Algorytmy grafowe 03: Najkrótsze ścieżki.

A Program do napisania

UWAGA: W poniższym zadaniu warto wykorzystać fakt, że oba algorytmy różnią się od siebie tylko sposobem i kolejnością rozpatrywania wierzchołków i krawędzi. Mają takie wspólne elementy:

- listy (cechy) długości ścieżek i poprzedników (takie same na początku, w analogiczny sposób modyfikowane);
- sposób zamiany cechy, gdy rozpatruje się krawędź $\{v_i, v_i\}$ (zamiana, gdy $l(v_i) > l(v_i) + w(v_i, v_i)$);
- sposób odczytywania ścieżek z listy cech.

Należy wykorzystać te podobieństwa, nie pisać w kodzie dwa razy tych samych rzeczy.

Zadanie A.1. Proszę o przesłanie w MSTeams

- plików o zindywidualizowanej nazwie 03NazwiskoImie.py albo 03NazwiskoImieNieDziala.py (jeśli podjęli
 Państwo próbę zrobienia, ale nie działa). W przypadku kilku plików proszę przesłać spakowany plik o takiej nazwie;
- Proszę:
 - nazwisko pierwsze, bez polskich znaków;
 - nie wysyłać niekompletnych programów bez dopisku NieDziala.
- Proszę o wpisanie w programie 'MatrixPaths.txt' a nie odwołania do pliku, które Państwo wykorzystywali.
- Proszę nie wysyłać mi pliku tekstowego z grafem.

W pliku graph05.txt zapisana jest macierz wag pewnego digrafu z wagami G. We wczytanym grafie wierzchołki powinny być numerowane kolejno liczbami naturalnymi zaczynając od 1 (zgodnie z kolejnością wierszy).

Napisz program, który wykorzystując algorytm Floyda-Warshalla znajduje wszystkie najkrótsze ścieżki między dowolną parą wierzchołków w grafie.

W wyjściu powinny się znajdować kolejno:

- wygenerowane macierze W_i i P_i (i = 0, 1, ...);
- jeśli nie ma ujemnych cykli, wszystkie najkrótsze ścieżki z wierzchołka 1;
- jeśli są ujemne cykle, to informacja, że są (Chetni mogą wypisać kolejne wierzchołki ujemnego cyklu).

UWAGA: Są dwa przykładowe rozwiązania, jedno z, a drugie bez ujemnego cyklu.

Przykładowa zawartość pliku graph05.txt:

