

Mentor: Ljiljana Arambašić

Totalno pozitivne matrice

Student: Nives Kunjašić

Područje: linearna algebra

Prikladno za studij: nastavnički studiji

Preduvjeti: nema

Opis: Matrica $A \in M_{mn}$ je totalno pozitivna ako su sve njene minore pozitivni brojevi. Jedna od najpoznatijih takvih matrica je Pascalova matrica. U radu bi se proučila svojstva, primjeri i konstrukcije totalno pozitivnih matrica.

Literatura:

T. Ando, *Totally positive matrices*, Linear Algebra Appl. 90 (1987), 165–219.

S. Fomin, A. Zelevinsky, *Total positivity: tests and parametrizations*, Math. Intelligencer 22 (2000), 23–33.

A. Pinkus, *Totally Positive Matrices*, Cambridge University Press, 2009.

Mentor: Ljiljana Arambašić

Osnovni teorem algebre

Student: Maja Horvat

Područje: matematička analiza

Prikladno za studij: nastavnički studiji

Preduvjeti: nema

Opis: U ovom radu proučavao bi se jedan od temeljnih teorema analize - osnovni teorem algebre. Ovaj teorem se može dokazati na razne načine i jedan od ciljeva rada je prezentirati one najzanimljivije. Također bi se razmotrila mogućnost upoznavanja srednjoškolskih učenika s ovim teoremom kao i razlozi zbog kojih bi učenici mogli imati poteškoće u njegovom razumijevanju.

Literatura:

L. Ahlfors, *Complex Analysis*, McGraw-Hill, 1979.

J. W. Dawson, *Why prove it again? Alternative proofs in mathematical practice*, Springer, Cham, 2015.

K. Conrad, *The fundamental theorem of algebra via linear algebra*,

<http://www.math.uconn.edu/~kconrad/blurbs/fundthmalg/fundthmalglinear.pdf>

Mentor: Ljiljana Arambašić

Baselski problem

Student: Valentina Tisanić

Područje: matematička analiza

Prikladno za studij: nastavnički studiji

Preduvjeti: nema

Opis: Baselski problem proučava konvergentni red $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ i vrijednost njegove sume. U radu će se proučiti povijesni podaci o ovom problemu, kao i razni dokazi tvrdnje da je $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$.

Literatura:

R. Chapman, *Evaluating $\zeta(2)$* , 2003.

<http://secamlocal.ex.ac.uk/people/staff/rjchapma/etc/zeta2.pdf>

B. R. Choe, *An Elementary Proof of $\sum n^{-2} = \frac{\pi^2}{6}$* , American Mathematical Monthly, 94, 662–663, 1987.

D. Kalman, *Six ways to sum a series*, The College Mathematics Journal, November 1993, 24 (5), 402–421.

Mentor: Ljiljana Arambašić

Bazni okviri konačnodimenzijskih Hilbertovih prostora

Student: Marija Kolarek

Područje: linearna algebra

Prikladno za studij: nastavnički studiji

Preduvjeti: nema

Opis: Niz vektora $(x_n)_{n \in I}$ Hilbertovog prostora H je bazni okvir za H ako postoje konstante $A, B > 0$ takve da za sve $x \in H$ vrijedi

$$A\|x\|^2 \leq \sum_{n \in I} |\langle x, x_n \rangle|^2 \leq B\|x\|^2.$$

Očito, bazni okviri generaliziraju pojam ortonormirane baze Hilbertovog prostora. Bazni okvir ne mora činiti linearno nezavisan skup vektora, ali se svaki vektor prostora može prikazati pomoću vektora baznog okvira. Ako je $\dim H < \infty$ tada podrazumijevamo da je indeksni skup I konačan i tada su bazni okviri upravo sustavi izvodnica promatranog Hilbertovog prostora. U ovom radu ćemo upoznati osnovna svojstva i primjere, kao i neke posebne klase baznih okvira.

Literatura:

P. G. Casazza, J. Kovačević, *Finite frames*, in *Applied and numerical harmonic analysis* (Theory and Applications), Springer, 2013.

W. Czaja, J. H. Tanis, *Kaczmarz algorithm and frames*, Int. J. Wavelets Multiresolut. Inf. Process. 11 (2013), no. 5, 13 pp.

D. Han, K. Kornelson, D. Larson, E. Weber, *Frames for undergraduates*, Student Mathematical Library, 40. American Mathematical Society, Providence, RI, 2007.

Mentor: Damir Bakić

Parsevalovi bazni okviri Hilbertovih prostora

Student: Matko Grbac

Područje: Funkcionalna analiza

Prikladno za studij: Teorijska matematika, Primijenjena matematika

Opis: Niz vektora $(f_n)_n$ u Hilbertovom prostoru H se naziva bazni okvir za H ako postoje konstante $A, B > 0$ takve da vrijedi $A\|x\|^2 \leq \sum_{n=1}^{\infty} |\langle x, f_n \rangle|^2 \leq B\|x\|^2, \forall x \in H$. Ako vrijedi samo druga nejednakost, kažemo da je niz $(f_n)_n$ Besselov. Ako je $A = B = 1$, tj. ako vrijedi $\sum_{n=1}^{\infty} |\langle x, f_n \rangle|^2 = \|x\|^2, \forall x \in H$, kažemo da je $(f_n)_n$ Parsevalov bazni okvir.

U radu će se najprije izložiti osnovna svojstva baznih okvira i posebno Parsevalovih baznih okvira. Nakon toga opisat će se bazni okviri koji posjeduju Parsevalov dual, opisat će se Besselovi nizovi koji dopuštaju konačno proširenje do Parsevalovog baznog okvira, te će se dokazati i analizirati fundamentalna jednakost za Parsevalove bazne okvire.

Literatura:

C. Heil, *A basis theory primer*, Birkhäuser, 2011.

O. Christensen, *An introduction to frames and Riesz bases*, Birkhäuser, 2002.

D. Bakić, *Normirani prostori*, skripta (dostupno u elektroničkom izdanju)

D. Bakić, *Notes on frames*, skripta (dostupno u elektroničkom izdanju)

Mentor: Damir Bakić

Gaborovi bazni okviri

Student: Luka Cigler

Područje: Funkcionalna analiza

Prikladno za studij: Teorijska matematika, Primijenjena matematika

Opis: Niz vektora $(f_n)_n$ u Hilbertovom prostoru H se naziva bazni okvir za H ako postoje konstante $A, B > 0$ takve da vrijedi $A\|x\|^2 \leq \sum_{n=1}^{\infty} |\langle x, f_n \rangle|^2 \leq B\|x\|^2, \forall x \in H$.

Za pozitivne realne parametre a i b Gaborov sistem generiran funkcijom $g \in L^2(R)$ je niz $G(g, a, b) = (M_{mb}T_{na}g)_{m,n \in \mathbb{Z}}$ pri čemu su M_{mb} i T_{na} operatori modulacije i translacije.

U radu će se najprije izložiti osnovna svojstva baznih okvira apstraktnih Hilbertovih prostora. Nakon toga opisat će se osnovna svojstva i izložiti temeljni rezultati o Gaborovim baznim okvirima u $L^2(R)$ i njihovim generatorima, tj. o funkcijama $g \in L^2(R)$ za koje je uz odabrane vrijednosti parametara a i b sistem $G(g, a, b)$ bazni okvir za Hilbertov prostor $L^2(R)$.

Literatura:

C. Heil, *A basis theory primer*, Birkhäuser, 2011.

O. Christensen, *An introduction to frames and Riesz bases*, Birkhäuser, 2002.

D. Bakić, *Normirani prostori*, skripta (dostupno u elektroničkom izdanju)

D. Bakić, *Notes on frames*, skripta (dostupno u elektroničkom izdanju)

Mentor: Damir Bakić

Sažeto uzorkovanje

Student: Marco Hrlić

Područje: Funkcionalna analiza

Prikladno za studij: Teorijska matematika, Primijenjena matematika

Opis: Osnovna zadaća u procesiranju signala je rekonstrukcija signala iz izmjerenih podataka. Ako je veza linearna potrebno je riješiti jednadžbu $Ax = y$, gdje je $x \in M_N$, $A \in M_{mN}$ i $y \in M_m$. Ako je $m < N$ elementaran rezultat linearne algebre nam govori da je ovaj sistem "neodređen", tj. da postoji beskonačno mnogo rješenja x . Drugim riječima, bez nekih dodatnih informacija nemoguće je u tom slučaju jednoznačno rekonstruirati signal x iz podataka y . Jedna od takvih dodatnih pretpostavki pod kojima je rekonstrukcija ne samo moguća, nego za nju postoje i efektivni algoritmi je pretpostavka da je signal rijedak. Signal zovemo rijetkim ako je većina njegovih komponenti jednaka 0. Metode koje se bave rješavanjem problema ovakve vrste poznate su pod zajedničkim imenom sažeto uzorkovanje.

U radu će se izložiti osnove ove teorije. Nakon toga opisat će se neki od standardnih algoritama za rješavanje neodređenih sustava uz dodatnu pretpostavku rijetkosti signala koje rekonstruiramo.

Literatura:

C. Heil, *A basis theory primer*, Birkhäuser, 2011.

S. Foucart, H. Rauhaut, *A mathematical introduction to compressive sensing*, Birkhäuser, 2013.

D. Bakić, *Normirani prostori*, skripta (dostupno u elektroničkom izdanju)

Mentor: Damir Bakić

Neto premije i matematičke rezerve osnovnih oblika životnih osiguranja

Student: Nikolina Šalković

Područje: Financijska matematika

Prikladno za studij: Financijska i poslovna matematika

Opis: U radu će se najprije opisati teorijski elementi osnovnih oblika životnih osiguranja: doživotnih renti i osiguranja za slučaj smrti. Nakon toga izložit će se osnovne činjenice o strukturi i konstrukciji tablica smrtnosti.

U centralnom dijelu rada izvest će formule za sadašnje vrijednosti (tj. neto premije) osnovnih oblika životnih osiguranja kao i za iznos potrebne matematičke rezerve u svakom danom trenutku nakon sklapanja police životnog osiguranja.

Literatura:

S.d. Promislow, *Fundamentals of actuarial mathematics*, Wiley, 2010.

A. Neill, *Life contingencies*, Heinemann 1977.

Mentor: Bojan Basrak

Svojstvene vrijednosti kovarijacijskih matrica za razdiobe teških repova

Student: Ante Šterc

Područje: Vjerojatnost, Slučajni procesi

Preduvjeti: Slučajni procesi

Prikladno za studij: Svi studiji

Opis: Asimptotsko ponašanje svojstvenih vrijednosti slučajnih kovarijacijskih matrica rastućih dimenzija jedna je od izazovnijih i aktuelnijih tema u suvremenoj teoriji vjerojatnosti. Problem je inicijalno proučavan u kontekstu tzv. gaussovskih matrica, gdje je Johnston (2001) dokazao teorem o ponašanju vodeće svojstvene vrijednosti. Taj rezultat su proširili Tao i Vu koristeći momente razdiobe opažanja. U kontekstu razdioba s regularno varirajućim repovima, analiza se čini nešto jednostavnijom, iako je inicijalni rezultat pokazan kasnije, v. Soshnikov (2004). U tom smjeru posljednjih godina postignut je značajan progres, pogotovo u radovima Davisa, Mikoscha, Heinyja i njihovih suradnika. Prikaz nekih od ovih rezultata s evt. naznačenim idejama dokaza i njihova ilustracija na simuliranim i/ili stvarnim podacima ciljevi su ovog diplomskog rada.

Literatura:

Heiny, J. (2017). Extreme Eigenvalues of Sample Covariance and Correlation Matrices. — Doctoral dissertation, University of Copenhagen.

Heiny, J., i Mikosch, T. (2017). Eigenvalues and eigenvectors of heavy-tailed sample covariance matrices with general growth rates: the iid case. *Stochastic Processes and their Applications*, 127(7), 2179-2207.

Sarapa, N. (2003) *Teorija vjerojatnosti*, Školska knjiga.

Mentor: Bojan Basrak

Primjena teorije ekstremnih vrijednosti na rekorde u atletici

Student: Lara Čigir

Područje: Vjerojatnost, Statistika

Preduvjeti: Matematička statistika

Prikladno za studij: Svi studiji

Opis: Teorija ekstremnih vrijednosti se koristi za modeliranje i procjenu razdiobe ekstremnih opažanja u raznim područjima, od klimatologije do financija. Einmahl i Magnus su 2008. godine ovu teoriju primijenili da bi odredili postoje li apsolutne ograde na vrijednosti mogućih svjetskih rekorda u raznim atletskim disciplinama. Rad bi trebao prikazati osnovne ideje teorije ekstremnih vrijednosti i nakon toga detaljno opisati statističke metode i modele korištene u radu Einmahl i Magnus (2008). Rad bi trebao metode ilustrirati na dostupnim stvarnim podacima odn. na podacima simuliranim iz pretpostavljenog modela.

Literatura:

Coles, S (2001). *An introduction to statistical modeling of extreme values*. London: Springer.

Einmahl, J. H., i Magnus, J. R. (2008). Records in athletics through extreme-value theory. *Journal of the American Statistical Association*, 103(484), 1382-1391.

Reiss, R. D. i Thomas, M. (2007). *Statistical analysis of extreme values*. Basel: Birkhäuser.

Resnick, S. (2007). *Heavy Tailed Phenomena*. Springer.

Mentor: Mea Bombardelli

Geogebra - primjena u nastavi matematike i fizike

Student: Maja Žitko

Područje: metodika nastave matematike i fizike

Prikladno za studij: Matematika i fizika; smjer nastavnički

Preduvjeti: nema

Opis: Program Geogebra jedan je od programa dinamičke geometrije u širokoj upotrebi u našim školama, ponajviše u obradi nastavnih sadržaja iz geometrije. U ovom diplomskom radu prikazat će se dodatne mogućnosti primjene Geogebre u nastavi na primjerima odabranih nastavnih jedinica iz matematike i fizike.

Literatura:

udžbenici za osnovnu i srednje škole

Mentor: Mea Bombardelli

Upisana i pripisane kružnice trokuta

Student: Anamarija Bešenić

Područje: geometrija

Prikladno za studij: nastavnički studiji

Preduvjeti: nema

Opis: U ovom radu proučit će se svojstva upisane kružnice i pripisanih kružnica trokuta, te njihovih središta.

Literatura:

D. Palman: Trokut i kružnica, Element, 2004.
i drugi izvori

Mentor: Mea Bombardelli

Formule za površinu trokuta

Student: Lidija Sokić

Područje: elementarna geometrija, metodika nastave matematike

Prikladno za studij: nastavnički studiji

Preduvjeti: nema

Opis: U ovom radu dat će se pregled različitih formula za površinu trokuta koje se obrađuju u školama. Opisat će se obrada odgovarajućih nastavnih jedinica u osnovnim i srednjim školama.

Literatura:
udžbenici, internet

Mentor: Mea Bombardelli

Caseyev teorem

Student: Adam Naglaš

Područje: geometrija

Prikladno za studij: nastavnički studiji

Preduvjeti: nema

Opis: Caseyev teorem je generalizacija Ptolomejevog teorema o tetivnom četverokutu u kojoj su vrhovi četverokuta zamijenjeni kružnicama. U radu će se dokazati Caseyev teorem i prikazati njegova primjena na odabranim primjerima.

Literatura:

S. Shirali, *On the Generalized Ptolemy Theorem*, <https://cms.math.ca/crux/v22/n2/page49-53.pdf>

L. González, *Casey's Theorem and its Applications*, http://geometry.ru/articles/Luis_Casey.pdf

Mentor: Nela Bosner

Točnost i numerička stabilnost direktnih metoda za rješavanje sustava linearnih jednadžbi

Student: Diana Šenjug

Područje: numerička linearna algebra, numerička analiza

Prikladno za studij: Primijenjena matematika, Financijska i poslovna matematika, Računarstvo i matematika

Preduvjeti: Numerička matematika, a poželjno znanje iz kolegija Numerička analiza 1 i 2, Znanstveno računanje 1 i 2.

Opis: Glavna tema ovog rada je točnost koju možemo očekivati kada sustav linearnih jednadžbi $Ax = b$, gdje je $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, rješavamo u aritmetici konačne preciznosti na računalu. Kao prvo, obradila bi se teorija perturbacija za sustave linearnih jednadžbi u kojoj se daje odgovor na pitanje koliko je rješenje sustava osjetljivo na perturbacije ulaznih podataka A i b . Nadalje, ta teorija daje povratnu grešku izračunate aproksimacije rješenja, i procjenjuje ogradu na njezinu grešku unaprijed. Nakon toga posvetilo bi se analizi numeričke stabilnosti direktnih metoda za rješavanje sustava, baziranih na LU faktORIZACIJI. Ta analiza daje povratnu grešku za dobivenu aproksimaciju rješenja preko direktne metode, koje se potom može uklopiti u teoriju perturbacija za dobivanje greške unaprijed. Rezultat analize detektira koji parametri mogu utjecati na numeričku stabilnost algoritma. Na kraju bi se teorija ilustrirala konkretnim primjerima izrađenim u MATLABu.

Literatura:

N. J. Higham, *Accuracy and Stability of Numerical Algorithms*, Second edition, SIAM, Philadelphia, 2002.

Mentor: Nela Bosner

Inverzni problemi velikih dimenzija kod obrade slika

Student: Goran Jeličić

Područje: znanstveno računanje, numerička analiza, obrada slika

Prikladno za studij: Primijenjena matematika, Računarstvo i matematika

Preduvjeti: Poželjno znanje iz kolegija Numerička analiza 1 i 2, Znanstveno računanje 1 i 2.

Opis: Inverzni problemi velikih dimenzija pojavljuju se u različitim primjenama u sklopu obrade slika. Zbog numeričke osjetljivosti rješavanja takvih problema, efikasne metode regularizacije su potrebne kako bi se izračunala suvisla rješenja. Ovaj rad dao bi pregled nekoliko uobičajenih matematičkih modela, uključujući linearni model, separabilan nelinearan model, i općeniti nelinearan model. Razmotrit će se tehnike regularizacije i implementacije problema velikih dimenzija, sa posebnim fokusom na algoritme koje mogu iskoristiti specifičnu strukturu problema. Mogućnosti i potencijal opisanih algoritama ilustrirat će se primjerima iz dekonvolucije slika, slijepe dekonvolucije slika sa više okvira, i tomosinteze. Na kraju bi se teorija ilustrirala konkretnim primjerima izrađenim u MATLABu.

Literatura:

O. Scherzer, ed., *Handbook of Mathematical Methods in Imaging*, Second edition, Springer, New York, 2015.

Mentor: Nela Bosner

Blokirani algoritmi za QR faktorizaciju

Student: Ivan Kiš

Područje: numerička linearna algebra, numerička analiza, znanstveno računanje

Prikladno za studij: Primijenjena matematika, Računarstvo i matematika

Preduvjeti: Numerička matematika, a poželjno znanje iz kolegija Numerička analiza 1 i 2, Znanstveno računanje 1 i 2.

Opis: QR faktorizacija matrice jako je važan alat u numeričkoj linearnoj algebri, zato je bitno da se algoritam za njeno računanje implementira na efikasan način. Standardni način računanja QR faktorizacije je primjena niza elementarnih ortogonalnih transformacija na matricu, i to Householderovih reflektora ili Givensovih rotacija. Međutim, njihova primjena je prilično neefikasna jer se bazira na BLAS 1 i BLAS 2 operacijama. Ovaj rad obradio bi blokirane verzije QR algoritama koji se oslanjaju na BLAS 3 operacije i efikasno koriste brzu cache memoriju. To znači da se algoritam mora restrukturirati na način da se stupci organiziraju u blokove koji se najprije obrade, a tek onda se ostatak matrice ažurira korištenjem matrično-matričnog množenja. Na taj način smanjuje se komunikacija između brze cache memorije i sporije RAM memorije. Za algoritam baziran na Householderovim reflektorima opisat će se dvije verzije blokiranja: pomoću WY reprezentacije produkta reflektora, i pomoću VTV reprezentacije produkta koji koristi manje memorije od WY. Za algoritam baziran na Givensovima rotacijama, također će se opisati generiranje akumuliranih rotacija u obliku matrica malih dimenzija. Na kraju bi se teorija ilustrirala konkretnim primjerima izrađenim u C-u, i uspoređivanjem vremena izvršavanja neblokiranih i blokiranih verzija algoritma.

Literatura:

C. Bischof, C. F. van Loan, *The WY representation for products of Householder matrices*, SIAM J. Sci. Stat. Comput., Vol 8, 1987, p. s2–s13.

R. Schreiber, C. F. van Loan. *A storage—efficient WY representation for products of Householder transformations*, SIAM J. Sci. Stat. Comput. Vol 10, 1989, p. 53–57.

