3])
- هر تکرار به طور کلی کند تر از روش نقطه به نقطه است ، به هر حال اغلب نرخ همگرایی بیشتر میشود
- استفاده از روش فاصله نقطه در فضا به جای نقطه به نقطه

## پیش بینی (حدس)

- پیدا کردن نزدیکترین نقطه ، پرهزینه ترین بخش برای الگوریتم ICP است
- ایده : ساده شده جستجوی نزدیک ترین همسایه



برای یک محدوده از عکس ها ، میتوان نقاط را با توجه به مشاهدات (نقطه نظر) پیش بینی کرد

## تطبیق براساس پیش بینی

- زمان ثابت

- نیاز به محاسبه قبلی ، داده و ساختار خاصی نیست

- نیازمند به اندازه خطای نقطه در فضا

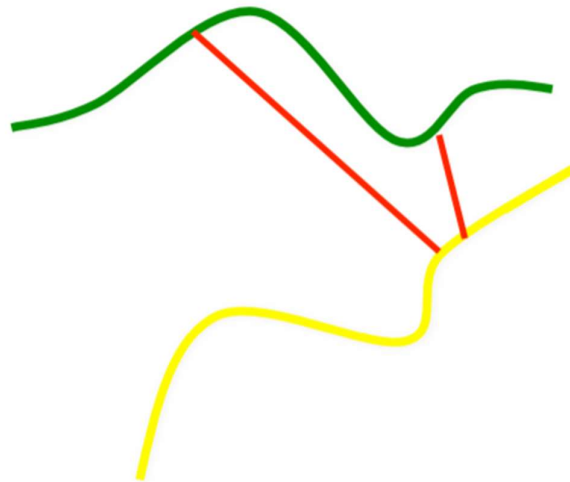
- کمی بد تر در هر تکرار هم تراز (تطبیق)

## گزینه های ICP

- نقاط زیر مجموعه (از یکی یا هر دو مجموعه)
- مقیاس مطابقت
- تجمع داده
- رد کردن جفت نقطه (خارج از محدوده)

## رد کردن جفت نقطه

- نقاط متناظر با فاصله نقطه به نقطه [پیوست 4] ، بیشتر از آستانه داده شده است
- رد جفت نقطه ای که با جفت نقطه همسایه خود سازگار نیستند



## رد کردن جفت نقطه

- نقاط متناظر با فاصله نقطه به نقطه [پیوست 4] ، بیشتر از آستانه داده شده است
- رد جفت نقطه ای که ناسازگار با جفت نقطه همسایه خود
- مرتب کردن همه نقاط متناظر با توجه به خطای آن ها و حذف بدترین ها  $t\%$  ، تقسیم ICP ( $TrIcp$ )
- $t$  برای تخمین (حدس) همپوشانی استفاده میشود
- مسئله : دانستن همپوشانی لازم است یا حدس زده میشود



## خلاصه الگوریتم ICP

- نمونه نقاط بالقوه
- وزن و رد جفت های بالقوه
- محاسبه چرخش  $R$  و انتقال  $t$  (SVD)
- اعمال  $R$  و  $t$  برای همه نقاط موجود در مجموعه
- محاسبه خطا  $E(R, t)$
- اگر خطا کاهش یافت & خطا  $<$  آستانه بود
  - تکرار مراحل
  - متوقف شود و هم ترازی نهایی را نشان دهد

## خلاصه ای از ICP

- ICP یک الگوریتم قدرتمند برای محاسبه جابجایی بین اسکن هاست
- بزرگترین مشکل تعیین ارتباط صحیح داده هاست
- سرعت همگرایی به تطبیق نقاط بستگی دارد
- با ارتباط صحیح داده ها ، میتوان با استفاده از SVD انتقال کارآمدی محاسبه کرد

## پیوست ها :

[1] :

میتوانیم یک ماتریس را به عوامل سازندهی آن تجزیه کنیم. یکی از روش های این تجزیه Singular Value Decomposition یا همان SVD است فرمول زیر، پایه ی SVD را تشکیل می دهد:

$$\underline{A} = \underline{U} \underline{S} \underline{V}^T$$

ماتریس اصلی	ماتریس متقارن	ماتریس قطری	ماتریس متقارن
$m \times n$	$m \times n$	$n \times n$	$n \times n$

## فرمول SVD

**[2]:**

در علوم رایانه، درخت- $kd$  (کوتاه شده درخت  $K$  بعدی) یک ساختمان داده برای سازماندهی نقاط در فضای  $k$  بعدی است. در واقع این درخت داده ساختاری است برای ذخیره‌سازی مجموعه متناهی از یک فضای  $K$  بعدی.

**[3]:**

روشی است برای یافتن کمینه یک تابع غیر خطی چند متغیره که به عنوان یک روش استاندارد برای حل مسئله کمینه مربعات برای توابع غیرخطی درآمده است.

**[4]:**

فاصله نقطه متناظر در سطح مبدا تا سطح مقصد میباشد