- 3 - 4
- --1-4-
- 1 - 6
- 3 4 4 -
- 4 - 3 5
- 1 4 -

W 0 =

0.3 inf inf inf -4

inf 0 1 inf 4 inf

1 inf 0 inf inf 6

 $\inf\ 3\ 4\ 0\ 4\ \inf$

 $4~\mathrm{inf~inf}~3~0~5$

 $\inf 1 \inf 4 \inf 0$

$P \ 0 =$

1 1 None None None 1

None 2 2 None 2 None

3 None 3 None None 3

None 4 4 4 4 None

5 None None 5 5

None 6 None 6 None 6

$W\ 1\,=\,$

0.3 inf inf inf -4

inf 0 1 inf 4 inf

1 4 0 inf inf -3

 $\inf 3 \ 4 \ 0 \ 4 \inf$

 $4\ 7\ \mathrm{inf}\ 3\ 0\ 0$

 $\inf 1 \inf 4 \inf 0$

P 1 =

1 1 None None None 1

None 2 2 None 2 None

3 1 3 None None 1

None 4 4 4 4 None

5 1 None 5 5 1

None 6 None 6 None 6

$W~2\,=\,$

0.34 inf 7-4

inf 0 1 inf 4 inf

 $1\ 4\ 0\ \mathrm{inf}\ 8\ -3$

 $\inf 3 \ 4 \ 0 \ 4 \inf$

4 7 8 3 0 0 inf 1 2 4 5 0

P2 =

1 1 2 None 2 1

None 2 2 None 2 None

3 1 3 None 2 1

None 4 4 4 4 None

 $5\ 1\ 2\ 5\ 5\ 1$

None 6 2 6 2 6

W 3 =

0.3 4 inf 7-4

2 0 1 inf 4 -2

 $1\ 4\ 0\ \mathrm{inf}\ 8\ \textbf{-3}$

 $5\ 3\ 4\ 0\ 4\ 1$

4783003 1 2 4 5 -1 $P \ 3 =$ $1\ 1\ 2\ \mathrm{None}\ 2\ 1$ $3\ 2\ 2\ \mathrm{None}\ 2\ 1$ 3 1 3 None 2 1 $3\ 4\ 4\ 4\ 4\ 1$ $5\ 1\ 2\ 5\ 5\ 1$ $3\ 6\ 2\ 6\ 2\ 1$ Ostateczna macierz odległosci: $0\ 3\ 4\ \mathrm{inf}\ 7\ \textbf{-}4$ $2\ 0\ 1$ inf $4\ \mbox{--}2$ 1 4 0 inf 8 -3 $5\ 3\ 4\ 0\ 4\ 1$ 4783003 1 2 4 5 -1 Ostateczna macierz poprzednikow: 1 1 2 None 2 1 3 2 2 None 2 1 3 1 3 None 2 1 $3\ 4\ 4\ 4\ 4\ 1$ $5\ 1\ 2\ 5\ 5\ 1$ $3\ 6\ 2\ 6\ 2\ 1$ Ujemny cykl. Nie ma rozwiązania. Drugi przykładowy plik: - 3 1 6 4 7 ----16 5 1 - - - 5 ----1 1 - - 1 - ----2--W 0 = $0\ 3\ 1\ 6\ 4\ 7$ inf 0 inf inf 1 6 5 1 0 inf inf 5 inf inf inf 0 inf 1 $1 \inf \inf 1 0 \inf$ inf inf inf 2 inf 0 $P \ 0 =$ 1 1 1 1 1 1 None 2 None None 2 2 3 3 3 None None 3 None None 4 None 4 5 None None 5 5 None None None 6 None 6 W 1 = $0\ 3\ 1\ 6\ 4\ 7$ $\inf 0 \inf 16$ $5\ 1\ 0\ 11\ 9\ 5$ inf inf inf 0 inf 1 $1\ 4\ 2\ 1\ 0\ 8$ inf inf inf 2 inf 0

P 1 = 111111

3

None 2 None None 2 2 $3\ 3\ 3\ 1\ 1\ 3$ None None None 4 None 4 $5\ 1\ 1\ 5\ 5\ 1$ None None None 6 None 6

 $\begin{array}{l} W\ 2 = \\ 0\ 3\ 1\ 6\ 4\ 7\\ \text{inf 0 inf inf 1 6}\\ 5\ 1\ 0\ 11\ 2\ 5\\ \text{inf inf inf 0 inf 1}\\ 1\ 4\ 2\ 1\ 0\ 8\\ \text{inf inf inf 0 inf 2 inf 0} \end{array}$

P 2 =
1 1 1 1 1 1
None 2 None None 2 2
3 3 3 1 2 3
None None None 4 None 4
5 1 1 5 5 1
None None None 6 None 6

 $\begin{array}{l} W\ 3 = \\ 0\ 2\ 1\ 6\ 3\ 6\\ \mathrm{inf}\ 0\ \mathrm{inf}\ \mathrm{inf}\ 1\ 6\\ 5\ 1\ 0\ 11\ 2\ 5\\ \mathrm{inf}\ \mathrm{inf}\ \mathrm{inf}\ 0\ \mathrm{inf}\ 1\\ 1\ 3\ 2\ 1\ 0\ 7\\ \mathrm{inf}\ \mathrm{inf}\ \mathrm{inf}\ \mathrm{inf}\ 0\ \mathrm{inf}\ 0 \end{array}$