B. Lang, *Using level 3 BLAS in rotation-based algorithms*, SIAM J. Sci. Comput., Vol 19, 1998, p. 626–634.

Mentor: Nela Bosner

Paralelni algoritmi za QR faktorizaciju

Student: Vedran Rukavina

Područje: numerička linearna algebra, numerička analiza, znanstveno računanje

Prikladno za studij: Primijenjena matematika; Računarstvo i matematika

Preduvjeti: Numerička matematika, a poželjno znanje iz kolegija Numerička analiza 1 i 2, Znanstveno računanje 1 i 2.

Opis: QR faktorizacija matrice jako je važan alat u numeričkoj linearnoj algebri, zato je bitno da se algoritam za njeno računanje implementira na efikasan način. Standardni serijski algoritmi bazirani su na blokiranju Householderovih reflektora i Givensovih rotacija, na način da optimiziraju komunikaciju između brze cache memorije i sporije RAM memorije na CPU. Ovaj rad obradio bi paralelne algoritme za računanje QR faktorizacije na višejezgrenim arhitekturama ili grafičkim karticama (GPU). Kod paralelnih algoritama optimizacija komunikacije među procesima ili dretvama, kao i među nivoima složene hijerarhije memorije od presudne je važnosti. Zbog toga bi se opisale varijante QR algoritma koje reorganiziraju cijeli postupak u podzadatke koji se mogu neovisno i paralelno odvijati. Glavna ideja je što više podzadataka izvršiti paralelno ili minimizirati količinu podataka koja se šalje između procesora kao i prema globalnoj memoriji. Algoritmi bi se implementirali u C-u sa CUDA sučeljem, a njihova bi se efikasnost zatim usporedila sa efikasnošću standardnih algoritama.

Literatura:

- J. W. Demmel, L. Grigori, M. F. Hoemmen, J. Langou, *Communication-optimal parallel and sequential QR and LU factorizations*, LAPACK Working Notes #204, 2008.
- B. Hadri, H. Ltaief, E. Agullo, J. Dongarra, *Enhancing parallelism of tile QR factorization for multicore architectures*, LAPACK Working Notes #222, 2009.
- M. Anderson, G. Ballard, J. Demmel, K. Keutzer, *Communication-avoiding QR decomposition for GPUs*, LAPACK Working Notes #240, 2011.
- A. R. Benson, D. F. Gleich, J. Demmel, *Direct QR factorizations for tall-and-skinny matrices in MapReduce architectures*, <https://arxiv.org/abs/1301.1071>
- J. J. Modi, M.R.B. Clarke, *An alternative Givens ordering*, Numerische Mathematik, Vol 43, 1984, p. 83–90.
- M. Hofmann, E. J. Kontoghiorghes, *Pipeline Givens sequences for computing the QR decomposition on a EREW PRAM*, Parallel Computing, Vol. 32, 2006, p. 222–230.

Mentor: Tina Bosner

Usporedba metoda za promjenu razlučivosti slike

Student: Lovre Grzunov

Područje: Računarstvo i numerička matematika

Prikladno za studij: Primijenjena matematika, Računarstvo i matematika, Matematika i informatika; smjer: nastavnički

Preduvjeti: Numerička matematika ili Primijenjena matematička analiza

Opis: Često je potrebno promijeniti razlučivost slike, i postoji puno metoda koje se koriste u tu svrhu. Pošto se očekuje da se ovakvi algoritmi izvršavaju u realnom vremenu, oni moraju biti brzi i efikasni. Ovaj diplomski rad će se uglavnom fokusirati na metode bazirane na interpolaciji i histopolaciji, te usporediti njihovu efikasnost na konkretnim primjerima.

Literatura:

1. H. S. Hou, H. C. Andrews: *Cubic Splines for image Interpolation and Digital Filtering*, IEEE Trans Acoust, 26 (6) (1978)
2. R. g. Keys: *Cubic Convolution Interpolation for Digital Image Processing*, IEEE Trans Acoust, 29 (6) (1981)
3. I. J. Schoenberg: *Splines and histograms*, in Spline Function and Approximation Theory, vol. 21 of ISNM, Birkhäuser 630 Verlag Basel und Stuttgart, str. 277–358 (1973)

Mentor: Franka Miriam Brueckler

Euklidov peti postulat

Student: Mihaela Rašić

Područje: povijest matematike, geometrija

Prikladno za studij: svi nastavnički studiji

Preduvjeti: Povijest matematike

Opis: Euklid je svojim *Elementima*, napisanim oko 300. g. pr. Kr., postavio temelje deduktivne logičke metode u matematici. Sve je svoje tvrdnje izveo iz samo deset osnovnih tvrdnji, pet aksioma i pet postulata. Pritom je peti Euklidov postulat, poznat kao postulat o paralelama, imao dodatni efekt na povijest matematike. Zbog svoje složenosti u odnosu na ostale aksiome i postulate već su se Euklidovi suvremenici pitali radi li se možda o teoremu, a ne o postulatu. Ovaj diplomski rad opisat će povijest pokušaja dokaza tog postulata sve do konačnog odgovara dobivenog u 19. stoljeću: Euklidov peti postulat stvarno je postulat, odnosno postoje i geometrije (tzv. neeuklidske) u kojima on ne vrijedi.

Literatura:

F. M. Brueckler: Povijest matematike II. Sveučilište u Osijeku, 2010.

F. P. Lewis: History of the Parallel Postulate. Am. Math. Monthly 27 (1920) 16–23.

R. H. Rolwing, M. Levine: The Parallel Postulate. Math. Teacher 62 (1969) 665–669.

J. Stilwell: Mathematics and Its History. Springer Verlag, 2010.

Mentor: Franka Miriam Brueckler

Boškovićeve teorije konika

Student: Kristina Košić-Kancir

Područje: povijest matematike, geometrija

Prikladno za studij: svi nastavnički studiji

Preduvjeti: Povijest matematike

Opis: Konike ili krivulje drugog reda poznate su još od antičkih vremena. Ruđer Bošković je pak 1754 u svojem djelu *Sectionum conicarum elementa* prvi sustavno izložio potpunu i originalnu teoriju konika, uz mnogobrojne nove rezultate. Za razliku od svojih prethodnika, sva je svojstva konika izveo konstrukcijama u ravnini, ne pozivajući se na njihov opis kao presjeka stošca s ravninom. U ovom će se radu opisati sadržaj Boškovićeve teorije konika, unutar povijesnog konteksta i uz usporedbu sa današnjim školskim sadržajima o konikama.

Literatura:

J. Majcen: Matematički rad Boškovićev, dio II. Zagreb 1921.

C. Taylor: Ancient and Modern Geometry of Conics. Cambridge, 1881.

V. Varićak: Matematički rad Boškovićev, dio I. Zagreb 1912.

E. M. Langley: The Eccentric Circle of Boscovich. Math. Gazette 32 (1944) 99–109.

Mentor: Franka Miriam Brueckler

Neformalna *vs.* formalna matematika

Student: Dominik Čulo

Područje: metodika nastave matematike, popularizacija matematike

Prikladno za studij: svi nastavnički studiji

Preduvjeti: Metodika nastave matematike I, Metodika nastave matematike II

Opis: Matematičke koncepte poput broja, beskonačnosti, vjerojatnosti, isl. ljudi naivno shvaćaju i koriste u svakodnevnom životu. Na toj razini, ti koncepti su često vrlo ograničeni, nekonzistentni, neprecizni i/ili im se pripisuje krivo značenje. S druge strane, matematika je inspirirana tim ograničenim i naivnim konceptima te ih pokušava precizirati i formalizirati, učiniti ih konzistentnima. Razumjevanje matematičkih koncepata u kontekstu matematike stoga zahtjeva višu razinu apstraktnog mišljenja nego u svakodnevnom kontekstu. U ovom će radu biti uspoređeni različiti koncepti iz neformalne matematike, tj. svakodnevno naivno shvaćanje matematičkih pojmova, s njihovim formalnim ekvivalentima. Poseban bi naglasak bio na nejasnoćama koje mogu nastati ako se u nastavi matematike ne ističu razlike govornog i matematičkog jezika.

Literatura:

F. A. Doria: Informal versus formal mathematics. Synthese 154 (2007) 401—415.

B. Bunch: Mathematical Fallacies and Paradoxes. Dover Publ., New York, 1982.

A. Viholainen: Prospective Mathematics Teachers' Informal and Formal Reasoning About the Concepts of Derivative and Differentiability. Univ. Jyväskylä, 2008., <http://www.math.jyu.fi/research/reports/rep115.pdf>.

E. Fischbein: The Interaction Between the Formal, the Algorithmic, and the Intuitive Components in a Mathematical Activity. U: R. Biehler, R.W. Scholz, R. Straser, B. Winkelmann (ur.), Didactics of mathematics as a scientific discipline, Kluwer, Dordrecht, 1994, 231–245.

Mentor: Franka Miriam Brueckler

Matematika salse

Student: Andrea Drezga

Područje: popularizacija matematike, geometrija

Prikladno za studij: svi studiji

Preduvjeti: Algebarske strukture, Kombinatorna i diskretna matematika, Elementarna geometrija

Opis: Poznato je da mnogi matematičari vole glazbu, a i da postoje dublje veze između matematike i glazbe. Poveznice plesa i matematike bitno su rjeđe i u pravilu se svode na spomenute veze glazbe i matematike. Prije nekoliko godina matematičari von Renesse i Ecke otkrili su jednu od rijetkih iznimki, a vezana je za popularni ples salsa, koji kao malo koji drugi „živi” od razlikovanja pozicija s obzirom na odnos pozicija ruku oba partnera i odnos tko koga gleda u lice ili u leđa. U ovom ćemo radu kombinatornim i simetrijskim argumentima odgovoriti na pitanje: Koliko je različitih pozicija u salsi? Uz taj glavni sadržaj bit će opisani i drugi, prvenstveno geometrijski i simetrijski, aspekti vezane za ples salsu i odgovarajuću glazbu.

Literatura:

C. v. Renesse, V. Ecke: Mathematics and Salsa Dancing. J. Math. Arts 5 (2011) 17–28

C. v. Renesse: Discovering the Art of Mathematics – Dance. <https://www.artofmathematics.org/books/dance>, 2016.

G. Toussaint: A Mathematical Analysis of African, Brazilian and Cuban *Clave* Rhythms. <http://cgm.cs.mcgill.ca/~godfried/publications/clave.pdf>, 2002.

Mentor: Franka Miriam Brueckler

Fibonaccijsva *Practica Geometriae*

Student: Mihaela Šimić

Područje: povijest matematike

Prikladno za studij: svi studiji

Preduvjeti: Povijest matematike

Opis: Dobro je poznato da je u čitavom europskom srednjem vijeku djelovao samo jedan istaknuti matematičar: Leonardo iz Pise, poznatiji kao Fibonacci. Uz *Liber Abaci* najpoznatije mu je djelo *Practica Geometriae*. Cilj je ovog diplomskog rada opisati sadržaj tog djela u njegovom povijesnom kontekstu i uz usporedbu s modernim školskim sadržajima.

Literatura:

B. Hughes (ur.): Fibonacci's *Practica Geometriae*. Springer, 2008.

F. M. Brueckler, Povijest matematike I, Sveučilište u Osijeku, 2014.

MacTutor History of Mathematics Archive: Leonardo Pisano. <http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Biographies/Fibonacci.html>

Mentor: Zvonimir Bujanović

Algoritmi za particioniranje grafova

Student: Ana Iveković

Područje: Računarstvo

Prikladno za studij: Računarstvo i matematika

Preduvjeti: nema

Opis: Problem particioniranja težinskog grafa sastoji se u pronalaženju particije skupa vrhova na k podskupova, tako da bude zadovoljen izvjesni uvjet optimalnosti. Ovaj problem javlja se u mnogim praktičkim primjenama: socijalne mreže, transportne mreže, problem određivanja PageRank-a, redukcija dimenzije prilikom dizajna integriranih krugova, te segmentacija slike samo su neki primjeri. Particioniranje grafa je tipično NP-težak problem, pa se za pristup rješavanju koriste heuristički i aproksimacijski algoritmi.

Cilj ovog diplomskog rada je opisati neke od standardnih algoritama za rješavanje problema particioniranja grafa, poput algoritama Kernighana i Lina, te Fiduccia i Matheysesa, algoritama više razina (engl. *multi-level*), te spektralnog particioniranja. Student će implementirati i usporediti performanse nekih od navedenih algoritama.

Literatura:

C. Bichot, P. Siarry: *Graph Partitioning*, Wiley, 2011

C. Schulz: *Course Notes: Graph Partitioning and Graph Clustering in Theory and Practice*, Karlsruhe Institute of Technology, 2016

A. Buluç, H. Meyerhenke, I. Safro, P. Sanders, C. Schulz: *Recent Advances in Graph Partitioning*, Algorithm Engineering: Selected Results and Surveys, Springer-Verlag, 2016

Mentor: Zvonimir Bujanović

Klijentske web-aplikacije i vue.js

Student: Ana Vidović

Područje: Računarstvo

Prikladno za studij: Računarstvo i matematika

Preduvjeti: poznavanje programskog jezika JavaScript

Opis: Moderne web-aplikacije zahtijevaju izradu sve složenijih korisničkih sučelja. S druge strane, aplikacijska logika se također premješta sa serverske na klijentsku stranu, uz web-stranice koje simuliraju klasične aplikacije sa stolnih računala. Kod takvih web-aplikacija, sav kod se dohvaća jednim zahtjevom prema web-serveru, a dodatni resursi se na stranicu učitavaju i dodaju dinamički, obično kao reakcija na akcije korisnika. Svi ovi trendovi rezultiraju znatno složnijim kodom na klijentskoj strani web-aplikacije, pa su se pojavili brojni razvojni okviri koji olakšavaju njezinu izradu. U zadnje vrijeme na popularnosti znatno dobiva razvojni okvir vue.js, čija je primarna namjena elegantna i jednostavna izrada korisničkog sučelja web-aplikacije i njegovo lako povezivanje s aplikacijskom logikom.

Cilj ovog diplomskog rada je opisati razvojni okvir vue.js i istaknuti razliku u dizajnu web-aplikacija koje prenose aplikacijsku logiku na klijentsku stranu u odnosu na klasične web-aplikacije. Student će demonstrirati mogućnosti ovog razvojnog okvira izradom odgovarajuće složenije web-aplikacije.

Literatura:

Web stranice projekta vue.js, <https://vuejs.org/>

Dokumentacija razvojnog okvira vue.js, <https://vuejs.org/v2/guide/>

Learn Vue 2: Step By Step,

<https://laracasts.com/series/learn-vue-2-step-by-step>

Mentor: Zvonimir Bujanović

Izrada web-aplikacija pomoću Laravela

Student: Stjepan Zbiljski

Područje: Računarstvo

Prikladno za studij: Računarstvo i matematika

Preduvjeti: poznavanje programskog jezika PHP

Opis: PHP je jedan od najraširenijih programskih jezika za razvoj web-aplikacija. Kao pomoć pri izradi sve složenijih aplikacija, pojavili su se brojni razvojni okviri koji ubrzavaju njihovu implementaciju i pomažu pri organizaciji koda. Jedan od najpopularnijih razvojnih okvira za PHP je Laravel. Laravel je besplatni, *open-source* okvir koji slijedi arhitekturni obrazac *model-view-controller*, donosi moćan alat za web-predloške, implementaciju objektno-relacijskog preslikavanja (ORM) za komunikaciju s bazom podataka, te brojne druge mogućnosti koje se zahtijevaju od moderne platforme za razvoj web-aplikacija.

Cilj ovog diplomskog rada je napraviti pregled okvira Laravel, te demonstrirati njegove mogućnosti izradom odgovarajuće složenije web-aplikacije.

Literatura:

M. Stauffer: *Laravel: Up and Running*, O'Reilly Media, 2016.

Web stranice razvojnog okvira Laravel, <https://laravel.com/docs/5.5>

Laravel 5.4 From Scratch,

<https://laracasts.com/series/laravel-from-scratch-2017>

Mentor: Vedran Čačić

Strukture podataka i algoritmi u Pythonu

Student: Maja Marija Barukčić

Područje: Računarstvo

Prikladno za studij: Računarstvo i matematika

Preduvjeti: nema

Opis: Kolegij Strukture podataka i algoritmi upoznaje studente s nekim najvažnijim apstraktnim tipovima podataka, njihovim implementacijama, i algoritmima na njima koji se uglavnom prezentiraju u obliku neovisnom o implementaciji. Implementacijski jezik je C, jer su studenti s njim upoznati na ranijim kolegijima.

Međutim, C zahtijeva razmišljanje o mnogim tehničkim detaljima (kao što je upravljanje memorijom), što ponekad zamagluje osnovne ideje, i čini algoritme teškim za praćenje. Python je puno bolji jezik za pisanje “izvršivog pseudokoda” kakav je najpotrebniji pri takvoj prezentaciji, i za hvatanje algoritama na njihovoj prirodnoj razini apstrakcije.

Ovaj diplomski rad zamišljen je kao skripta za imaginarni kolegij, koji pokriva slično gradivo kao Strukture podataka i Algoritmi, samo s Pythonom kao implementacijskim jezikom.

Literatura:

ROBERT MANGER, *Strukture podataka i algoritmi*, skripta; Element, 2014.

BRETT SLATKIN, *Effective Python*, <http://www.effectivepython.com/>

Mentor: Vedran Čačić

Prošireni modeli teorije skupova

Student: Tin Adlešić

Područje: Matematička logika

Prikladno za studij: Teorijska matematika

Preduvjeti: nema

Opis: Nezavisnost i relativna konzistentnost hipoteze kontinuumu jedan je od najvažnijih rezultata teorije skupova — kako zbog filozofskog značaja za bit matematičke istine, tako i zbog tehnika koje su razvijene za dokaz. Dok je za relativnu konzistentnost korištena relativno standardna ideja unutarnjeg (suženog) modela, za koji je bar načelno jasno kako je opisati logički (to je zapravo malo generalizirana skolemizacija), za nezavisnost je potrebno izgraditi *prošireni* model.

Upravo zbog ideje da bi kumulativna hijerarhija trebala biti “sveobuhvatna”, teško je smisliti tehnike koje proizvode bitno šire strukture. Povijesno, prva metoda razvijena u tu svrhu je *forcing*, koji je vrlo tehnički i prepun detalja za koje nije *a priori* jasno kakvu ulogu igraju u finalnoj konstrukciji.

Puno “motiviraniji” pristup, razvijen kasnije, je širenje modela u drugom, manje očekivanom smjeru: generaliziranje pojma istinitosti formule u strukturi, na (skoro) proizvoljnu Booleovu algebru umjesto kanonskog skupa $\{\top, \perp\}$. U diplomskom radu trebale bi biti prezentirane osnovne ideje i rezultati takvog pristupa.

Literatura:

JOHN L. BELL, *Set theory: Boolean-valued models and independence proofs*, Oxford University Press, 2005

ANATOLY G. Kusraev, SEMĖN S. KUTATELADZE, *Boolean-valued analysis*, Springer Science & Business Media, 2012

THOMAS JECH, *Set Theory*, Springer Science & Business Media, 2013

Mentor: Vedran Čačić

Interpreter za λ -račun

Student: Sandro Lovnički

Područje: Matematička logika

Prikladno za studij: Računarstvo i matematika

Preduvjeti: nema

Opis: λ -račun Alonza Churcha predstavlja jednu od brojnih formalizacija pojma izračunljivosti odnosno algoritma, nastalih sredinom prošlog stoljeća. Pruža dobar uvid u esenciju izračunavanja: primjena funkcija na objekte, zamjenjivanjem vezanih varijabli u tijelu funkcije reprezentacijama tih objekata.

Iako bez sumnje izvediv na modernim računalima, i lišen tehničkih detalja u samoj prezentaciji, prilikom implementacije pojavljuju se koraci (kao što je α -renaming, preimenovanje vezanih varijabli) koje je trivijalno objasniti čovjeku, ali začuđujuće teško formalno objasniti računalu na zadovoljavajući način.

Također, standardna reprezentacija prirodnih brojeva u λ -računu (Churchovi numerali) je dovoljno dobra za ideju izračunljivosti, ali bolno neadekvatna za ikakvo praktično računanje.

Diplomski rad (implementacija u Haskellu rudimentarne ljuske za interaktivni rad s λ -računom, s dokumentacijom i primjerima korištenja) trebao bi predstaviti ispravno izvedeno α -preimenovanje, te istražiti neke alternativne reprezentacije prirodnih brojeva (recimo, zasnovane na binarnom zapisu) s kojima je moguće doista računati.

Literatura:

MARTIN ABADI, LUCA CARDELLI, PIERRE-LOUIS CURIEN, JEAN-JACQUES LEVY, *Explicit substitutions*, 1991

HENDRIK PIETER BARENDREGT, *The Lambda Calculus, its Syntax and Semantics*, 1984

MAYER GOLDBERG, *An Adequate Left-Associated Binary Numeral System in the λ -Calculus*, 1995

BENEDETTO INTRIGILA, *Some Results on Numerical Systems in λ -Calculus*, 1994

Mentor: Vedran Čačić

Algoritam Timsort

Student: Mislav Beg

Područje: Računarstvo

Prikladno za studij: Računarstvo i matematika

Preduvjeti: Oblikovanje i analiza algoritama

Opis: Sortiranje je jedan od najvažnijih problema praktičnog računarstva, koje ima i zanimljive teorijske značajke. U početku razvoja računarstva, Quicksort Tonyja Hoarea bio je praktički najbolje čemu smo se mogli nadati: jednostavan za implementaciju, s najmanjom mogućom unutarnjom petljom, bez ikakvih funkcijskih poziva, i orijentiran na minimizaciju broja zamjena elemenata. Ipak, izbor *pivota* je uvijek sadržavao elemente nagađanja, i kvadratna složenost u najgorem slučaju je uvijek predstavljala latentni problem.

Mergesort je teorijski puno ljepši algoritam, ali u praktičnim situacijama gotovo uvijek je gubio bitku s Quicksortom ili kakvim drugim algoritmom koji uzima u obzir tehnikalije poput lokalnosti pristupa ili latencije memorije.

Dolaskom 21. stoljeća, okolnosti se počinju mijenjati: dodatna indirekcija (*reference semantics*) modernih programskih jezika smanjila je cijenu zamjena elemenata, bolje tehnike ponovne upotrebe koda smanjile su potrebu za stalnom reimplementacijom, a selidba softvera na *web* značila je puno veći strah od maliciozno konstruiranih podataka koji induciraju najgori slučaj.

U novim uvjetima, pronađena je nova ravnotežna točka: Timsort Tima Petersa, lukavo konstruiran hibrid nekoliko najboljih tehnika sortiranja, s teorijski najboljom $O(n \log n)$ složenošću, a također i iskorištavanjem specijalne strukture nizova podataka kakvi se često pojavljuju u primjenama.

Diplomski rad zamišljen je kao detaljna prezentacija algoritma, njegovo stavljanje u povijesni kontekst, te ispitivanje raznih fino podešenih parametara koji ga čine jednim od najboljih algoritama za sortiranje današnjice.

Literatura:

NICOLAS AUGER, CYRIL NICAUD, CARINE PIVOTEAU, *Merge Strategies: from Merge Sort to TimSort*, 2015

TIM PETERS, Timsort whitepaper,

<http://svn.python.org/projects/python/trunk/Objects/lists/objects.txt>

Mentor: Lavoslav Čaklović

Analiza i vizualizacija neuromagnetskih signala

Student: Jela Galić

Područje: primijenjena matematika i fizika

Prikladno za studij: svi studiji

Preduvjeti: nema

Opis: Cilj rada je razvoj grafičkog sučelja koje će omogućavati vizualizaciju magnetoencefalografskih signala (MEG) signala i omogućavati njihovu analizu. U radu će se objasniti fizika koja stoji u pozadini MEG uređaja, struktura zapisa tih signala i matematika koja stoji u pozadini analize tih signala. Specifični ciljevi: (1) Učitavanje .nc i .csst datoteka, (2) Prikaz usrednjenih MEG signala, (3) Filtriranje signala na svim senzorima po raznim kriterijima i danim vremenskim intervalima, (4) Prikaz kortikalne aktivnosti.

Literatura:

S. Supek, Cheryl J. Aine (2104), Magnetoencephalography: From signals to dynamic cortical networks.

Mentor: Lavoslav Čaklović

Latentne varijable

Student: Klara Šoltić

Područje: primijenjena statistika

Prikladno za studij: svi studiji

Preduvjeti: nema

Opis: U radu će se detaljno obraditi eksploratorna i konfirmativna faktorska analiza s primjenama u sportu i psihologiji. Detaljno će se proučiti statistički paket *Lavaan* pisan u R-u. Bit će također govora i o "Path analysis" i "Structure equation modeling".

Literatura:

R, W. Holmes Finch, Jr., Brian F. French: Latent Variable Modeling; A. Alexander Beaujean, Latent Variable Modeling Using R, A Step-by-Step Guide

Mentor: Lavoslav Čaklović

Tokovi najmanjeg troška

Student: Barbiš Apolinar

Područje: diskretna matematika

Prikladno za studij: svi studiji

Preduvjeti: nema

Opis: U radu će biti razmatrana optimizacija na usmjerenim grafovima sa zadanim kapacitetom lukova i više od jednog ponora i izvora. Bit će dokazan Edmond-Karpov teorem za tok najmanjeg troška transporta.

Literatura:

Korte-Vygen, Combinatorial Optimization, Springer, 2000

Mentor: Lavoslav Čaklović

Strojno učenje putem regresije i SVM

Student: David Bojanić

Područje: strojno učenje

Prikladno za studij: svi studiji

Preduvjeti: nema

Opis: U radu će biti detaljno obrađene metode učenja putem regresije i *Support Vector Machine* s primjenama u medicini, marketingu i prepoznavanju objekata općenito. Kodovi će biti pisani u pythonu i R-u.

Literatura:

Sebastian Raschka, Vahid Mirjalili: Python Machine Learning, Packt Publishing (2017),
Trevor Hastie, Robert Tibshirani, Jerome Friedman: The Elements of Statistical Learning:
Data Mining, Inference, and Prediction.

Mentor: Lavoslav Čaklović

Biplot i primjena u analizi korespondencije i drugim statističkim metodama

Student: Lana Janković

Područje: primijenjena statistika

Prikladno za studij: svi studiji

Preduvjeti: nema

Opis: Biplot je način prikazivanja rezultata eksploratorne analize i ima široku primjenu. Za interpretaciju je potrebno znanje i vještina u čijoj pozadini stoji SVD dekompozicija. Teoremi iz optimizacije i linearni algebre koji nisu dokazani na studiju bit će detaljno obrađeni.

Literatura:

Greenacre M., Biplots in practice, BBVA, 2010

Mentor: Tomislav Došlić

Tutteov polinom

Student: Ivona Jelić

Područje: Teorija grafova. Kombinatorika

Prikladno za studij: Svi studiji

Preduvjeti: Nema

Opis: Tutteov polinom je jedna od najvažnijih graf-teoretičkih invarijanata koja kodira mnoštvo informacija o grafu. Cilj rada bi bio eksplicitno izračunati Tutteove polinome za klase grafova koje opisuju linearne polimere male povezanosti.

Literatura:

D. Veljan, *Kombinatorna i diskretna matematika*, Algoritam, Zagreb, 2001.

Mentor: Zlatko Drmač

Tenzorske metode u prepoznavanju lica

Student: Suraja Poštić

Područje: Primijenjena matematika i računarstvo

Prikladno za studij: Svi diplomski smjerovi

Opis: Problem prepoznavanja ljudskih lica ima cijeli niz primjena, posebno u domeni nadziranja/sigurnosti i interakcije čovjek-računalo. Razvoj matematičkih metoda i numeričkih algoritama predstavlja zanimljivu i izazovnu istraživačku temu.

Moderni pristup ovom problemu uključuje metode multilinearne algebre. U ovoj radnji će biti detaljno razrađeni algoritmi bazirani na tenzorskom modelu podataka (snimaka lica), tenzorskim dekompozicijama (SVD višeg reda) i tenzorskim aproksimacijama nižeg ranga. Osim teorijske analize, planirana je i softverska implementacija koja treba biti testirana na nekoj od standardnih javno dostupnih benchmark baza ljudskih lica (kao npr. Yale faces, Toronto Face Database).

Literatura:

1. SANTU RANA, WANQUAN LIU, MIHAI LAZARESCU, SVETHA VENKATESH: *A unified tensor framework for face recognition*. Pattern Recognition 42 (2009) 2850–2862.
2. NING HAO, MISHA E. KILMER, KAREN BRAMAN, AND RANDY C. HOOVER: *Facial Recognition Using Tensor-Tensor Decompositions*, SIAM J. IMAGING SCIENCES Vol. 6, No. 1, pp. 437–463.
3. M. ALEX O. VASILESCU, DEMETRI TERZOPOULOS: *Multilinear Subspace Analysis of Image Ensembles*, Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR'03).
4. LARS ELDEN: *Matrix Methods in Data Mining and Pattern Recognition*, SIAM Fundamentals of Algorithms 2007.

Mentor: Zlatko Drmač

Klasteriranje k -sredinama

Student: Petar Apolonio

Područje: Numerička matematika, matematičko modeliranje

Prikladno za studij: Primijenjena matematika, računarstvo

Opis: Klasteriranje podataka je važna komponenta analize strukture podataka u raznim problemima *data mining*-a. Podatke (piksele na digitalnoj slici, tekstualne dokumente, kupce, artikle itd.) treba particionirati (grupirati) prema nekom zadanom kriteriju sličnosti. U radnji će biti proučavana metoda k -sredina, te njene varijacije i veze s drugim metodama.

Literatura:

1. I. Dhillon, Y. Guan, B. Kulis: A Unified View of Kernel k -means, Spectral Clustering and Graph Cuts, 2012.
2. I. Dhillon, Y. Guan, J. Kogan: Iterative Clustering of High Dimensional Text Data Augmented by Local Search, 2012.

Mentor: Zlatko Drmač

Reducirani numerički modeli dinamike fluida s primjenama

Student: Kristina Kozić

Područje: Primijenjena matematika i znanstveno računanje

Prikladno za studij: Primijenjena matematika

Opis: U primjenama često trebamo numerički zahtjevnije numeričke simulacije kompleksnih sustava, npr. u optimizaciji rješenja PDJ s obzirom na zadani skup parametara ili za kontrolu u realnom vremenu. U tzv. MOR (Model Order Reduction) pristupu se na osnovi simulacija u visokoj rezoluciji empirijski konstruira nižedimenzionalni model koji vjerno reproducira dinamiku originalnog modela.

Cilj ove radnje je da se integrirano znanje numeričkog rješavanja parcijalnih diferencijalnih jednadžbi dinamike fluida kombinira s modernim metodama redukcije dimenzije (Proper Orthogonal Decomposition (POD), Discrete Empirical Interpolation Method (DEIM), Dynamic Mode Decomposition (DMD)). U praktičnom radu će se koristiti javno dostupni softverski paketi (npr. FEniCS, OpenFOAM) i razvijene metode će biti primijenjene u analizi npr. toka krvi u žilama, strujanja oko prepreka itd. Na odabranim primjerima će biti ilustrirane efikasnost i numerička točnost nižedimenzionalnih aproksimacija.

Literatura:

1. S. VOLKWEIN: *Proper Orthogonal Decomposition: Theory and Reduced-Order Modeling, Lecture Notes 2013*.
2. M. GRIEBEL, T. DORNSEIFER, T. NEUNHOEFFER: *Numerical Simulations in Fluid Dynamics*, SIAM 1998.
3. S. CHATURANTABUT, D. SORENSEN: *Nonlinear model reduction via Discrete Empirical Interpolation*, SIAM J. Sci. Comput. Vol. 32, No. 5, pp. 2737–2764.
4. J. N. KUTZ, S. L. BRUNTON, B. W. BRUNTON, J. L. PROCTOR: *Dynamic Mode Decomposition*, SIAM 2016.
5. Y.T. DELORME, A.–E.M. KERLO, K. ANUPINDI, M. D. RODEFELD, S. H. FRANKEL: *Dynamic Mode Decomposition of Fontan Hemodynamics in an Idealized Total Cavopulmonary Connection*, Fluid Dyn. Res. 2014 August ; 46(4): 041425.

Mentor: Zlatko Drmač

Dinamička modalna dekompozicija u analizi financijskih transakcija i algoritamskom trgovanju

Student: Ivan Kulušić

Područje: Primijenjena matematika i znanstveno računanje

Prikladno za studij: Primijenjena matematika, Financijska matematika

Opis: Dinamička modalna dekompozicija (*Dynamic Mode Decomposition*, DMD) je metoda originalno razvijena u numeričkim simulacijama u dinamici fluida i pokazala se uspješnom u analizi tzv. koherentnih struktura. U praktičnoj realizaciji je često kombinirana s *Proper Orthogonal Decomposition* (POD).

DMD je posebno prikladna u tzv. *data driven* scenarijima, kada se iz niza dobivenih podataka empirijski gradi model kojeg se može koristiti za kontrolu i/ili predviđanje budućih vrijednosti. Tako se, na primjer, uspješno koristi u modeliranju širenja epidemije gripe.

Cilj ove radnje je istražiti primjenjivost DMD metode u analizi podataka sa financijskih tržišta, posebno u otkrivanju dinamike koja može (u kombinaciji s metodama strojnog učenja) biti korištena u donošenju odluka u algoritamskom trgovanju.

Literatura:

1. S. VOLKWEIN: *Proper Orthogonal Decomposition: Theory and Reduced-Order Modeling, Lecture Notes 2013*.
2. M. HINZE, S. VOLKWEIN: *Proper Orthogonal Decomposition Surrogate Models for Nonlinear Dynamical Systems: Error Estimates and Suboptimal Control* In: Benner P., Sorensen D.C., Mehrmann V. (eds) *Dimension Reduction of Large-Scale Systems*. Lecture Notes in Computational Science and Engineering, vol 45. Springer, Berlin, Heidelberg, 2005.
3. J. N. KUTZ, S. L. BRUNTON, B. W. BRUNTON, J. L. PROCTOR: *Dynamic Mode Decomposition*, SIAM 2016.
4. J. MANN, J. N. KUTZ: *Dynamic Mode Decomposition for Financial Trading Strategies*, arXiv 2015; Quantitative Finance Volume 16, 2016 - Issue 11 .

Mentor: Zlatko Drmač

Dinamička modalna dekompozicija u realnom vremenu

Student: Matej Poletar

Područje: Primijenjena matematika i znanstveno računanje

Prikladno za studij: Primijenjena matematika

Opis: Dinamička modalna dekompozicija (*Dynamic Mode Decomposition*, DMD) je metoda originalno razvijena u numeričkim simulacijama u dinamici fluida i pokazala se uspješnom u analizi tzv. koherentnih struktura. U praktičnoj realizaciji je često kombinirana s *Proper Orthogonal Decomposition* (POD). DMD je posebno prikladna u tzv. *data driven* scenarijima, kada se iz niza dobivenih podataka empirijski gradi model kojeg se može koristiti za kontrolu i/ili predviđanje budućih vrijednosti.

U slučaju simulacija u realnom vremenu i s vremenski promjenjivim koeficijentima nužno je koristiti podatke iz klizećeg vremenskog prozora ograničene širine koji uključuje najnovije podatke. Pri tome se DMD mora u svakom koraku obnavljati, što zahtijeva nove efikasne algoritme.

U ovoj radnji će se biti proučavani takvi algoritmi s primjenama na odabranim primjerima.

Literatura:

1. S. VOLKWEIN: *Proper Orthogonal Decomposition: Theory and Reduced-Order Modeling, Lecture Notes 2013*.
2. M. HINZE, S. VOLKWEIN: *Proper Orthogonal Decomposition Surrogate Models for Nonlinear Dynamical Systems: Error Estimates and Suboptimal Control* In: Benner P., Sorensen D.C., Mehrmann V. (eds) *Dimension Reduction of Large-Scale Systems. Lecture Notes in Computational Science and Engineering*, vol 45. Springer, Berlin, Heidelberg, 2005.
3. J. N. KUTZ, S. L. BRUNTON, B. W. BRUNTON, J. L. PROCTOR: *Dynamic Mode Decomposition*, SIAM 2016.
4. H. ZHANG, C. W. ROWLEY, E. A. DEEM, L. N. CATTAFESTA: *Online dynamic mode decomposition for time-varying systems. arXiv 2017*.

Mentor: Zlatko Drmač

Redukcija dimenzije parametarski ovisnih nelinearnih sustava

Student: Iva Manojlović

Područje: Primijenjena matematika i znanstveno računanje

Prikladno za studij: Primijenjena matematika

Opis: U mnogim primjenama (kontrola u realnom vremenu, optimizacija po zadanim parametrima) je nužno rješavati sustave diferencijalnih jednačbi u kojima je broj jednačbi u desecima ili stotinama tisuća. Kako moderni razvoj tehnologije zahtijeva rješavanje sve složenijih problema, dovoljno efikasno numeričko rješavanje je moguće zamjenom originalnog problema familijom nižedimenzionalnih koji vjerno reproduciraju dinamiku polaznog problema

Osnovna ideja ovog pristupa je da se u tzv. off-line pripremi algoritamski nauči mnogostrukost rješenja, koristeći sofisticirane metode uzorkovanja u prostoru parametara. Nakon toga se u simulacijama u realnom vremenu umjesto polaznog problema rješava njegova projicirana verzija.

U ovoj radnji će se biti proučavane metode reduciranih baza (uključujući POD) u kombinaciji s DEIM (Discrete Empirical Interpolation Method) i DMD (Dynamic Mode Decomposition), s primjenama na odabranim primjerima.

Literatura:

1. S. VOLKWEIN: *Proper Orthogonal Decomposition: Theory and Reduced-Order Modeling, Lecture Notes 2013*.
2. M. HINZE, S. VOLKWEIN: *Proper Orthogonal Decomposition Surrogate Models for Nonlinear Dynamical Systems: Error Estimates and Suboptimal Control* In: Benner P., Sorensen D.C., Mehrmann V. (eds) *Dimension Reduction of Large-Scale Systems. Lecture Notes in Computational Science and Engineering*, vol 45. Springer, Berlin, Heidelberg, 2005.
3. J. N. KUTZ, S. L. BRUNTON, B. W. BRUNTON, J. L. PROCTOR: *Dynamic Mode Decomposition*, SIAM 2016.
4. S. CHATURANTABUT, D. SORENSEN: *Nonlinear model reduction via Discrete Empirical Interpolation*, SIAM J. Sci. Comput. Vol. 32, No. 5, pp. 2737–2764.
5. J. S. HESTHAVEN, G. ROZZA, B. STAMM: *Certified Reduced Basis Methods for Parametrized Partial Differential Equations*, Springer 2016.

Mentor: Andrej Dujella

Algoritmi za faktORIZACIJU polinoma

Student: Mia Matić

Područje: teorija brojeva

Prikladno za studij: svi studiji

Preduvjeti: nema

Opis: Obradit će se klasični i moderni algoritmi za faktORIZACIJU polinoma s cjelobrojnim koeficijentima, poput Kroneckerovog, Berlekampovog i LLL-algoritma.

Literatura:

H. Cohen, *A Course in Computational Algebraic Number Theory*, Springer-Verlag, 1993.

M. Mignotte, *Mathematics for Computer Algebra*, Springer-Verlag, 1992.

Mentor: Andrej Dujella

Koblitzove eliptičke krivulje

Student: Marija Sabljic

Područje: teorija brojeva, kriptografija

Prikladno za studij: svi studiji

Preduvjeti: nema

Opis: Koblitzove krivulje su krivulje oblika $y^2 + xy = x^3 + ax^2 + 1$ za $a = 0$ ili 1 . Dakle, one imaju koeficijente iz polja F_2 , no u primjenama ih se promatra kao krivulje nad F_{2^k} za veliki k . Obradit će se osnovni algoritmi za računanje s Koblitzovim krivuljama, posebno računanje višekratnika točaka, kod kojih se dupliciranje točaka može zamijeniti primjenom Frobeniusovog endomorfizma.

Literatura:

H. Cohen, G. Frey (Eds), *Handbook of Elliptic and Hyperelliptic Curve Cryptography*, Chapman & Hall/CRC, 2005.

D. Hankerson, A. Menezes, S. Vanstone, *Guide to Elliptic Curve Cryptography*, Springer-Verlag, 2004.

J. Solinas, *Efficient arithmetic on Koblitz curves*, Des. Codes Cryptogr. 19 (2000), 195-249.

Mentor: Andrej Dujella

Homomorfni kriptosustavi

Student: Tanja Zrilić

Područje: kriptografija

Prikladno za studij: svi studiji

Preduvjeti: nema

Opis: Homomorfna enkripcija omogućava obavljanje matematičkih operacije nad šifriranim podacima bez potrebe da se podaci prije toga dešifriraju. U ovom radu obradit će se djelomični homomorfni kriptosustavi koji dopuštaju homomorfno računanje nekih operacija (poput množenja u RSA) i potpuni homomorfni kriptosustavi, od kojih je prvi Gentryjev kriptosustav iz 2009. godine.

Literatura:

Y. Lindell (Ed.), *Tutorials on the Foundations of Cryptography*, Springer, 2017.

X. Yi, R. Paulet, E. Bertino, *Homomorphic Encryption and Applications*, Springer, 2014.

Mentor: Andrej Dujella

Klasični i kvantni napadi na problem diskretnog logaritma

Student: Petar Vlašić

Područje: kriptografija

Prikladno za studij: svi studiji

Preduvjeti: nema

Opis: Prikazat će se napadi na problem diskretnog logaritma, te kriptosustave javnog ključa zasnovane na tom problemu. Pored klasičnih napada (Shanksov BSGS, Pollardov, indeks calculus), prikazat će se i napadi koji koriste Shorov kvantni algoritam.