P 3 =
1 3 1 1 2 3
None 2 None None 2 2
3 3 3 1 2 3
None None None 4 None 4
5 3 1 5 5 3
None None None 6 None 6

 $\begin{array}{l} W\ 4 = \\ 0\ 2\ 1\ 6\ 3\ 6\\ \text{inf 0 inf inf 1 6}\\ 5\ 1\ 0\ 11\ 2\ 5\\ \text{inf inf inf 0 inf 1}\\ 1\ 3\ 2\ 1\ 0\ 2\\ \text{inf inf inf 2 inf 0} \end{array}$

P 4 =
1 3 1 1 2 3
None 2 None None 2 2
3 3 3 1 2 3
None None None 4 None 4
5 3 1 5 5 4
None None None 6 None 6

 $\begin{array}{l} W\ 5 = \\ 0\ 2\ 1\ 4\ 3\ 5 \\ 2\ 0\ 3\ 2\ 1\ 3 \\ 3\ 1\ 0\ 3\ 2\ 4 \\ \text{inf inf inf 0 inf 1} \\ 1\ 3\ 2\ 1\ 0\ 2 \\ \text{inf inf inf inf 2 inf 0} \end{array}$

```
P 5 =
```

1 3 1 5 2 4

 $5\ 2\ 1\ 5\ 2\ 4$

5 3 3 5 2 4

None None 4 None 4

 $5\ 3\ 1\ 5\ 5\ 4$

None None None 6 None 6

Ostateczna macierz odległosci:

 $0\ 2\ 1\ 4\ 3\ 5$

203213

3 1 0 3 2 4

 $\inf \ \inf \ 0 \ \inf \ 1$

 $1\ 3\ 2\ 1\ 0\ 2$

inf inf inf 2 inf 0

Ostateczna macierz poprzednikow:

 $1\ 3\ 1\ 5\ 2\ 4$

5 2 1 5 2 4

5 3 3 5 2 4

None None 4 None 4

 $5\ 3\ 1\ 5\ 5\ 4$

None None None 6 None 6

Najkrotsze sciezki:

- $z \ 1 \ do \ 1 : 1 \ 1$
- z 1 do 2 : 1 3 2
- z 1 do 3 : 1 3
- $z\ 1\ do\ 4:1\ 3\ 2\ 5\ 4$
- z 1 do 5 : 1 3 2 5
- z 1 do 6 : 1 3 2 5 4 6
- z 2 do 1 : 2 5 1
- $z \ 2 \ do \ 2 : 2 \ 2$
- z 2 do 3 : 2 5 1 3
- z 2 do 4 : 2 5 4
- $z\ 2\ do\ 5:2\ 5$
- $z\ 2\ do\ 6:2\ 5\ 4\ 6$
- z 3 do 1 : 3 2 5 1
- z 3 do 2 : 3 2
- $z \ 3 \ do \ 3 : 3 \ 3$
- z 3 do 4 : 3 2 5 4
- z 3 do 5 : 3 2 5
- z 3 do 6 : 3 2 5 4 6
- z 4 do 1 : Nie ma sciezki
- z 4 do 2 : Nie ma sciezki
- z 4 do 3 : Nie ma sciezki
- z 4 do 4 : 4 4
- z 4 do 5 : Nie ma sciezki
- $z\ 4\ do\ 6:4\ 6$
- $z \ 5 \ do \ 1 : 5 \ 1$
- z 5 do 2 : 5 1 3 2
- z 5 do 3 : 5 1 3
- z 5 do 4 : 5 4
- $z \ 5 \ do \ 5 : 5 \ 5$
- z 5 do 6 : 5 4 6
- z 6 do 1 : Nie ma sciezki
- z 6 do 2 : Nie ma sciezki
- z 6 do 3 : Nie ma sciezki
- z 6 do 4 : 6 4
- z 6 do 5 : Nie ma sciezki
- z 6 do 6 : 6 6