Literatura:

S. Y. Yan, *Quantum Attacks on Public-Key Cryptosystems*, Springer, 2013.

S. Y. Yan, *Quantum Computational Number Theory*, Springer, 2015.

Mentor: Marko Erceg

Kombinatorni problemi distribucija

Student: Barbara Polić

Područje: kombinatorika

Prikladno za studij: nastavnički studij

Preduvjeti: nema

Opis: U radu će se proučavati kombinatorni problemi raspodjele n objekata u m kutija uz razne pretpostavke na model: kuglice se razlikuju ili ne razlikuju, kutije se razlikuju ili ne razlikuju, kutije imaju ograničen ili neograničen kapacitet, poredak u kutiji je bitan ili nije bitan, itd. Cilj je napraviti preciznu analizu svih slučajeva koristeći razne kombinatorne tehnike.

Literatura:

M. Bóna: *A walk through combinatorics: an introduction to enumeration and graph theory*, World Scientific, 2006.

D. Veljan: *Kombinatorna i diskretna matematika*, Algoritam, 2001.

Mentor: Marko Erceg

Neke primjene linearne algebre u geometriji

Student: Manuela Jurić

Područje: linearna algebra, geometrija

Prikladno za studij: nastavnički studiji

Preduvjeti: nema

Opis: U radu će se obraditi nekoliko zanimljivih problema koji se uspješno rješavaju i zapisuju u okviru linearne algebre. Neki od njih su: primjena Cauchy-Bunjakovski-Schwarzove nejednakosti (izvođenje nejednakosti među sredinama, određivanje maksimuma funkcija), metoda najmanjih kvadrata, proučavanje svih izometrija unitarnih prostora, te klasifikacija krivulja drugog reda (konika) koristeći transformaciju koordinata.

Literatura:

D. Bakić: *Linearna algebra*, Školska knjiga, 2008.

R. J. Fleming, J. E. Jamison: *Isometries on Banach spaces: function spaces*, Chapman & Hall/CRC, 2003.

I. R. Shafarevich, A. O. Remizov: *Linear algebra and geometry*, Springer, 2013.

Mentor: Marko Erceg

Numeričko rješavanje linearnih sustava

Student: Karla Mikec

Područje: linearna algebra, numerička matematika

Prikladno za studij: nastavnički studij

Preduvjeti: nema

Opis: U radu će se obraditi teorija rješavanja algebarskih i diferencijalnih linearnih sustava, te će se proučavati nekoliko direktnih i iterativnih numeričkih metoda za njihovo rješavanje.

Literatura:

C. T. Kelley: *Iterative methods for linear and nonlinear equations*, SIAM, 1995.

K. G. Murty: *Computational and algorithmic linear algebra and n -dimensional geometry*, World Scientific, 2015.

Mentor: Alan Filipin

Primjena linearnih formi u logaritmima u rješavanju diofantskih jednadžbi

Student: Marina Ilić

Područje: teorija brojeva

Prikladno za studij: svi studiji

Preduvjeti: nema

Opis: U radu će se obraditi primjena Bakerove teorije linearnih formi u logaritmima na rješavanje nekih diofantskih jednadžbi i srodnih problema.

Literatura:

1. H. Cohen, *Numer theory. Volume I: Tools and Diophantine Equations*, Springer Verlag, Berlin, 2007.
2. H. Cohen, *Numer theory. Volume II: Analytic and Modern Tools*, Springer Verlag, Berlin, 2007.

Mentor: Renato Filjar

Suvoditelj: Luka Grubišić

Probabilistički (vjerojatnosni) model posjeta kategorijama prostornih objekata u polazišno-odredišnoj matrici

Student: Petra Martinjak

Područje: Računarstvo i matematika

Prikladno za studij: Računarstvo i matematika

Preduvjeti: nema

Opis: Polazišno-odredišna matrica (POM) predstavlja osnovni alat prostornog planiranja infrastrukture i procjene ekonomskog razvoja. Zasnovana je na procjeni broja migracija između pojedinih područja interesa unutar promatranog prostora. Tradicionalno, POM je procjenjivana na temelju korištenja prometne infrastrukture, dok se u novije vrijeme zasniva na procjeni mobilnosti iz podataka o telekomunikacijskoj aktivnosti korisnika javnih pokretnih mreža. Kontekstualizacija POM u smislu karakterizacije svrhe migracija znatno povećava točnost i uporabljivost POM-e. U ovom radu potrebno je razviti probabilistički (vjerojatnosni) model kontekstualizacije migracija naznačenih kategorijama namjena prostornih objekata kao ciljeva migracija. U razvoju modela koristiti javno dostupne dnevnik putovanja izvedenih taksijem i obilježenim uzorcima trenutnih položaja dobivenih satelitskim navigacijskim sustavom GPS. Podatke iz dnevnika razdvojiti na dijelove za učenje, testiranje i validaciju. Razvijeni model izvesti u programskom okruženju za statističko računarstvo R te provjeriti uspješnost modela komparativnom analizom obilježja s referentnim ekspertnim modelom i korištenjem skupa podataka za validaciju modela.

Literatura:

Harris, R. (2013). An Introduction to Mapping and Spatial Modelling in R. School of Geographical Sciences, University of Bristol, UK. <http://bit.ly/2r0F80W>

Bivand, R S, Pebesma, E J i Gomez-Rubio, V. (2008). Applied Spatial Data Analysis with R. Springer Verlag. New York, NY.

Crawley, M J. (2013). The R Book. John Wiley & Sons. Chichester, UK.

Filjar, R, Filić, M, Lučić, A, Vidović, K i Šarić, D. (2016). Anatomy of Origin-Destination Matrix derived from GNSS alternatives. Coordinates, 12(10), 8-10. <http://mycoordinates.org/pdf/oct16.pdf>

Mentor: Zrinka Franušić

Fermatov doprinos u teoriji brojeva

Student: Valentina Plantak

Područje: Teorija brojeva

Prikladno za studij: nastavnički studiji

Preduvjeti: nema

Opis: Francuski pravnik i matematičar “amater” Pierre de Fermat (1607.-1665.) smatra se utemeljiteljem moderne teorije brojeva. U radu će se prikazati, te dijelom i dokazati, njegovi glavni rezultati i doprinosi toj grani matematike.

Literatura:

1. J. H. Davenport, *The Higher Arithmetic: An Introduction to the Theory of Numbers*, Eighth edition, Cambridge University Press, 2008.
2. L. E. Dickson, *History of the Theory of Numbers, Volume I: Divisibility and Primality*, Dover Publications, 2005.
3. I. Kleiner, *Excursions in the History of Mathematics*, Birkhäuser Basel, 2012.
4. M. Krizek, F. Luca, L. Somer, *17 Lectures on Fermat Numbers*, Springer, 2001.
5. W. Scharlau, H. Opolka, *From Fermat to Minkowski*, Springer-Verlag, 1984.

Mentor: Zrinka Franušić

O nekim Eulerovim doprinosima u teoriji brojeva

Student: Jelena Cafuk

Područje: Teorija brojeva

Prikladno za studij: nastavnički studiji

Preduvjeti: nema

Opis: Leonhard Euler(1707.-1783.) najproduktivniji je matematičar svih vremena. Njegov je doprinos i utjecaj ogroman i nezaobilazan u mnogim područjima matematike (matematička analiza, teorija grafova, geometrija,...) i prirodnih znanosti (geografija, fizika,...). No, mnogi smatraju da je posebnu “virtuoznost” pokazao baveći se teorijom brojeva. U radu će se opisati neki njegovi doprinosi iz područja elementarne teorije brojeva.

Literatura:

1. R. E. Bradley, C. Edward Sandifer, *Leonhard Euler: Life, Work and Legacy*, Studies in the History and Philosophy of Mathematics, Volume 5, Elsevier, 2007.
2. J. H. Davenport, *The Higher Arithmetic: An Introduction to the Theory of Numbers*, Eighth edition, Cambridge University Press, 2008.
3. L. E. Dickson, *History of the Theory of Numbers, Volume I: Divisibility and Primality*, Dover Publications, 2005.
4. W. Scharlau, H. Opolka, *From Fermat to Minkowski*, Springer-Verlag, 1984.
5. Peter Shiu, *Euler's Contribution to Number Theory*, The Mathematical Gazette, Vol. 91, No. 522 (2007), pp. 453-461.

Mentor: Zrinka Franušić

Binarne kvadratne forme

Student: Andreja Rogar

Područje: Teorija brojeva

Prikladno za studij: nastavnički studiji

Preduvjeti: nema

Opis: Binarna kvadratna forma s cjelobrojnim koeficijentima (ili kraće samo kvadratna forma) je kvadratni homogeni polinom u dvije varijable $f(x, y) = ax^2 + bxy + cy^2$, $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tijekom povijesti posebno su izučavane forme oblika $x^2 + y^2$ i $x^2 - dy^2$, a u današnje vrijeme dobivaju na važnosti zbog svoje primjene u kriptografiji. U radu će se predstaviti osnovne notacije, činjenice i svojstva koja vezujemo uz kvadratne forme. Nadalje, proučavat će se tzv. problem reprezentacije. (Kažemo da kvadratna forma reprezentira cijeli broj n ako postoje $x_0, y_0 \in \mathbb{Z}$ takvi da je $f(x_0, y_0) = n$.)

Literatura:

1. J. Buchmann, U. Vollmer, *Binary Quadratic Forms - An Algorithmic Approach*, Springer, 2007.
2. J. H. Davenport, *The Higher Arithmetic: An Introduction to the Theory of Numbers*, Eighth edition, Cambridge University Press, 2008.

Mentor: Zrinka Franušić

Neke primjene kongruencija

Student: Anja Matić

Područje: Teorija brojeva

Prikladno za studij: nastavnički studiji

Preduvjeti: nema

Opis: Kongruencija je izjava o djeljivosti koju je uveo je C. F. Gauss 1801. Ta je jednostavna oznaka donijela obilje plodova kako u matematičkom svijetu, tako i onom praktičnom. U radu će se teorija kongruencija primijeniti na različite matematičke probleme kao što su rješavanje diofantskih jednadžbi, ispitivanje djeljivosti, faktORIZACIJA brojeva, ali i one iz života - zanimljive slagalice, modularne dizajne, identifikacijske kodove proizvoda (ISBN, EAN Bar Code,...), održavanje turnira, itd.

Literatura:

1. L. N. Childs, *A Concrete Introduction to Higher Algebra*, Springer-Verlag New York, 1995.
2. T. Koshy *Elementary Number Theory with Applications*, Elsevier, 2007.
3. E. F. Wood, *Self-Checking Codes - An Application of Modular Arithmetic*, Mathematics Teacher, 80 (1987), 312-316.

Mentor: Zrinka Franušić

Vizualizacije u matematici

Student: Magdalena Igaly

Područje:

Prikladno za studij: nastavnički studiji

Preduvjeti: nema

Opis: Skiciranje, crtanje i primjena različitih tehnika vizualizacije u matematici zanimljivi su kako s matematičkog, tako i pedagoškog stanovišta. Kreativna vizualizacija, odnosno sposobnost stvaranja mentalnih slika, jedan od važnih alata koji pomažu razumijevanju matematičkih ideja, koncepata i dokaza (tzv. “dokazi bez riječi”). U radu će prikazati kako možemo vizualizirati osnovne matematičke pojmove (npr. broj), operacije (funkcije) i dokaze primjenjujući različite tehnike, te tradicionalnu (kreda, olovka) i suvremenu tehnologiju (komercijalni softver).

Literatura:

1. C. Alsina, R. B. Nelsen, *Math Made Visual*, MAA, 2006.
2. M. H. Weissman, *An Illustrated Theory of Numbers*, AMS, 2017.
3. G. Schierscher, *Volim matematiku*, Večernji list, 2014.

Mentor: Ilja Gogić

Baireovi prostori i primjene

Student: Matija Ivićinec

Područje: analiza, topologija

Prikladno za studij: svi

Preduvjeti: Metrički prostori

Opis: Za podskup A topološkog prostora X kažemo da je *nigdje gust* u X ako je interior zatvarača od A prazan skup. Prebrojive unije nigdje gustih skupova u X zovu se skupovi *prve kategorije*, komplementi skupova prve kategorije *rezidualni skupovi*, a skupovi u X koji nisu prve kategorije zovu se skupovi *druge kategorije*. Za X kažemo da je *Baireov prostor* ako je svaki neprazan otvoren skup u X skup druge kategorije. Prema slavnom *Baireovom teoremu o kategoriji* (BTK), svaki potpuno metrizabilan prostor je Baireov.

U raznim matematičkim disciplinama za svojstva koja vrijede na “tipičnim” (odnosno na “gotovo svim”) primjerima smatraju se *generičkim*. Tako se npr. u teoriji mjere pod generičkim svojstvima smatraju svojstva koja vrijede gotovo svuda (tj. na komplementima skupova mjere 0), dok se u teoriji Baireovih prostora pod generičkim svojstvima smatraju svojstva koja vrijede na rezidualnim skupovima. Odgovarajući dualan pojam generičkom svojstvu je *zanemarivo svojstvo*. Dakle, u kontekstu Baireovih prostora, zanemariva svojstva su ona svojstva koja vrijede samo na skupovima prve kategorije.

Naglasak ovog diplomskog rada bit će na primjenama teorije Baireovih prostora u analizi. Između ostalog, dokazat će se da generičke neprekidne funkcije $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ nisu nigdje derivabilne te da generičke funkcije klase $C^\infty([a, b])$ nisu nigdje analitičke.

Literatura:

1. J. C. Oxtoby, *Measure and category*, Springer-Verlag, 1971.
2. E. Schechter, *Handbook of Analysis and its Foundations*, Ac. Press, 1996.
3. I. Gogić, *Baireov teorem o kategoriji*, PMF-MO, 2014.
https://web.math.pmf.unizg.hr/nastava/studnatj/sn_Baire.pdf

Mentor: Pavle Goldstein

Analiza nekodirajuće DNA

Student: Ketii Martinić

Područje:

Prikladno za studij: svi studiji

Preduvjeti: Bioinformatika, Statistika

Opis: U radu će se, tehnikama iterativnog pretraživanja i semantičkog indeksiranja, analizirati nekodirajuća DNA.

Literatura:

Aimin Li, Junying Zhang and Zhongyin Zhou, PLEK: a tool for predicting long non-coding RNAs and messenger RNAs based on an improved k-mer scheme, BMC Bioinformatics 2014 15:311

Mentor: Pavle Goldstein

Iterativno traženje motiva i nekodirajuća DNA

Student: Antonia Berko

Područje:

Prikladno za studij: svi studiji

Preduvjeti: Bioinformatika, Statistika

Opis: U radu će se, tehnikama iterativnog pretraživanja i semantičkog indeksiranja, analizirati nekodirajuća DNA. Poseban naglasak bit će stavljen na analizu rezultata iterativnog pretraživanja.

Literatura:

Aimin Li, Junying Zhang and Zhongyin Zhou, PLEK: a tool for predicting long non-coding RNAs and messenger RNAs based on an improved k-mer scheme, BMC Bioinformatics 2014 15:311

Gerard Salton, Christopher Buckley, Term-weighting approaches in automatic text retrieval, In Information Processing & Management, Volume 24, Issue 5, 1988

Mentor: Pavle Goldstein

Iterativno traženje motiva i vreća fraza u genomu i proteomu

Student: Anamarija Čavka

Područje:

Prikladno za studij: svi studiji

Preduvjeti: Bioinformatika, Statistika

Opis: U radu će se, tehnikama iterativnog pretraživanja i semantičkog indeksiranja, analizirati genomi različitih organizama. Posebno će se obraditi izrada tzv. vreće fraza relevantnih motiva.

Literatura:

Aimin Li, Junying Zhang and Zhongyin Zhou, PLEK: a tool for predicting long non-coding RNAs and messenger RNAs based on an improved k-mer scheme, BMC Bioinformatics 2014 15:311

Gerard Salton, Christopher Buckley, Term-weighting approaches in automatic text retrieval, In Information Processing & Management, Volume 24, Issue 5, 1988

Mentor: Pavle Goldstein

Viterbijev algoritam i kompleksnost skrivenih Markovljevih modela

Student: Rajan Zejnuni

Područje:

Prikladno za studij: svi studiji

Preduvjeti: Bioinformatika, Statistika

Opis: U radu će se promatrati kompleksnost jednostavnih skrivenih Markovljevih modela. Rezultati će se usporediti s onima koji se dobivaju pomoću standardnih kriterija kompleksnosti - AIC i BIC

Literatura:

Durbin et al, Biological Sequence Analysis

Mentor: Pavle Goldstein

Semantičko indeksiranje i klasifikacija dokumenata

Student: Filip Janjić

Područje:

Prikladno za studij: svi studiji

Preduvjeti: Bioinformatika, Statistika

Opis: U radu će se, tehnikama iterativnog pretraživanja i semantičkog indeksiranja, provesti klasifikacija dokumenata iz različitih područja

Literatura:

Aimin Li, Junying Zhang and Zhongyin Zhou, PLEK: a tool for predicting long non-coding RNAs and messenger RNAs based on an improved k-mer scheme, BMC Bioinformatics 2014 15:311

Gerard Salton, Christopher Buckley, Term-weighting approaches in automatic text retrieval, In Information Processing & Management, Volume 24, Issue 5, 1988

Li Y, Chen CY, Wasserman WW, Deep Feature Selection: Theory and Application to Identify Enhancers and Promoters, J Comput Biol. 2016 May;23(5):322-36

Mentor: Pavle Goldstein

Iterativno traženje fraza i statistika semantičkog indeksiranja

Student: Silvestar Mavrek

Područje:

Prikladno za studij: svi studiji

Preduvjeti: Bioinformatika, Statistika

Opis: U radu će se, tehnikama iterativnog pretraživanja i semantičkog indeksiranja, provesti klasifikacija dokumenata iz različitih područja. Poseban naglasak bit će stavljen na analizu statističkih alata koji se koriste u klasifikaciji

Literatura:

Aimin Li, Junying Zhang and Zhongyin Zhou, PLEK: a tool for predicting long non-coding RNAs and messenger RNAs based on an improved k-mer scheme, BMC Bioinformatics 2014 15:311

Gerard Salton, Christopher Buckley, Term-weighting approaches in automatic text retrieval, In Information Processing & Management, Volume 24, Issue 5, 1988

Li Y, Chen CY, Wasserman WW, Deep Feature Selection: Theory and Application to Identify Enhancers and Promoters, J Comput Biol. 2016 May; 23(5):322-36

Mentor: Luka Grubišić

Kompjutorski vid u analizi medicinskih slika

Student: Sara Štirjan

Područje:

Prikladno za studij:

Preduvjeti:

Opis: U ovom radu treba analizirati rad sustava 3DSlicer koji je sustav otvorenog koda koji iz snimke kompjuterske tomografije konstruira CAD model snimljenog objekta. Treba uspostaviti sustav te ga testirati na problemu rekonstrukcije ljudskog zuba iz CT snimke.

Literatura:

1. 3D Slicer, <http://www.slicer.org/>
2. Fedorov A., Beichel R., Kalpathy-Cramer J., Finet J., Fillion-Robin J-C., Pujol S., Bauer C., Jennings D., Fennessy F., Sonka M., Buatti J., Aylward S.R., Miller J.V., Pieper S., Kikinis R. 3D Slicer as an Image Computing Platform for the Quantitative Imaging Network. Magnetic Resonance Imaging. 2012 Nov;30(9):1323-41. PMID: 22770690.
3. http://bruker-microct.com/company/UM_abstracts/Methods&Software.pdf

Mentor: Luka Grubišić

Računanje rezonantnih modova u sustavu BEM++

Student: Marko Dominković

Područje: Računarstvo, Numerička matematika

Prikladno za studij: Računarstvo i matematika, Primijenjena matematika

Preduvjeti:

Opis: U ovom radu treba implementirati iterativne metode za rješavanje problema računanja rezonantnih modova u problemu akustičkog ili elektromagnetskog raspršenja u sustavu BEM++. Prvi zadatak je realizirati metodu za računanje najmanje singularne vrijednosti operatora raspršenja. Nakon toga treba uzorkovati domen u kompleksnoj ravni i u svakoj točki riješiti problem singularnih vrijednosti te prikazati rješenje u obliku pseudospektralnog portreta. Rezonance su one točke u pseudospektralnem portretu gdje je inverz najmanje singularne vrijednost jako velik.

Literatura:

1. Acoustic scattering: high frequency boundary element methods and unified transform methods. S.N. Chandler-Wilde and S. Langdon http://www.reading.ac.uk/web/files/maths/Preprint_MPS_14_21_Chandler-Wilde_Langdon.pdf
2. BEM++ <http://www.bempp.org/features.html#>
3. Modes and resonances of plasmonic scatterers. Jouni Makitalo and Martti Kauranen PHYSICAL REVIEW B 89, 165429 (2014)

Mentor: Luka Grubišić

Sustav za davanje kontekstualiziranih preporuka na temelju rudarenja teksta

Student: Lena Kamenjaš

Područje: Računarstvo i matematika

Prikladno za studij:

Preduvjeti:

Opis: U ovom radu treba razviti sustava davanja preporuka za automatsko naručivanje uredskog materijala temeljem povijesnih podataka o narudžbama. U radu tlakomjer treba prikazati teoriju sustava za davanje kontekstualiziranih preporuka

Literatura:

1. Alice Rischert, Oracle SQL By Example, 4th Edition, Pearson Education, 2010.
2. Benjamin Rosenzweig, Elena Rakhimov, Oracle PL/SQL by Example, Fourth Edition, Pearson Education, 2009.
3. Joel Murach, Java Programming, 4th Edition, Mike Murach & Associates, 2011.
4. Joel Murach, Michael Urban, Java Servlets and JSP, 3rd Edition, Shroff Publishers & Distributors Pvt. Ltd., 2016.
5. Stuart J. Russell, Peter Norvig, Artificial Intelligence: A Modern Approach, Pearson, 2015.
6. Christopher M. Bishop, Pattern Recognition and Machine Learning, Springer, 2010.
7. Tom M. Mitchell, Machine Learning, McGraw-Hill, 2017.

Mentor: Luka Grubišić

Metode Bayesovih neuronskih mreža u kompjuterskom vidu

Student: Karla Kanižaj

Područje: Računarstvo i matematika

Prikladno za studij:

Preduvjeti:

Opis: U ovom radu treba razviti sustav za praćenje i registriranje objekata korištenjem Bayesovih neuronskih mreža. Također treba prikazati i osnovnu teoriju Bayesovih neuronskih mreža potrebnih za rješavanje problema.

Literatura:

1. Bayesian multiple target tracking. Lawrence D. Stone. Boston, London : Artech House, 2014
2. Bayesian Networks and Ghostbusters <http://cs.brown.edu/courses/cs141/assignment4.pdf>
3. ON-LINE OBJECT TRACKING WITH BAYESIAN NETWORKS <http://users.isr.ist.utl.pt/~jsm/publications/WIAMIS04.pdf>
4. On-line Tracking Groups of Pedestrians with Bayesian Networks <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.381.2446&rep=rep1&type=pdf>

Mentor: Luka Grubišić

Problem teselacije NURBS ploha

Student: Ana Mlinarić

Područje:

Prikladno za studij:

Preduvjeti:

Opis: Cilj ovog rada je usporediti metode teseliranja NURBS ploha korištenjem algoritama dostupnih u literaturi (prvenstveno nas zanima teselacija trokutima). Definiranje mjera kvalitete izvedene teselacije te usporedba kvalitete teselacije različitih algoritama na primjerima. Potrebno je realizirati teselacije za paralelno CPU računanje i usporedba performansi s izvedbom u sustavu Open GL.

Literatura:

1. Adaptive Tessellation of NURBS Surfaces. F.J. Espino¹ M. Boo¹ M. Amor² J.D. Bruguera¹ Journal of WSCG, Vol.11, No.1, ISSN 1213-6972
2. GPU-based trimming and tessellation of NURBS and T-Spline surfaces. Michael Guthe and Akos Balazs and Reinhard Klein, Universitat Bonn, Institute of Computer Science II
3. Efficient trimmed NURBS tessellation. (Isti autori) Journal of WSCG, Vol.12, No.1-3, ISSN 1213-6972
4. Tessellation of Trimmed NURBS Surfaces using Multipass Shader Algorithms on the GPU. Prvostupnički završni rad Mark Geiger, DLR.

Mentor: Luka Grubišić

Objektno orijentirani pristup metodi konačnih elemenata

Student: Ivan Laković

Područje: primijenjena matematika i računarstvo

Prikladno za studij:

Preduvjeti:

Opis: U ovom radu potrebno je razviti python sučelje za rad sa sustavom OOFEM (object oriented finite elements). Posebno, potrebno je razviti metodu ekstrakcije matrice krutosti te testirati metodu na primjerima iz prakse. Testni primjeri će biti dani iz područja analize tankostjenih struktura u mehanici kontinuuma.

Literatura:

1. OOFEM dokumentacija <https://github.com/oofem/oofem> i <https://github.com/oofem/oofem/blob/master/bindings/python/test.py>
2. B. Patzák: OOFEM - an object-oriented simulation tool for advanced modeling of materials and structures. Acta Polytechnica, 52(6):59–66, 2012.
3. D. Rypl and B. Patzák: From the finite element analysis to the isogeometric analysis in an object oriented computing environment. Advances in Engineering Software, 44(1):116–125, 2012. doi:10.1016/j.advengsoft.2011.05.032.
4. B. Patzak and Z. Bittnar: Design of object oriented finite element code. Advances in Engineering Software, 32(10–11), 759–767, 2001.

Mentor: Miljenko Huzak

Tehnike redukcije varijance u Monte Carlo simulacijama s primjenama u financijskoj matematici

Student: Lucija Žignić

Područje: Financijska matematika

Prikladno za studij: Financijska i poslovna matematika

Preduvjeti: Predznanje iz "Matematičke statistike", "Statističkog praktikuma 1", "Financijskog praktikuma" i "Financijskog modeliranja 1 i 2"

Opis: Tehnike redukcije varijance koriste se za povećavanje učinkovitosti metode Monte Carlo. U radu će se diskutirati, na primjer, tehnike kontrolnih i antitetičkih varijata, stratificiranog uzorkovanja i drugih. Navedene tehnike će se ilustrirati primjerima primjene u financijskoj matematici.

Literatura:

P. Glasserman, *Monte Carlo Methods in Financial Engineering*, Springer, New York, 2004.

R. Korn, E. Korn, G. Kroisandt, *Monte Carlo Methods and Models in Finance and Insurance*, Chapman & Hall/CRC, Boca Raton, 2010.

D. L. McLeish, *Monte Carlo Simulation & Finance*, Wiley, Hoboken NJ, 2005.

P. Brandimarte, *Handbook in Monte Carlo Simulation*, Wiley, Hoboken NJ, 2014.

Mentor: Miljenko Huzak

Asimptotska svojstva Bayesovog procjenitelja

Student: Josip Kiralj

Područje: Matematička statistika

Prikladno za studij: Matematička statistika

Preduvjeti: Predznanje iz "Matematičke statistike" i "Teorije vjerojatnosti 1-2"

Opis: Bayesovsko procjenjivanje parametara statističkih modela je široko primjenjivana statističko-inferencijalna paradigma. Tema obuhvaća definiciju i analizu svojstava Bayesovog procjenitelja parametara regularnih statističkih modela s posebnim naglaskom na analizu njegovih asimptotskih svojstava.

Literatura:

T.S. Ferguson, *A Course in Large Sample Theory*, Chapman & Hall, 1996.

J.K. Ghosh, R.V. Ramamoorthi, *Bayesian Nonparametrics*, Springer, 2003.

A. DasGupta, *Asymptotic Theory of Statistics and Probability*, Springer, 2008.

Mentor: Miljenko Huzak

Izглаđivanje empirijskih krivulja

Student: Nevena Radašinović

Područje: Matematička statistika

Prikladno za studij: Matematička statistika

Preduvjeti: Predznanje iz "Matematičke statistike" i "Primijenjene statistike"

Opis: Tema izглаđivanja empirijskih krivulja vezana je uz područje neparametrijske regresije. Cilj je pronaći dovoljno glatku procjenu krivulje $(x, r(x))$, takve da za podatke (x_i, Y_i) ($i = 1, \dots, n$) vrijedi regresijska relacija $Y_i = r(x_i) + \varepsilon_i$ (za svaki i). Rad obuhvaća opis metoda nalaženja i analize linearnih procjenitelja regresijskih funkcija.

Literatura:

L. Wasserman, *All of Nonparametric Statistics*, Springer, 2006.

P.P.B. Eggermont, V.N. LaRiccia, *Maximum Penalized Likelihood Estimation. Volume I: Density Estimation*, Springer, 2001.

P.P.B. Eggermont, V.N. LaRiccia, *Maximum Penalized Likelihood Estimation. Volume II: Regression*, Springer, 2009.

Mentor: Miljenko Huzak

Višestruko životno osiguranje

Student: Karolina Ocvirek

Područje: Aktuarska matematika

Prikladno za studij: Matematička statistika, Financijska i poslovna matematika

Preduvjeti: Predznanje iz "Uvoda u aktuarsku matematiku"

Opis: Višestruko životno osiguranje odnosi se na osiguranje života više osoba vezanih jednim ugovorom. Tema obuhvaća precizan matematički opis problema, definicije osnovnih pojmova (višestrukih) životnih osiguranja baziranih na teoriji doživljenja i financijskoj matematici, pretpostavke na kojima se modeli baziraju, te osnovne rezultate te teorije.

Literatura:

H.U. Gerber, *Life Insurance Mathematics*, Springer, 1997.

F.E. De Vylder, *Life Insurance Theory. Actuarial Perspectives*, Kluwer Academic Publishers, 1997.

Mentor: Miljenko Huzak

Regresijska analiza višekategorijskih varijabli odziva

Student: Ivana Barišić

Područje: Matematička i primijenjena statistika

Prikladno za studij: Matematička statistika

Preduvjeti: Predznanje iz "Matematičke statistike", "Statističkog praktikuma 1", "Primijenjene statistike" i "Odabrane statističke metode u biomedicini"

Opis: Regresijska analiza višekategorijskih varijabli odziva je proširenje logističke regresije na slučajeve kada kategorijska varijabla odziva nije dihotomna. U radu će se opisati pristup statističkog modeliranja takvih problema, analizirati svojstva procjenitenja dobivenih metodom maksimalne vjerodostojnosti i diskutirati primjenu asimptotskih testova prilagodbe modela podacima i značajnosti parametara. Primjena metode ilustrirat će se na primjeru iz biomedicine.

Literatura:

R. Christensen, *Log-linear models and logistic regression*, Springer-Verlag, New York, 1997.

J. M. Hilbe, *Logistic Regression Models*, Chapman & Hall/CRC, Boca Raton, 2009.

Mentor: Miljenko Huzak

Neposredni voditelj: Azra Tafro

Parametarski proporcionalni modeli rizika

Student: Anamarija Cvitković

Područje: Primijenjena statistika

Prikladno za studij: Financijska i poslovna matematika, Matematička statistika

Preduvjeti: Predznanje iz "Matematičke statistike", "Statističkog praktikuma 1" i "Uvoda u aktuarsku matematiku"

Opis: Analiza doživljenja je skup statističkih metoda kojima se istražuje vrijeme do pojave nekog događaja, a svoju primjenu ima u raznim područjima istraživanja: aktuarstvu, biomedicini, strojarstvu itd. Jedan od temeljnih pojmova je funkcija hazarda, u nekim znanostima poznata i kao intenzitet smrtnosti, stopa smrtnosti ili hazardna stopa. Postoji nekoliko pristupa modeliranju te funkcije, a jedan od njih je parametarski proporcionalni pristup koji pretpostavlja da funkcija ovisi o prediktorskim varijablama na specifičan način. U radu će se opisati nekoliko varijanti tog pristupa i način procjene parametara u modelima, analizirati prikladnost i svojstva procjenitelja te ilustrirati primjena modela.

Literatura:

F. E. Harrell, Jr., *Regression Modeling Strategies*, Springer, New York, 2001.

J. P. Klein, M. L. Moeschberger, *Survival Analysis: Techniques for Censored and Truncated Data*, Springer-Verlag, New York, 1997.

R. C. Elandt-Johnson, N. L. Johnson, *Survival Models and Data Analysis*, Wiley, New York, 1999.

Mentor: Goran Igaly

Dubinsko strojno učenje za projekciju sintaktičkih ovisnosti Deep Machine Learning for Syntactic Annotation Projection

Student: Tina Marić

Područje: Računarstvo

Prikladno za studij: Diplomski studij računarstva i matematike

Preduvjeti: Strojno učenje, Računarski praktikum 1, Strukture podatka i algoritmi

Opis: Sintaktičko ovisnosno parsanje u okviru nadziranog učenja kod označenih tekstova doživjelo je veliki napredak u zadnjem desetljeću. Parseri s visokom učinkovitošću postoje za više od 50 jezika. Velikim dijelom je to omogućeno zbog projekta Universal Dependencies u kojem su uniformno označeni (anotirani) podaci za učenje. Ipak, ti jezici čine mali udio među svim svjetskim jezicima. Mnogi jezici nemaju označene tekstove te se javlja interes za prijenosno učenje kroz više jezika s ciljem za poboljšanje sintaksne analize za ciljne jezike s nedovoljno podataka. Projekcija anotacija je postupak kojim se stvaraju podaci za učenje za ciljni jezik. Pomoću tih podataka moguće je učiti ovisnosne parsere. Budući da je algoritam za projekciju sintaktičkih ovisnosti statičan, uspješnost ovisi o kvaliteti poravnanja rečenica i riječi paralelnih tekstova. Postupci poravnanja su uglavnom automatski i uzrokuju šum u podacima što naposljetku doprinosi lošoj učinkovitosti parsera. U ovom radu istražiti će se mogućnosti poboljšanja projekcija sintaktičkih ovisnosti korištenjem dubinskog strojnog učenja. Uvodi se nov postupak projekcije anotacija koji uči prilagodbu poravnanja za optimalnu učinkovitost projekcije ovisnosti i za ovisnosno parsanje jezika s nedovoljno podataka.

Literatura:

<http://people.cs.pitt.edu/~hwa/nle04draft.pdf>

<http://aclweb.org/anthology/D/D11/D11-1006.pdf>

<http://aclweb.org/anthology/C/C14/C14-1175.pdf>

<http://www.jair.org/media/4785/live-4785-9084-jair.pdf>

<http://aclweb.org/anthology/Q/Q16/Q16-1022.pdf>

Mentor: Goran Igaly

Računalna simulacija edukacijskog robota mBot

Student: Nikola Trstenjak

Područje: Računarstvo

Prikladno za studij: Diplomski sveučilišni studij Matematika i informatika; smjer: nastavnički

Preduvjeti: Računarski praktikum 1, Strukture podataka i algoritmi, Programiranje 2

Opis: Edukacijski robot mBot koristi se u osnovnoškolskom i srednjoškolskom obrazovanju i putem njega se učenici upoznaju s pojmovima senzora i aktuatora, odnosno upoznaju postupke u kojima fizički objekt provodi određene radnje na temelju informacija koje prima iz okoline. Iz tehničkih razloga nije moguće vježbe koje zahtijevaju kretanje robota po prostoru organizirati uz istovremeno korištenje većeg broja robota. Stoga bi se simulacijom rada robota povećala pristupačnost takvoj vrsti nastave. Računalna simulacija robota mBot realizirala bi se u programskom jeziku C++ uz primjenu grafičkog standarda OpenGL. U ovom diplomskom radu napravila bi se simulacija kretanja robota mBot po prostoru kao rezultat naredbi zadanih u sučelju mBlock korištenjem programskog jezika C++ te predočanje rezultata uz pomoć trodimenzionalnih objekata.

Literatura:

J. Gregory, Game Engine Architecture, Second Edition, CRC Press, 2014.

B. Stroustrup, The C++ Programming Language, Fourth Edition, Addison-Wesley, 2013.

Opengl-tutorial, <http://www.opengl-tutorial.org/> 28.10.2017.

Creating mBlock Extensions http://download.makeblock.com/mblock/mblock_extension_guide.pdf 28.10.2017.

Mentor: Goran Igaly

Detekcija i prepoznavanje objekata korištenjem mikrokontrolera u nastavi informatike

Student: Ana Logarušić

Područje: Nastava matematike i informatike

Prikladno za studij: Diplomski sveučilišni studij Matematika i informatika; smjer: nastavnički

Preduvjeti: Metodika nastave informatike 1 i 2, Računarski praktikum 1, Multimedijски sustavi

Opis: Mikrokontroleri se sve češće koriste u nastavi informatike. Zbog mogućnosti spajanja različitih ulaznih i izlaznih jedinica učenicima je programiranje mikrokontrolera zanimljivo i zabavno. U ovom radu će se pokazati primjeri korištenja senzora objekata realiziranog pomoću kamere Pixy koja mikrokontroleru prosljeđuje informaciju o položaju pojedinih objekata. Na temelju te informacije mikrokontroler može poduzimati različite akcije. Pokazat će se razni primjeri, zadaci i projekti primjereni učenicima osnovnih i srednjih škola u kojima se može koristiti ova vrsta ulaznih podataka.

Literatura:

Paolo Zenzerović, Arduino kroz jednostavne primjere 2. izdanje, Hrvatska zajednica tehničke kulture, 2015.

Bert Van Dam, ARDUINO UNO - 45 PROJECTS FOR BEGINNERS AND EXPERTS, ELEKTOR, 2016.

Arduino, <https://www.arduino.cc/>, 30.10.2017.

Pixy Quick start, http://cmucam.org/projects/cmucam5/wiki/Pixy_Regular_Quick_Start, 30.10.2017.

Instructables, <http://www.instructables.com>, 30.10.2017.

Mentor: Goran Igaly

Trigonometrija u GeoGebri i njena primjena u nastavi matematike

Student: Maja Marasović

Područje: Nastava matematike

Prikladno za studij: Diplomski sveučilišni studij Matematika; smjer: nastavnički

Preduvjeti: Primjena računala u nastavi matematike

Opis: Trigonometrija je područje matematike koje se počinje obrađivati u srednjoj školi i većini učenika stvara problem. Zato će se u ovom radu pokazati kako se trigonometrija može približiti učenicima putem GeoGebre na zanimljiv i učenicima prihvatljiv način. Različitim zadacima, animacijama i širokom mogućnošću upotrebe, GeoGebra je vrlo primjenjiva u nastavi, ali i učenicima korisni računalni program za uvježbavanje gradiva. Također će se obraditi određeni nastavni satovi u kojima će se trigonometrija pojasniti GeoGebrom.

Literatura:

B. Dakić, N. Elezović, Matematika 2, udžbenik i zbirka zadataka za 2. razred gimnazije, 1.dio, Element, Zagreb, 2008.

B. Dakić, N. Elezović, Matematika 3, udžbenik i zbirka zadataka za 3. razred gimnazije, 1.dio, Element, Zagreb, 2007.

Damir Belavić, Mala škola GeoGebre,

<https://www.geogebra.org/m/eehF54nU>, 19.09.2017.

Šime Šuljić, Kako izraditi e-udžbenik na platformi GeoGebra,

<https://www.geogebra.org/m/A4eVwsRJ>, MiŠ 85.

Josip Kličinović, GeoGebra appleti,

<http://kjosip.net.amis.hr/geogebra.htm>, 19.09.2017.

Maja Starčević, Primjena računala u nastavi matematike ,

<https://web.math.pmf.unizg.hr/nastava/rnm/>, 19.09.2017.

Mentor: Dijana Ilišević

Hosszúova funkcijska jednađba

Student: Nikolina Ivanković

Područje: Teorija funkcijskih jednađbi

Prikladno za studij: svi smjerovi

Preduvjeti: nema

Opis: Funkcijske jednađbe su jednađbe u kojima su nepoznanice funkcije. Zadatak ovog diplomskog rada je proučiti Hosszúovu funkcijsku jednađbu $f(x + y - xy) + f(xy) = f(x) + f(y)$ i njena poopćenja.

Literatura:

D. Blanuša, *The functional equation $f(x + y - xy) + f(xy) = f(x) + f(y)$* , Aequationes Math. 5 (1970), 63–67.

P. Kannappan, *Functional equations and inequalities with applications*, Springer Monographs in Mathematics, Springer, New York, 2009.

P.K. Sahoo, P. Kannappan, *Introduction to functional equations*, CRC Press, Boca Raton, FL, 2011.

C.G. Small, *Functional equations and how to solve them*, Problem Books in Mathematics, Springer, New York, 2007.

Mentor: Dijana Ilišević

Karakterizacije unitarnih prostora

Student: Sanela Cinek

Područje: Teorija funkcijskih jednažbi

Prikladno za studij: svi smjerovi

Preduvjeti: nema

Opis: Poznato je da je svaki unitaran prostor normiran pa je prirodno pitati se koje norme proizlaze iz skalarnog produkta. Jedan od najstarijih odgovora na ovo pitanje dan je Jordan–von Neumannovim teoremom koji karakterizira unitarne prostore među normiranim prostorima preko jednakosti paralelograma

$$\|x + y\|^2 + \|x - y\|^2 = 2\|x\|^2 + 2\|y\|^2.$$

Jednakost paralelograma se prevodi u funkcijsku jednažbu

$$q(x + y) + q(x - y) = 2q(x) + 2q(y)$$

poznatu kao kvadratna funkcijska jednažba. Zadatak ovog diplomskog rada je izložiti karakterizacije unitarnih prostora pomoću različitih funkcijskih jednažbi.

Literatura:

P. Kannappan, *Functional equations and inequalities with applications*, Springer Monographs in Mathematics, Springer, New York, 2009.

S. Kurepa, *Funkcionalna analiza*, Školska knjiga, Zagreb, 1990.

P.K. Sahoo, P. Kannappan, *Introduction to functional equations*, CRC Press, Boca Raton, FL, 2011.

C.G. Small, *Functional equations and how to solve them*, Problem Books in Mathematics, Springer, New York, 2007.

Mentor: Zvonko Iljazović

Aksiomi kompleksnih brojeva

Student: Lana Kralj

Područje: analiza

Prikladno za studij: svi studiji

Opis: U ovom radu će se proučavati kompleksni brojevi na način da će se oni definirati preko određenih aksioma, odnosno kao elementi odrede apstraktne strukture. Nadalje, proučavat će se razna svojstva kompleksnih brojeva.

Literatura:

S. Kurepa, *Matematička analiza 1*, Školska knjiga, Zagreb, 1997.

S. Mardešić, *Matematička analiza 1*, Školska knjiga, Zagreb, 1991.

B. Pavković, D. Veljan, *Elementarna matematika 1*, Tehnička knjiga, Zagreb, 1992.

Mentor: Zvonko Iljazović

Elementarni aspekti diferencijabilnosti

Student: Alena Protulipac

Područje: analiza

Prikladno za studij: svi studiji

Opis: Cilj ovog diplomskog rada jest proučiti neke aspekte diferencijabilnosti te također dati i širi kontekst potreban za to. Pri tome je cilj preciznim matematičkim metodama uvesti pojmove koji se promatraju te dokazati razne činjenice vezane za derivabilnost realnih funkcija realne varijable.

Literatura:

S. Kurepa, *Matematička analiza 2*, Školska knjiga, Zagreb, 1997.

S. Mardešić, *Matematička analiza 1*, Školska knjiga, Zagreb, 1991.

B. Pavković, D. Veljan, *Elementarna matematika 1*, Tehnička knjiga, Zagreb, 1992.

Mentor: Zvonko Iljazović

Kardinalnost skupova

Student: Danijela Protega

Područje: osnove matematike

Prikladno za studij: svi studiji

Opis: U ovom diplomskom radu proučavat će se neki temeljni pojmovi vezani za skupove, a u fokusu će biti proučavanje pojma kardinalnosti skupa. Cilj je precizno dokazati razne činjenice s tim u vezi, a ujedno i dati širi kontekst proučavanja.

Literatura:

S. Mardešić, *Matematička analiza 1*, Školska knjiga, Zagreb, 1991.

B. Pavković, D. Veljan, *Elementarna matematika 1*, Tehnička knjiga, Zagreb, 1992.

Mentor: Zvonko Iljazović

Skupovi kao temeljni matematički koncept

Student: Katarina Vidović

Područje: osnove matematike

Prikladno za studij: svi studiji

Opis: U ovom diplomskom radu će se proučavati elementarni aspekti teorije skupova kao temelj preciznosti u izricanju matematičke spoznaje. Cilj je obraditi neke od tih aspekata te vidjeti na koji način se oni pojavljuju u matematici.

Literatura:

S. Mardešić, *Matematička analiza 1*, Školska knjiga, Zagreb, 1991.

B. Pavković, D. Veljan, *Elementarna matematika 1*, Tehnička knjiga, Zagreb, 1992.

Mentor: Zvonko Iljazović

Topološki aspekti aksioma potpunosti

Student: Martina Volarić

Područje: analiza i topologija

Prikladno za studij: svi studiji

Opis: U ovom radu će se proučavati potpunost skupa realnih brojeva. Cilj je dokazati neke važne činjenice koje slijede iz aksioma potpunosti te ujedno vidjeti na koji način se te činjenice mogu dokazati koristeći topološke koncepte.

Literatura:

S. Kurepa, *Matematička analiza 1*, Školska knjiga, Zagreb, 1997.

S. Mardešić, *Matematička analiza 1*, Školska knjiga, Zagreb, 1991.

W. A. Sutherland, *Introduction to metric and topological spaces*, Oxford University Press, 1975

C. O. Christenson, W. L. Voxman, *Aspects of Topology*, Marcel Dekker, Inc., New York, 1977.

Mentor: Julije Jakšetić

Suvoditelj: Zrinka Franušić

Sangaku-geometrija japanskih hramova

Student: Ana-Maria Rotim

Područje: geometrija

Prikladno za studij: nastavnički studiji

Preduvjeti: Poželjno znanje iz kolegija Konstruktivne metode u geometriji

Opis: Sangaku su japanski geometrijski problemi odnosno teoremi čiji su iskazi, zajedno sa slikama, urezani i izloženi na drvenim pločama u budističkim hramovima. Osnovni geometrijski objekti Sangaku problema su kružnice, dužine, lukovi, mahom u tangencijalnim odnosima, te se time, kao prirodan pristup, nameće korištenje inverzije i negativne inverzije. Kod crtanja slika, u radu će se koristiti geometrijski program Geogebra kao i programi za vektorsku grafiku Asymptote i Tikz.

Literatura:

V. Deive, *Čudesna matematika: pogled iznutra i izvana*, Hrv. matem. društvo, Zagreb, 2010.

H. Fukagawa, D. Pedoe, *Japanese Temple Geometry*, Charles Babbage Research Foundation, Winnipeg, Canada, 1989.

D. Palman, *Trokut i kružnica*, Element, Zagreb, 1994.

D. Palman, *Geometrijske konstrukcije*, Element, Zagreb, 1996.

Mentor: Julije Jakšetić

Suvoditelj: Zrinka Franušić

Arhimedova metoda težišta

Student: Tajana Berić

Područje: geometrija

Prikladno za studij: nastavnički studiji

Preduvjeti: nema

Opis: Ideja teme je konačnom skupu točaka u ravnini pridružiti pozitivne brojeve koji se interpretiraju kao mase koncentrirane u tim točkama. Kako se pokazuje, tom skupu točaka se može pridružiti jedinstvena točka u ravnini koja se naziva težište tog sustava točaka. Zgodnim odabirom masa raspoređenih vrhovima trokuta dokazuju se svi osnovni poučci o osobitim točkama trokuta (ortocentar, težište, centar opisane kružnice,...). Pristup se dalje proširuje na alternativni dokaz Cevinog, Menelajevog i Van Aubelovog teorema. Analogno će se tretirati neki poučci o četverokutu,..., n -terokutu. Dalje, bit će dokazan Lagrangeov i Steinerov teorem čime će biti omogućeno dokazivanje nekih identiteta vezanih za sume prirodnih brojeva kao i brojnih poznatih nejednakosti. Slike u radnji biti će izrađene korištenjem Geogebre i programa za vektorsku grafiku Asymptote .

Literatura:

P. Mladinić, B. Pavković, *Arhimedova metoda težišta*, Hrv. matem. društvo, Zagreb, 1998.

V. Prasolov, *Problems in Plane and Solid Geometry, v.1 Plane Geometry*,
<https://issuu.com/russelleguadalupe/docs/planegeo>

Mentor: Julije Jakšetić

Suvoditelj: Zrinka Franušić

Vizualni dokazi

Student: Anja Kocijan

Područje: geometrija

Prikladno za studij: nastavnički studiji

Preduvjeti: nema

Opis: U brojnim matematičkim knjigama, stručnim radovima mogu se naći vizualni dokazi tj. dijagrami u kojima je na zoran, koncizno intrigantan način dokazana manje ili više složena matematička tvrdnja. Radnja će biti sistematizirana po područjima koje dijagrami dokazuju.

Literatura:

R.B. Nelsen, *Proofs without Words I*, The Mathematical Association of America, Washington, 1993.

R.B. Nelsen, *Proofs without Words II*, The Mathematical Association of America, Washington, 2000.

Mentor: Julije Jakšetić

Suvoditelj: Zrinka Franušić

Princip invarijantnosti

Student: Petra Potočki

Područje: metodika nastave matematike

Prikladno za studij: nastavnički studiji

Preduvjeti: nema

Opis: Invarijantnost je svojstvo koje se ne mijenja pri provođenju koraka nekog algoritma koji je eksplicitno ili implicitno zadan samim matematičkim problemom. Uočavanje invarijantnosti, kao heurističkog načela, će biti provedeno kroz mnoštvo tematski složenih primjera.

Literatura:

A. Engel, *Problem-solving strategies*, Springer, New York, 1998.

Mentor: Anamarija Jazbec

Analiza panel podataka

Student: Matea Pavić

Područje: Statistika

Prikladno za studij: Matematička statistika

Preduvjeti: nema

Opis: Panel podaci su kombinacija presječnih podataka (engl. *Cross-Sectional data*) i vremenskih nizova (engl. *Time series data*). Presječni podaci su podaci više subjekata u istoj točki vremena, dok su vremenski nizovi podaci subjekata u više vremenskih točaka. Panel podaci (ili longitudinalni podaci) su kombinacija presječnih podataka i vremenskih nizova.

Literatura:

1. Baltagi BH(2008) *Econometric Analysis of Panel Data*, 4th Edition, Wiley & Sons, New York.
2. <https://www.princeton.edu/~otorres/Panel101.pdf>

Mentor: Anamarija Jazbec

Analiza ishoda liječenja pacijenata s *Clostridium difficile* infekcijom logističkom regresijom

Student: Matea Bogdanić

Područje: Statistika

Prikladno za studij: Matematička statistika

Preduvjeti: nema

Opis: Dijareja uzrokovana bakterijom *Clostridium difficile* je jedna od češćih neželjenih posljedica primjene antibiotske terapije. Procjenjuje se da je bakterija *C. difficile* uzročnik oko 25% slučajeva postantimikrobne dijareje te je uzročnik gotovo svih teških oblika bolesti. Infekcija se može očitovati širokim spektrom kliničkih stanja, od asimptomatske kolonizacije crijeva preko blagog proljeva do životno ugrožavajuće bolesti. Od 1970-ih godina, kada je dokazana uloga *C. difficile* u patogenezi bolesti, pa do naših dana dolazi do porasta incidencije teških oblika bolesti i sklonosti ponavljajućem pojavljivanju i stoga raste medicinski i ekonomski značaj ove infekcije. Podaci su prikupljeni iz Arhive za medicinsku dokumentaciju Klinike za infektivne bolesti "Dr. Fran Mihaljević". Zavisna varijabla bi bio stupanj infekcije, dok su neke od analiziranih nezavisnih varijabli su trajanje hospitalizacije, kronične bolesti pacijenta, klinička težina bolesti, početak bolesti (u bolnici/van bolnice), podrijetlo bolesti, trigeri, broj ataka bolesti, ukupno trajanje terapije, konkomitantne infekcije, boravak u jedinici intenzivne medicine.

Literatura:

1. Hosmer DW, Lemeshow S (1989), Applied Logistic Regression, John Wiley & Sons, New York.
2. Allison P.D. (1999) Logistic Regression Using SAS: Theory and Application. Cary, NC:SAS Institute Inc.
3. Stokes, M.E., Davis C.S., Koch G.G. (2000) Categorical Data Analysis Using SAS System, Second Edition. Cary, NC:SAS Institute Inc.

Mentor: Anamarija Jazbec

Strukturirano modeliranje

Student: Marin Krstičević

Područje: Statistika

Prikladno za studij: Matematička statistika

Preduvjeti: nema

Opis: Strukturirano modeliranje (engl. *Structural Equation Modeling*) je skup statističkih metoda za analizu povezanosti između jedne ili više nezavisnih varijabli s jednom ili više zavisnih varijabli. Nezavisne i zavisne varijable mogu biti i/ili diskretne ili kontinuirane. Najčešće metode su multipla regresija, eksplorativna faktorska analiza, kanonička korelacija itd.

Literatura:

1. Tabachnick BG, Fidell LS (2001) Using Multivariate Statistics, Chapter 14, Allyn & Bacon, Boston.
2. https://www.researchgate.net/publication/27706391_An_Introduction_to_Structural_Equation_Modeling

Mentor: Mladen Jurak

Paralelne strukture podataka bazirane na međusobnom isključivanju

Student: Mislav Kuzmić

Područje: Računarstvo

Prikladno za studij: Računarstvo i matematika

Preduvjeti: Objektno programiranje (C++), Strukture podataka i algoritmi

Opis: Strukture podataka koje se koriste u programiranju moraju biti modificirane kako bi im se moglo sigurno pristupiti iz više različitih dretvi (programskih niti). U radu je potrebno proučiti podršku višedretvenom programiranju koja je standardizirana u programskom jeziku C++ 2011. godine. Potrebno je opisati mehanizme za pristup zajedničkim resursima na bazi međusobnog isključivanja te mehanizme za sinhronizaciju paralelnih programa sa dijeljenom memorijom. Odabrati jednu strukturu podataka i prikazati njenu paralelnu izvedbu u C++11 jeziku. Napraviti vlastite programske primjere i testove, diskutirati programske izazove i evaluirati programsku podršku u C++ jeziku danu u standardima iz 2011., 2014. i 2017. godine.

Literatura:

1. A. Williams, *C++ Concurrency in action. Practical Multithreading*, Manning Publications Co., ShelterIslands, NY 2012.
2. Victor Alessandrini, *Shared Memory Application Programming. Concepts and strategies in multicore application programming*, Elsevier Inc. 2016.
3. Resursi na Internetu.

Mentor: Mladen Jurak

Paralelne strukture podataka bez međusobnog isključivanja

Student: Eduard Kalčićek

Područje: Računarstvo

Prikladno za studij: Računarstvo i matematika

Preduvjeti: Objektno programiranje (C++), Strukture podataka i algoritmi

Opis: Strukture podataka koje se koriste u programiranju moraju biti modificirane kako bi im se moglo sigurno pristupiti iz više različitih dretvi (programskih niti). U radu je potrebno proučiti podršku višedretvenom programiranju koja je standardizirana u programskom jeziku C++ 2011. godine. Treba iznijeti osnove pripadnog memorijskog modela i analizirati pristup paralelnim strukturama podataka slobodan od zaključavanja (eng. *lock-free*). Odabrati jednu strukturu podataka i prikazati odgovarajuću paralelnu izvedbu u C++11 jeziku. Napraviti vlastite programske primjere i testove, diskutirati programske izazove i evaluirati programsku podršku u C++ jeziku danu u standardima iz 2011., 2014. i 2017. godine.

Literatura:

1. C++ Concurrency in action. Practical Multithreading, Manning Publications Co., ShelterIslands, NY (2012).
2. Victor Alessandrini, *Shared Memory Application Programming. Concepts and strategies in multicore application programming*, Elsevier Inc. 2016.
3. Resursi na Internetu.

Mentor: Mladen Jurak

Konstrukcija grafičkog sučelja u biblioteci Qt5

Student: Edi Ibriks

Područje: Računarstvo

Prikladno za studij: Računarstvo i matematika

Preduvjeti: Objektno programiranje (C++)

Opis: Qt je programska okolina za konstrukciju aplikacija u programskom jeziku C++ koja omogućava jednostavnu konstrukciju korisničkog grafičkog sučelja. Programiranje grafičkog sučelja zahtijeva niz specifičnih programskih tehnika i oblikovnih obrazaca. Cilj ovog diplomskog rada je prezentirati i evaluirati programsku podršku koju Qt verzije 5 nudi za konstrukciju korisničkog grafičkog sučelja. U radu se treba koncentrirati na imperativni programski model i zanemariti mogućnost deklarativnog programiranja koju Qt 5 nudi kroz Qt Quick. Posebnu pažnju treba pokloniti programiranju neovisnom o platformi te uložiti višedretvenog programiranja u izradi aplikacije s korisničkim sučeljem. Mogućnosti Qt 5 biblioteke treba demonstrirati kroz konstrukciju složene aplikacije po vlastitom izboru.

Literatura:

1. G. Lazar, R. Panea: *Mastering Qt5*, Pact Publishing, 2016.
2. J. Blanchette, M. Summerfield: *C++ GUI Programming with Qt 4*, Prentice Hall, 2006.
3. Qt Company, <https://doc.qt.io/>
4. Resursi na Internetu.

Mentor: Ema Jurkin

Suvoditelj: Željka Milin Šipuš

Prodorne krivulje ploha

Student: Lara Novak

Područje: geometrija

Prikladno za studij: nastavnički studiji

Preduvjeti: Nacrtna geometrija

Opis: U radu će se proučavati tipovi prodornih krivulja valjaka, stožaca i sfera. Prodorne će se krivulje konstruirati u Mongeovoj projekciji korištenjem metode presjeka s pramenom (paralelnih) ravnina i metode presjeka s koncentričnim sferama.

Literatura:

V. Niče, Deskriptivna geometrija, Školska knjiga, Zagreb, 1967.

K. Horvatić-Baldasar, Nacrtna geometrija, SAND d.o.o., Zagreb, 1997.

Mentor: Ema Jurkin

Suvoditelj: Sanja Varošaneć

Kotirana projekcija

Student: Marija Beljo

Područje: geometrija

Prikladno za studij: nastavnički studiji

Preduvjeti: Nacrtna geometrija

Opis: Kotirana projekcija je metoda projiciranja u kojoj se točka prikazuje ortogonalnom projekcijom na neku ravninu te brojem, odnosno podatkom o njezinoj udaljenosti od te ravnine. U radu će se prikazivati točke, pravci i ravnine te analizirati njihovi međusobni odnosi. Konstruirat će se ravninski likovi i geometrijska tijela.

Literatura:

V. Niče, Deskriptivna geometrija, Školska knjiga, Zagreb, 1967.

J. Kos-Modor, E. Jurkin, N. Kovačević, Kotirana projekcija, skripta iz Nacrtna geometrije za RGN-fakultet, HDGG, Zagreb, 2010.

Mentor: Ema Jurkin

Suvoditelj: Sanja Varošaneć

Primjena kotirane projekcije

Student: Katarina Cvetko

Područje: geometrija

Prikladno za studij: nastavnički studiji

Preduvjeti: Nacrtna geometrija

Opis: U radu će se topografske plohe (tereni) prikazivati korištenjem kotirane projekcije te pomoću modeliranja u programu Rhinoceros. Kotirana projekcija je metoda projiciranja u kojoj se točka prikazuje ortogonalnom projekcijom na neku ravninu te brojem, odnosno podatkom o njezinoj udaljenosti od te ravnine. Taj se broj naziva kotom točke. U kotiranoj projekciji topografsku plohu prikazujemo slojnicama, tj. njezinim linijama koje sadrže točke istih kota. Ova će se klasična metoda nacrtna geometrije koristiti za rješavanje praktičnih zadataka poput konstruiranja zaravni i različitih vrsta prometnica na terenu. Iste će se zadatke riješiti i pomoću specijaliziranog CAD programa Rhinoceros.

Literatura:

V. Niče, Deskriptivna geometrija, Školska knjiga, Zagreb, 1967.

J. Kos-Modor, E. Jurkin, N. Kovačević, Kotirana projekcija, skripta iz Nacrtna geometrije za RGN-fakultet, HDGG, Zagreb, 2010.

GeomTeh3d, www.grad.hr/geomteh3d

Mentor: Ema Jurkin

Suvoditelj: Željka Milin Šipuš

Geometrija izotropne ravnine

Student: Ivona Čatipović

Područje: geometrija

Prikladno za studij: nastavnički studiji

Preduvjeti: nema

Opis: U radu će se proučavati elementarna geometrija izotropne ravnine. Definirat će se metrika te odrediti grupa sličnosti i grupa gibanja izotropne ravnine. Proučavat će se osnovne metričke relacije u trokutu i klasificirati konike s obzirom na njihov položaj prema apsolutnoj figuri.

Literatura:

H. Sachs, Ebene Isotrope Geometrie, Vieweg, Wiesbaden, 1987.

R. Kolar-Šuper, Z. Kolar-Begović, V. Volenec, J. Beban-Brkić, Metrical relationships in a standard triangle in an isotropic plane, Math. Commun. 10 (2005), 149-157.

Mentor: Matija Kazalicki

IFS fraktali

Student: Martina Marušić

Područje: geometrija

Prikladno za studij: svi

Preduvjeti: nema

Opis: Cilj diplomskog rada je opisati matematička svojstva sustava iterirane funkcije kao metode konstrukcije fraktala.

Literatura:

M. F. Barnsley, Fractals everywhere

K. Falconer, Fractal geometry

Mentor: Matija Kazalicki

Pametni ugovori

Student: Luka Seničić

Područje: kriptografija

Prikladno za studij: svi

Preduvjeti: nema

Opis: Cilj diplomskog rada je opisati pametne ugovore, jednu od primjena blockchain tehnologije, uz konkretnu implementaciju na platformi Ethereum koristeći programski jezik Solidity.

Literatura:

<https://github.com/ethereum/wiki/wiki/White-Paper>

<https://crypto.stanford.edu/cs251/info.html>

Mentor: Matija Kazalicki

Klasični fraktali

Student: Andrea Filić

Područje: geometrija

Prikladno za studij: svi

Preduvjeti: nema

Opis: Cilj diplomskog rada je definirati i opisati osnovna svojstva klasičnih fraktala (Kantorov skup, Kochova krivulja, trokut Sierpinskog ...)

Literatura:

H-O. Peitgen, H. Jürgens, D. Saupe, Fractals for the Classroom: Part One Introduction to Fractals and Chaos

Mentor: Matija Kazalicki

Pappusov teorem: razni dokazi i varijacije

Student: Dorotea Crnjac

Područje: geometrija

Prikladno za studij: svi

Preduvjeti: nema

Opis: Cilj diplomskog rada je izložiti različite dokaze Pappusovog teorema i nekih njegovih varijacija.

Literatura:

E. A. Marchisotto, The Theorem of Pappus: A Bridge Between Algebra and Geometry

J. Richter-Gebert, Perspectives on Projective Geometry: A Guided Tour Through Real and Complex Geometry

Mentor: Matija Kazalicki

Gerrymandering – krojenje izbornih jedinica i Metropolis-Hastings algoritam

Student: Nikolina Pleić

Područje: statistika

Prikladno za studij: svi

Preduvjeti: nema

Opis: Cilj diplomskog rada je objasniti (na primjeru hrvatskog izbornog sustava) kako matematičke metode mogu pomoći pri određivanju “pravednih” izbornih jedinica.

Literatura:

J. C. Mattingly, C. Vaughn, Redistricting and the Will of the People

C. P. Robert, G. Casella, Monte Carlo Statistical Methods

Z. Vondraček, Markovljevi lanci

N. Sarapa, Teorija vjerojatnosti

Mentor: Matija Kazalicki

Postkvantna kriptografija

Student: Kristian Čurla

Područje: kriptografija

Prikladno za studij: svi

Preduvjeti: nema

Opis: Cilj diplomskog rada je dati pregled postkvantnih kriptografskih sustava.

Literatura:

D. J. Bernstein, J. Buchmann, E. Dahmen, Post-Quantum Cryptography

Mentor: Vjekoslav Kovač

Dokaz Carlesonovog teorema

Student: Aleksandar Bulj

Područje: Matematička analiza (Fourierova analiza)

Prikladno za studij: Teorijska matematika

Preduvjeti:

Opis: Carlesonov rezultat o g.s. konvergenciji Fourierovog reda (ili Fourierovog integrala) kvadratno integrabilne funkcije [1] jedan je od najvažnijih rezultata matematičke analize 20. stoljeća. Originalni Carlesonov dokaz je toliko složen da ga Zygmund nikad nije odlučio uvrstiti u kasnija izdanja svoje monografije [5]. Fefferman je dao konceptualno jednostavniji dokaz [2], uvevši tehniku dekompozicije operatora pomoću sistema valnih paketa. Dosad najelegantniji dokaz izložili su Lacey i Thiele [3], premda je za razumijevanje njihovog dokaza još uvijek potrebno mnogo predznanja iz harmonijske analize; vidjeti knjigu [4]. Cilj ovog diplomskog rada je iznijeti potpuni i detaljni dokaz Carlesonovog teorema. Diskutirat će se i neka poopćenja tog važnog rezultata.

Literatura:

- [1] L. Carleson, *On convergence and growth of partial sums of Fourier series*, Acta Math, 116 (1966) 135–157.
- [2] C. Fefferman, *Pointwise convergence of Fourier series*, Ann. of Math. (2) 98 (1973), 551–571.
- [3] M. Lacey, C. Thiele, *A proof of boundedness of the Carleson operator*, Math. Res. Lett. 7 (2000), no. 4, 361–370.
- [4] C. Thiele, *Wave Packet Analysis*, CBMS Regional Conference Series in Mathematics 105, AMS, Providence, 2006.
- [5] A. Zygmund, *Trigonometric series: Vols. I, II*, reprint drugog izdanja, Cambridge University Press, London-New York, 1968.

Mentor: Vjekoslav Kovač

Bressanov problem miješanja

Student: Marin Tomić

Područje: Matematička analiza

Prikladno za studij: Primijenjena matematika

Preduvjeti:

Opis: Cilj ovog diplomskog rada je rigorozno formulirati i pregledno izložiti nekoliko varijanti problema miješanja/preslagivanja kojeg je predložio Bressan u [1] i [2]. Neformalno izrečen, problem tvrdi da za miješanje dvaju inkompresibilnih fluida na torusu do na skalu $\varepsilon > 0$ generirajuće promjenjivo vektorsko polje treba uložiti dovoljan “trud” u vidu ukupne totalne varijacije od barem $c \log(1/\varepsilon)$ za neku konstantu $c > 0$. Jednodimenzijski problem ima elegantno rješenje [1], dok je originalna dvodimenzionalna formulacija [2] trenutno još uvijek otvorena i za nju Bressan nudi nagradu od \$500. Varijantu kod koje je totalna varijacija polja $\|Dv\|_{L^1}$ zamijenjena veličinom $\|Dv\|_{L^p}$, $p > 1$ dokazali su Crippa i De Lellis [3]. Alternativni dokaz i poopćenje dali su Hadžić, Seeger, Smart i Street [4], a isti autori razmatrali su i jedan zanimljivi idealizirani dvodimenzionalni model.

Literatura:

- [1] A. Bressan, *A lemma and a conjecture on the cost of rearrangements*, Rend. Sem. Mat. Univ. Padova 110 (2003), 97–102.
- [2] A. Bressan, *Prize offered for the solution of a problem on mixing flows* (2006), dostupno na: <https://www.math.psu.edu/bressan/PSPDF/prize1.pdf> (pristupljeno: 3. 11. 2017.).
- [3] G. Crippa, C. De Lellis, *Estimates and regularity results for the DiPerna-Lions flow*, J. Reine Angew. Math. 616 (2008), 15–46.
- [4] M. Hadžić, A. Seeger, C. K. Smart, B. Street, *Singular integrals and a problem on mixing flows* (2017), Ann. Inst. H. Poincaré Anal. Non Linéaire, prihvaćeno za objavljivanje, dostupno na: arXiv:1612.03431.

Mentor: Vjekoslav Kovač

Kvazi Monte Carlo metoda za numeričku integraciju

Student: Luka Turčić

Područje: Teorija vjerojatnosti, Numerička matematika

Prikladno za studij: Financijska i poslovna matematika

Preduvjeti:

Opis: Monte Carlo metoda numeričke integracije koristi niz slučajnih ili (u praksi uvijek) pseudoslučajnih varijabli prilikom numeričkog računanja integrala. Za razliku od nje, kvazi Monte Carlo metoda koristi niz koji ima malu diskrepanciju (tzv. kvazislučajni niz), što rezultira boljom brzinom konvergencije numeričke metode. Glavni ciljevi ovog rada su: opisati kvazi Monte Carlo metodu za numeričku integraciju, izvesti rigorozne ocjene za grešku aproksimacije te opisati neke konstrukcije nizova s niskom diskrepancijom.

Nadalje, krajem prošlog stoljeća uočeno je da kvazi Monte Carlo metoda daje zadovoljavajuće rezultate u financijskoj matematici, premda bi se isprva očekivalo da za aproksimaciju integrala funkcija ovisnih o velikom broju varijabli (s kakvima je u financijama nužno raditi) treba uzimati nepraktično veliki broj članova niza. Drugim riječima, uočeno je da u financijama kvazi Monte Carlo metoda ponekad zaobilazi tzv. “kletvu dimenzionalnosti”, a ovaj rad će obraditi i neke primjere tog fenomena.

Literatura:

- [1] M. Drmota, R. F. Tichy, *Sequences, Discrepancies and Applications*, Lecture Notes in Mathematics 1651, Springer, Berlin-Heidelberg, 1997.
- [2] H. Niederreiter, *Random Number Generation and Quasi-Monte Carlo Methods*, CBMS-NSF Regional Conference Series in Applied Mathematics 63, SIAM, Philadelphia, 1992.

Mentor: Vedran Krčadinac

Jako regularni grafovi

Student: Luka Crnoja

Područje: Kombinatorika

Prikladno za studij: Svi studiji

Preduvjeti: nema

Opis: Jako regularan graf s parametrima (v, k, λ, μ) je jednostavan graf s v vrhova koji su svi stupnja k . Nadalje, svaka dva susjedna vrha imaju λ zajedničkih susjeda, a svaka dva nesusjedna vrha imaju μ zajedničkih susjeda. U diplomskom radu obradit će se osnovni rezultati o jako regularnim grafovima prema 2. poglavlju knjige navedene u literaturi.

Literatura:

P.J. Cameron, H.J. van Lint, *Designs, graphs, codes and their links*, Cambridge University Press, 1991.

Mentor: Vedran Krčadinac

Regularni dvografovi

Student: Luka Fran

Područje: Kombinatorika

Prikladno za studij: Svi studiji

Preduvjeti: nema

Opis: Dvograf se sastoji od konačnog skupa vrhova X i familije \mathcal{B} tročlanih podskupova od X koje zovemo bridovima, takve da je za svaki četveročlani podskup $Y \subseteq X$ broj bridova sadržanih u Y paran. Pojam dvografa uveo je G. Higman da bi proučavao 2-tranzitivno djelovanje grupe Co_3 , a korišten je i za proučavanje ekviangularnih sustava pravaca, pokrivanja grafova i prezentacija grupa. Dvograf je regularan ako je svaki dvočlani podskup od X sadržan u konstantnom broju λ bridova. U diplomskom radu obradit će se osnovni rezultati o regularnim dvografovima prema 4. poglavlju knjige navedene u literaturi.

Literatura:

P.J. Cameron, H.J. van Lint, *Designs, graphs, codes and their links*, Cambridge University Press, 1991.

Mentor: Vedran Krčadinac

Pitagorine trojke i neke slične diofantske jednačbe

Student: Martina Varga

Područje: Teorija brojeva

Prikladno za studij: Svi studiji

Preduvjeti: nema

Opis: Pitagorine trojke su rješenja diofantske jednačbe $a^2 + b^2 = c^2$. U ovom diplomskom radu obradit će se nekoliko dokaza Euklidove formule za primitivne Pitagorine trojke. Proučavat će još neke slične diofantske jednačbe, poput $a^2 + b^2 = c^2 \pm 1$ i $a^2 + b^2 + c^2 = d^2$.

Literatura:

1. A. Dujella, *Pitagorine trojke*, Bilten seminara iz matematike za nastavnike mentore, Crikvenica, 1994.
2. O. Frink, *Almost Pythagorean triples*, Mathematics Magazine **60** (1987), 234–236.
3. R. Spira, *The Diophantine equation $x^2 + y^2 + z^2 = m^2$* , The American Mathematical Monthly **69** (1962), 360–365.

Mentor: Vedran Krčadinac

Parcijalne geometrije

Student: Vedrana Cvijin

Područje: Kombinatorika

Prikladno za studij: Svi studiji

Preduvjeti: Upisan kolegij *Konačne geometrije*.

Opis: Parcijalna geometrija s parametrima (s, t, α) je konačna incidencijska struktura sa sljedećim svojstvima:

- na svakom pravcu leži $s + 1$ točaka,
- kroz svaku točku prolazi $t + 1$ pravaca,
- kroz svake dvije točke prolazi najviše jedan pravac,
- za svaku točku T i pravac p koji nisu incidentni postoji točno α pravaca kroz T koji sijeku p .

U diplomskom radu obradit će se osnovni rezultati o parcijalnim geometrijama i njihovim vezama s drugim konačnim strukturama prema 7. poglavlju knjige navedene u literaturi.

Literatura:

P.J. Cameron, H.J. van Lint, *Designs, graphs, codes and their links*, Cambridge University Press, 1991.

Mentor: Mario Krnić

Suvoditelj: Mea Bombardelli

Dva svojstva simetrala kutova trokuta i Steiner-Lehmusov teorem

Student: Ana Prosenečki

Područje: geometrija

Prikladno za studij: nastavnički studiji

Preduvjeti: Elementarna geometrija

Opis: U radu će se proučavati teorem o simetrali kuta o trokutu i svojstvo da simetrala unutaršnjeg kuta trokuta raspolavlja odgovarajući luk opisane kružnice trokuta. Nadalje, u radu će se obraditi nekoliko različitih metoda dokazivanja Steiner-Lehmusovog teorema, odnosno činjenice da je trokut sa dvjema simetralama jednakih duljina jednakokrakan.

Literatura:

Š. Arslanagić, *Sve o simetralama unutrašnjih uglova trougla*, Naša škola (Sarajevo), **56** (52), (2010), 29–48.

K.Y. Li *Angle Bisectors Bisect Arcs*, Mathematical Excalibur, **11** (2) (2006), 1–4.

S.R. Gardner, *A variety of Proofs of the Steiner-Lehmus Theorem*, master thesis, East Tennessee State University, <http://dc.etsu.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=2332&context=etd>, 2013.

Mentor: Mario Krnić

Suvoditelj: Mea Bombardelli

Ptolomejev teorem – dokazi, posljedice i poopćenja

Student: Sanja Hršak

Područje: geometrija

Prikladno za studij: nastavnički studiji

Preduvjeti: Elementarna geometrija

Opis: Cilj ovog diplomskog rada je proučiti Ptolomejev teorem i njegove inačice. Prvo će se obraditi nekoliko različitih metoda dokazivanja spomenutog teorema. Nakon toga, spomenuti teorem će se primjenjivati za dokazivanje nekih elementarnih teorema te za rješavanje nekih složenijh geometrijskih problema. Konačno, u radu će se obraditi i nekoliko poopćenja Ptolomejevog teorema.

Literatura:

S. Shirali, *How to Prove it*, At Right Angles, **6** (1) (2017), 59–63.

S. Shirali, *How to Prove it*, At Right Angles, **5** (3) (2016), 53–57.

H.S.M. Coxeter, S.L. Greitzer, *Geometry revisited*, Mathematical Association of America, 1967.

Mentor: Mario Krnić

Suvoditelj: Mea Bombardelli

Opća svojstva konveksnog četverokuta

Student: Marija Žužul

Područje: geometrija

Prikladno za studij: nastavnički studiji

Preduvjeti: Elementarna geometrija

Opis: Cilj ovog diplomskog rada je proučavanje općenitih svojstava bilo kojeg konveksnog četverokuta. U radu će se obraditi svojstva nekih osobitih točaka u konveksnom četverokutu. Nadalje, u radu će se izvesti i neke metričke relacije koje vrijede za bilo koji konveksan četverokut.

Literatura:

A. Marić, *Četverokut – definicije, konstrukcije, jednadžbe, poučci*, Element, Zagreb, 2006.
O.T. Pop, N. Minculete, M. Bencze, *An Introduction to Quadrilateral Geometry*, Editura Didactica Si Pedagogica, R. A., Bucuresti, 2013.
H.S.M. Coxeter, S.L. Greitzer, *Geometry revisited*, Mathematical Association of America, 1967.

Mentor: Vesna Lužar-Stiffler

Analiza vjerojatnosti pokrivanja Waldovih pouzdanih intervala za regresijske koeficijente u logističkoj regresijskoj analizi

Student: Marija Špehar

Područje: Računarska statistika

Prikladno za studij: Primijenjena statistika

Preduvjeti: Predznanje iz predmeta "Računarska statistika", "Primijenjena statistika" i "Odabrane statističke metode u biomedicini".

Opis: Dihotomna logistička regresijska analiza se primjenjuje u analizi podataka iz kliničkih istraživanja sa nominalnom/dihotomnom varijablom odziva. Glavni cilj rada je istražiti utjecaj veličine uzorka, te tipa distribucije i razine korelacije između prediktorskih varijabli na vjerojatnost pokrivanja Waldovih pouzdanih intervala za regresijske koeficijente. Vjerojatnosti pokrivanja se procijenjuju empirijski uz pomoć simulacijskog eksperimenta.

Literatura:

P.D. Allison, *Logistic Regression Using SAS: Theory and Application*, Cary, NC, SAS Institute Inc., USA, 1999.

R. Wicklin, *Simulating Data with SAS*, SAS Institute, 2013.

X. Fan, et al., *SAS for Monte Carlo Studies: A Guide for Quantitative Researchers*, Cary, NC, SAS Institute Inc., USA, 2002.

Mentor: Vesna Lužar-Stiffler

Analiza vjerojatnosti pokrivanja Waldovih pouzdanih intervala za regresijske koeficijente u Poissonovoj regresijskoj analizi

Student: Irena Ramljak

Područje: Računarska statistika

Prikladno za studij: Primijenjena statistika

Preduvjeti: Predznanje iz predmeta "Računarska statistika", "Primijenjena statistika" i "Odabrane statističke metode u biomedicini".

Opis: Poissonova regresijska analiza se primjenjuje u analizi podataka iz kliničkih istraživanja sa varijablom odziva koja slijedi Poissonovu razdiobu. Glavni cilj rada je istražiti utjecaj veličine uzorka, te tipa distribucije i razine korelacije između prediktorskih varijabli na vjerojatnost pokrivanja Waldovih pouzdanih intervala za regresijske koeficijente. Vjerojatnosti pokrivanja se procjenjuju empirijski uz pomoć simulacijskog eksperimenta.

Literatura:

P.D. Allison, *Logistic Regression Using SAS: Theory and Application*, Cary, NC, SAS Institute Inc., USA, 1999.

R. Wicklin, *Simulating Data with SAS*, SAS Institute, 2013.

X. Fan, et al., *SAS for Monte Carlo Studies: A Guide for Quantitative Researchers*, Cary, NC, SAS Institute Inc., USA, 2002.

Mentor: Vesna Lužar-Stiffler

Analiza mjera pogreške predviđanja rizika modelom dihotomne logističke regresije

Student: Toni Ruščić

Područje: Računarska statistika

Prikladno za studij: Financijska matematika/ statistika

Preduvjeti: Predznanje iz predmeta "Numeričke metode u financijskoj matematici", "Ekonometrija" i "Matematička statistika".

Opis: Dihotomna logistička regresija je, uz stabla odlučivanja i neuralne mreže, jedan od ključnih modela za predviđanje rizika. Glavni cilj rada je istražiti utjecaj broja podataka, tipa distribucije i jačine povezanosti između prediktorskih varijabli na mjere pogreške predviđanja. Praktični dio analize se provodi uz pomoć simulacijskog eksperimenta.

Literatura:

P.D. Allison, *Logistic Regression Using SAS: Theory and Application*, Cary, NC, SAS Institute Inc., USA, 1999.

R. Wicklin, *Simulating Data with SAS*, SAS Institute, 2013.

X. Fan, et al., *SAS for Monte Carlo Studies: A Guide for Quantitative Researchers*, Cary, NC, SAS Institute Inc., USA, 2002.

Mentor: Robert Manger

Distribuirano računanje pomoću programskog jezika Python

Student: Martina Barišić

Područje: Distribuirani procesi

Prikladno za studij: Diplomski studij Računarstvo i matematika

Preduvjeti: nema

Opis: U radu treba opisati mogućnosti distribuiranog računanja koje podržava programski jezik Python i pripadni alati. Pod distribuiranim računanjem podrazumijevamo suradnju više istovremenih procesa koji ne raspolažu zajedničkim podacima no mogu razmjenjivati poruke. Rad treba sadržavati vlastiti studijski primjer distribuirane aplikacije i njezine implementacije u Pythonu.

Literatura:

F. Pierfederici: Distributed Computing with Python. Packt Publishing, Birmingham, UK, 2012.

D. Sanderson: Programming Google App Engine with Python. O'Reilly Media, Sebastopol CA, USA, 2015.

Mentor: Robert Manger

Modeliranje poslovnih procesa pomoću grafičkog jezika BPMN

Student: Ena Martinek

Područje: Softversko inženjerstvo

Prikladno za studij: Diplomski studij Računarstvo i matematika, Diplomski studij Financijska i poslovna matematika

Preduvjeti: nema

Opis: BPMN je grafička notacija koja je raširena u poslovnom svijetu i služi za modeliranje poslovnih procesa. Kratica znači *Business Process Modeling Notation*. BPMN dijagrami donekle liče na UML *activity* dijagrame, no razlikuju se od njih u brojnim sintaktičkim i semantičkim detaljima. Prednost BPMN je u tome što postoje alati koji na temelju BPMN dijagrama automatski generiraju programski kod za odgovarajuću aplikaciju. U radu treba opisati svojstva i mogućnosti BPMN te dati primjere njegovog korištenja. U praktičnom dijelu rada treba stvoriti BPMN model zamišljenog poslovnog sustava te ga po mogućnosti pretvoriti u jednu ili više aplikacija.

Literatura:

T. Allweyer: BPMN 2.0 - Introduction to the Standard for Business Process Modeling, 2nd Edition. Books on Demand, Norderstedt, Germany, 2016.

J. Freund, B. Ruecker: Real-Life BPMN, 2nd Edition. CreateSpace Independent Publishing Platform, North Charleston SC, USA, 2014.

S.A. White, D. Miers: BPMN Modelling and Reference Guide - Understanding and Using BPMN. Future Strategies, Lighthouse Point FL, USA, 2008.

Mentor: Robert Manger

Grafovski model za baze podataka

Student: Karmen Kapov

Područje: Baze podataka

Prikladno za studij: Diplomski studij Računarstvo i matematika, Diplomski studij Matematička statistika

Preduvjeti: nema

Opis: Grafovski model zasniva se na prikazu logičke strukture baze podataka pomoću grafa. U tom prikazu vrhovi grafa predstavljaju entitete, a lukovi veze među entitetima. Oznake vrhova odnosno lukova služe kao atributi. Grafovske baze podataka omogućuju jednostavno i brzo pretraživanje složenih struktura koje je teško modelirati pomoću relacijskog modela. Za pretraživanje se koriste upitni jezici koji se razlikuju od SQL-a i koji na jednostavniji način opisuju manevriranje po grafu. Najpoznatiji javno dostupni softverski paket za rad s grafovskim bazama naziva se Neo4j. U radu je potrebno opisati svojstva grafovskog modela te istaknuti njegove prednosti i nedostatke u odnosu na relacijski model. U praktičnom dijelu rada potrebno je pomoću Neo4j ili nekog sličnog softvera izraditi vlastitu grafovsku bazu i bar jednu aplikaciju koja je pretražuje.

Literatura:

I. Robinson, J. Webber, E. Eifrem: Graph Databases - New Opportunities for Connected Data, 2nd Edition. O'Reilly Media, Sebastopol CA, USA, 2015.
E. Edling: Graph Databases. CreateSpace Independent Publishing Platform, 2017.
A. Vukotic, N. Watt, T. Abedrabbo, D. Fox, J. Partner: Neo4j in Action. Manning Publications, Shelter Island NY, 2015.

Mentor: Robert Manger

Sustav za upravljanje bazom podataka PostgreSQL

Student: Antea Raguž

Područje: Baze podataka

Prikladno za studij: Diplomski studij Računarstvo i matematika, Diplomski studij Matematička statistika

Preduvjeti: nema

Opis: PostgreSQL je objektno-relacijski sustav za upravljanje bazom podataka (OR-DBMS). Razvija ga organizacija PostgreSQL Global Development Group koja okuplja veći broj zainteresiranih kompanija i pojedinaca. Besplatan je za korištenje te je dostupan na Windows i Linux platformama. često se koristi kao podrška web aplikacijama i kao alternativa MySQL-u. U radu je potrebno opisati svojstva PostgreSQL te naglasiti razlike, prednosti i nedostatke u odnosu na MySQL. U praktičnom dijelu rada potrebno je razviti vlastitu aplikaciju zasnovanu na PostgreSQL.

Literatura:

R. Obe, L. Hsu: PostgreSQL Up and Running, 3rd Edition. O'Reilly Media, Sebastopol CA, USA, 2017.

S. Juba, A. Vannahme, A. Volkov: Learning PostgreSQL. Packt Publishing, Birmingham UK, 2015.

I Ahmed, A. Fayyaz: PostgreSQL Developer's Guide. Packt Publishing, Birmingham UK, 2015.

Mentor: Eduard Marušić-Paloka

Primjeri egzaktnih rješenja Navier-Stokesovih jednadžbi

Student: Lana Reščec

Područje: Primijenjena matematika

Prikladno za studij:

Preduvjeti: Matematička analiza 3 ili Dir 2 i Primijenjena matematička analiza

Opis: Navier-Stokesov sustav opisuje gibanje viskoznog fluida i rijetko se kad može analitički riješiti. Cilj ovog rada je dati pregled klasičnih primjera kod kojih nam je poznato egzaktno rješenje

Literatura:

P.Drazin, N.Riley, The Navier-Stokes equations. A classification of flows and exact solutions, London mathematical society lecture notes series No 334, Cambridge university press, 2006.

Mentor: Jadranka Mičić Hot

Suvoditelj: Sanja Varošaneć

Konveksne funkcije i njihova poopćenja u realnoj analizi

Student: Viktor Vranar

Područje: matematička analiza

Prikladno za studij: svi studiji

Preduvjeti: nema

Opis: Konveksni skupovi i konveksne funkcije su predmet mnogih istraživanja tijekom posljednjih stotinu godina. Dobro je poznata važnost konveksne funkcije u rješavanju problemima optimiziranja. Konveksnost se pojavljuje u mnogim matematičkim modelima u inženjerstvu, ekonomiji, i drugim područjima, kao prirodno svojstvo različitih funkcija koje susrećemo u tim modelima.

Svojstvo konveksnosti je nepromjenjivo s obzirom na pojedine operacije i transformacije. Međutim, za mnoge probleme koji se susreću u matematici, ekonomiji i inženjerstvu pojam konveksnosti nije ispunjen. Dakle, potrebno je proširiti pojam konveksnosti pojmovima pseudo-konveksnost, kvazi-konveksnost, s -konveks, inveks, s -inveks, h -konveks, pre-inveks, itd.

Cilj diplomskog rada je napraviti pregled poopćenja konveksnih funkcija.

Literatura:

- [1] Constantin Niculescu and Lars-Erik Persson, *Convex Functions and their Applications, A contemporary approach*, Springer, 2004.
- [2] S. Varošaneć, *On h -convexity*, J. Math. Anal. Appl. **326** (2007) 303–311.

Mentor: Željka Milin Šipuš

Učenje istraživanjem na primjeru sadržajnog područja geometrije

Student: Monika Pintarić

Područje: Metodika nastave matematike

Prikladno za studij: Nastavnički studiji

Opis: U suvremenoj nastavi matematike promoviraju se različite strategije interaktivnog učenja - primjerice, učenje istraživanjem (eng. *inquiry based learning*, IBL).

Cilj ovog diplomskog rada je prikazati temeljne odrednice takve nastave, te prikazati konkretne primjere učeničkih aktivnosti i nastavnih materijala za problemsku nastavu vezanu uz sadržajno područje geometrije.

Literatura:

1. Materijali za nastavnika: Nrich project, University of Cambridge.
2. Michael D. De Villiers, *Rethinking Proof With the Geometer's Sketchpad*, Key Curriculum Press, 2003.

Mentor: Željka Milin Šipuš

Funkcije i njihov grafički prikaz u srednjoškolskoj nastavi matematike

Student: Filip Terzić

Područje: Metodika nastave matematike

Prikladno za studij: Nastavnički studiji

Opis: Cilj ovog diplomskog rada je razviti primjere učeničkih aktivnosti i nastavnih materijala vezanih uz funkcije u srednjoškolskoj nastavi matematike, posebno uz njihov grafički prikaz.

Literatura:

1. Materijali za nastavnika: Nrich project, University of Cambridge.
2. The Language of Functions and Graphs, Shell Centre for Mathematical Education, Nottingham, UK.
3. Gimnazijski udžbenici

Mentor: Željka Milin Šipuš

Učenje istraživanjem na primjeru sadržajnog područja vjerojatnosti

Student: Ana Kubasek

Područje: Metodika nastave matematike

Prikladno za studij: Nastavnički studiji

Opis: U suvremenoj nastavi matematike promoviraju se različite strategije interaktivnog učenja - primjerice, učenje istraživanjem (eng. *inquiry based learning*, IBL).

Cilj ovog diplomskog rada je razviti primjere učeničkih aktivnosti i nastavnih materijala vezanih uz pojam vjerojatnosti u srednjoškolskoj nastavi matematike.

Literatura:

1. Carmen Batanero and Manfred Borovcnik, *Statistics and Probability in High School*, Sense Publishers, 2016.
2. Gimnazijski udžbenici

Mentor: Boris Muha

Paul Erdős i dokazi iz Knjige

Student: Martina Perić

Područje:

Prikladno za studij:

Preduvjeti:

Opis: Paul Erdős (1913-1996) govorio je da postoji Knjiga u kojoj su sadržani svi najljepši i najelegantniji dokazi matematičkih teorema. Cilj ove radnje je prikazati biografske crtice o Paulu Erdösu i prezenirati nekoliko dokaza iz Knjige iz raznih područja matematike.

Literatura:

M. Aigner, M. Zieger, Proofs from THE BOOK, Springer-Verlag, Berlin, 2004

P. Hoffman, The Man Who Loved Only Numbers: The Story of Paul Erdős and the Search for Mathematical Truth, Hyperion, 1999

Mentor: Goran Muić

Invarijante konačnih grupa na algebri polinoma

Student: Kristina Nikičić

Područje: algebra

Prikladno za studij: nastavnički, teorijska matematika

Preduvjeti: Vektorski prostori

Opis: Konačne grupe djeluju permutacijom varijabli na algebrama polinoma. Rad studira strukturu invarijanti generalizirajući klasičnu situaciju simetričnih polinoma.

Literatura:

D. A. Cox, J. Little, D. O'Shea, Ideals, Varieties, and Algorithms: An Introduction to Computational Algebraic Geometry and Commutative Algebra, Undergraduate Texts in Mathematics, Springer, 2015.

Mentor: Goran Muić

Prsteni polinoma i formalnih redova

Student: Judita Janković

Područje: algebra

Prikladno za studij: nastavnički, teorijska matematika

Preduvjeti: Vektorski prostori

Opis: U radu konstruiraju se prsteni polinoma i formalnih redova u više varijabli i studiraju se njihova osnovna svojstva.

Literatura:

T. W. Hungerford, Algebra, Graduate Texts in Mathematics v. 73, Springer, 2003.

Mentor: Filip Najman

Elektroničko glasanje

Student: Mirna Hanžek

Područje: kriptografija

Prikladno za studij: Računarstvo i matematika

Preduvjeti: Kriptografija i sigurnost mreža

Opis: U ovom diplomskom radu će se proučiti sustavi elektronskog glasanja, te kriptografski protokoli i matematika na kojima su oni bazirani.

Literatura:

D. Trappe, L. Washington, *Introduction to Cryptography with Coding Theory*, Pearson, 2005.

Mentor: Filip Najman

Dugine tablice

Student: Mirjana Horvat

Područje: kriptografija

Prikladno za studij: Računarstvo i matematika

Preduvjeti: Kriptografija i sigurnost mreža

Opis: Dugine tablice su unaprijed izračunate tablice koje služe za invertiranje kriptografskih hash funkcija, te se uglavnom koriste za pokušaj dobivanja dekriptirane lozinke nekog korisnika. U ovom diplomskom radu će se proučiti metode na kojima funkcioniraju dugine tablice, te njihova upotreba u praksi.

Literatura:

J. Katz, Y. Lindell, *Introduction to Modern Cryptography*, Chapman & Hall/CRC Press, 2007

Mentor: Filip Najman

Torzijske grupe eliptičkih krivulja

Student: Borna Vukorepa

Područje: teorija brojeva

Prikladno za studij: Teorijska matematika

Preduvjeti: Algebarska teorija brojeva 1 i 2

Opis: Skup točaka na eliptičkoj krivulji nad bilo kojim poljem ima strukturu konačno generirane Abelove grupe. Podgrupa točaka konačnog reda se naziva torzijska podgrupa. U ovom radu će se proučiti poznati rezultati i njihovi dokazi o torzijskim grupama nad razčitim poljima, te će se naglasak staviti na torzijske grupe nad poljima algebarskih brojeva.

Literatura:

J. Silverman, *The Arithmetic of Elliptic Curves*, Springer, 2009.

L. Washington, *Elliptic Curves: Number Theory and Cryptography*, Chapman and Hall, 2008.

Mentor: Filip Najman

Modularna metoda za rješavanje diofantskih jednažbi

Student: Marta Dujella

Područje: teorija brojeva

Prikladno za studij: Teorijska matematika

Preduvjeti: Algebarska teorija brojeva 1 i 2

Opis: U ovom diplomskom radu će se prikazati metode za rješavanje Diofantskih jednažbi koje se baziraju na teoremu o modularnosti.

Literatura:

S. Siksek, *The modular approach to Diophantine equations*, bilješke

L. Washington, *Elliptic Curves: Number Theory and Cryptography*, Chapman and Hall, 2008.

Mentor: Ivica Nakić

Web aplikacija za vizualizaciju hijerarhijskih podataka

Student: Mario Bošnjak

Područje: Računarstvo

Prikladno za studij: Svi studiji

Preduvjeti: poznavanje odgovarajućih web tehnologija

Opis: Hijerarhijski podaci su podaci međusobno povezani strogim hijerarhijskim vezama, koji se često modeliraju pomoću jednostavnih grafova.

Cilj diplomskog rada je napraviti web aplikaciju koja bi služila za kreiranje te vizualizaciju grafova dobijenih iz hijerarhijskih podataka. Aplikacija bi trebala imati mogućnost unosa i izvoza grafova u standardnim formatima te izvoz vizualizacija kao slika. U aplikaciji bi također bilo implementirano kreiranje stabala podataka te pronalaženje putova među njima.

Literatura:

D. B. Copeland, *Rails, Angular, Postgres, and Bootstrap - Powerful, Effective, Efficient, Full-Stack Web Development*, 2. izdanje, The Pragmatic Bookshelf, 2017.

M. Driscoll, *Python 201, Intermediate Python*, Leanpub, 2016.

R. Mitchell, *Web Scraping with Python, Collecting Data from the Modern Web*, O'Reilly, 2015.

M. Grinberg, *Flask Web Development, Developing Web Applications with Python*, O'Reilly, 2014.

<http://js.cytoscape.org/>

Mentor: Ivica Nakić

Web aplikacija za vizualizaciju matematičkih objekata

Student: Željko Đurić

Područje: Računarstvo

Prikladno za studij: Svi studiji

Preduvjeti: poznavanje programskog jezika Javascript

Opis: Cilj diplomskog rada je napraviti web aplikaciju za vizualizaciju jedne ili više odabranih matematičkih tema služeći se Javascript bibliotekom React za izradu korisničkog sučelja te bibliotekama D3 i/ili plotly.js za kreiranje vizualizacija.

Literatura:

A. Mardan, *React quickly*, Manning Publications, 2017.

E. Meeks, *D3.js in action*, 2. izdanje, Manning Publications, 2017.

<https://plot.ly/javascript/>

Mentor: Ivica Nakić

Matematička analiza socijalnih mreža

Student: Tomislav Horina

Područje: Računarstvo, teorija grafova

Prikladno za studij: Svi studiji

Preduvjeti: poznavanje programskog jezika Python

Opis: Mnogi sustavi se sastoje od jednostavnijih dijelova međusobno povezanih na neki način. Primjeri su Internet te ljudska društva. Mreža je pojednostavljena reprezentacija takvih sustava gdje se sustav reducira na apstraktnu strukturu koja predstavlja povezanost njegovih dijelova. Socijalne mreže su mreže u kojoj su čvorovi ljudi ili grupe ljudi a bridovi predstavljaju neku formu socijalne interakcije među njima.

U sklopu diplomskog rada prikazat će se osnovni matematički alati za analizu mreža, razvit će se odgovarajući softver u programskom jeziku Python za analizu mreža koji će se potom primijeniti kako na konkretne socijalne mreže tako i na slučajne mreže koje su strukturno slične socijalnim mrežama.

Literatura:

E. Estrada, *The Structure of Complex Networks, Theory and Applications*, Oxford University Press, 2011.

K. Erciyes, *Complex Networks, An Algorithmic Perspective*, CRC Press, 2015.

M.E.J. Newman, *Networks, An Introduction*, Oxford University Press, 2010.

M.E.J. Newman, The Structure and Function of Complex Networks, *SIAM Rev.*, 45(2), 167–256, 2003.

M. Zuhair Al-Taie, S. Kadry, *Python for Graph and Network Analysis*, Springer, 2017.

<https://networkx.github.io/>

Mentor: Ivica Nakić

Primjena staničnih automata u generativnoj umjetnosti

Student: Ivana Senkić

Područje: Računarstvo

Prikladno za studij: Svi studiji

Preduvjeti: znanje programiranja u Javascriptu

Opis: Generativna umjetnost je pojam koji opisuje umjetnička djela pri čijoj izradi umjetnik koristi algoritme koje sadržavaju izvjesnu dozu slučajnosti ali uz zadržavanje prepoznatljive opće strukture. Jedan od popularnih alata za kreiranje generativnih umjetnina je Processing, koji je jednostavan programski jezik za kreiranje vizualnih uradaka s naglaskom na animacijama.

U prvom dijelu diplomskog rada izložiti će se osnove Javascript inačice p5.js jezika Processing (originalni Processing baziran je na Javi).

Drugi dio diplomskog rada biti će posvećen implementaciji pojedinih staničnih automata koji bi pak služili kao podloga za generiranje geometrijskih likova.

Literatura:

M. Pearson, *Generative art, A practical guide using Processing*, Manning Publications, 2011.

L. McCarthy, C. Reas, B. Fry, *Getting Started with p5.js, Making Interactive Graphics in JavaScript and Processing*, Makermedia, 2015.

D. Runberg, *The SparkFun Guide to Processing, Create Interactive Art with Code*, No Starch Press, 2015.

A. Ilachinski, *Cellular Automata, A Discrete Universe*, World Scientific, 2001.

K.-P. Haderer, J. Müller, *Cellular Automata: Analysis and Applications*, Springer, 2017.

A. Adamatzky G.J. Martinez (ured.), *Designing Beauty - The Art of Cellular Automata*, Springer, 2016.

<https://p5js.org/>

Mentor: Goranka Nogo

Suvoditelj: Zrinjka Stančić

Metode i postupci individualizacije u nastavi matematike u osnovnoj školi

Student: Roberta Ujčić

Područje: Metodika nastave matematike

Prikladno za studij: Matematika; smjer: nastavnički, Matematika i informatika; smjer: nastavnički

Opis: Od studentice se očekuje da opiše rad s učenikom koji nastavu pohađa po redovitom programu, uz individualizaciju postupaka. U trenutku prijave teme učenik pohađa šesti razred osnovne škole. Studentica treba odabrati primjerene metode poučavanja matematike i argumentirati odabir. Nadalje, treba opisati sadržaj edukacije (područja/teme, prilagodbu zadataka) te navesti načine i primjere provjere učenikovih postignuća.

Literatura:

Z.K.Begović, R.K.Šuper, Lj.J.Matić, Mathematics education as a science and a profession, Element, Osijek, 2017

Lj.Igrić i suradnici, Osnove edukacijskog uključivanja, Školska knjiga, Zagreb, 2015

M.Kavkler, M.K.Babuder, Težave pri učenju matematike-strategije za izboljšanje razumevanja in učnih dosežkov učencev, 1000 izvodov, Ljubljana, 2015

Z.Stančić, S.S.Galešev, Metodičko didaktički aspekti poučavanja matematike u radu s učenicima s posebnim obrazovnim potrebama, (2005), Metodička Petica, Metodički priručnik za učitelje uz udžbenik matematike za 5. razred, SysPrint, 60-80.

Katalog obveznih udžbenika i pripadajućih dopunskih nastavnih sredstava za osnovnu školu, (2017), <https://mzo.hr/hr/katalog-obveznih-udzbenika-pripadajucih-dopunskih-nastavnih-sredstava-za-osnovnu-skolu-gimnazije>

Nacionalni okvirni kurikulum, (2011), <http://public.mzos.hr/Default.aspx?sec=2685>

Nastavni plan i program za osnovnu školu, (2006), <http://public.mzos.hr/Default.aspx?sec=2199>

Mentor: Goranka Nogo

Programiranje fizičkih objekata

Student: Eni Katanić

Područje: Metodika nastave informatike

Prikladno za studij: Matematika i informatika; smjer: nastavnički

Opis: Razumijevanje koncepta programiranja bi, uz znanje korištenja računalom, trebalo biti dio opće pismenosti i za osobe koje se kasnije ne namjeravaju profesionalno time baviti budući da gotovo svi predmeti s kojima se susrećemo u svakodnevnom životu u sebi imaju ugrađen neki elektronički sklop koji izvodi određene programe. U ovom radu studentica će pokazati mogućnosti osuvremenjivanja nastave programiranja korištenjem suvremenih i dostupnih izlaznih i ulaznih jedinica čime se omogućuje temeljno razumijevanje načina na koji rade svi uređaji koji imaju neki oblik programiranog djelovanja. Bit će navedeni primjeri aktivnosti korištenja suvremenih izlaznih i ulaznih jedinica koje se mogu provoditi u nastavi informatike i drugih predmeta, prilikom učenja programiranja. Također, bit će dan i osvrt i na potencijalne probleme vezane uz programiranje fizičkih objekata.

Literatura:

J.C.Olabe, Programming and Robotics with Scratch in Primary Education, (2011), <http://www.formatex.info/ict/book/356-363.pdf>

J.Patterson, House of Robots: Robot Revolution, Hachette Book Group, 2017

<https://codewith.mu/>

<http://izradi.croatianmakers.hr/project/uvodno-o-mbotu/>

<http://microbit.org/>

Mentor: Goranka Nogo

Meta-heuristički algoritmi za problem odabira tima

Student: Branimir Jungić

Područje: Oblikovanje i analiza algoritama

Prikladno za studij: Računarstvo i matematika

Opis: U radu će biti promatran problem odabira tima (Team Formation Problem). Neka je zadan skup osoba koje posjeduju neke vještine te težinski graf (društvena mreža) u kojemu težine bridova određuju koliko efikasno dvije osobe mogu surađivati. Treba pronaći podskup zadanog skupa takav da vještine osoba iz podskupa omogućavaju što efikasnije obavljanje nekog zadatka. Riječ je o važnom problemu koji ima primjenu u mnogim realnim situacijama. Problem odabira tima je NP-težak. Od studenta se očekuje da prouči različite meta-heurističke paradigme primjerene za navedeni problem te da dizajnira, analizira i implementira neke algoritme za njegovo rješavanje.

Literatura:

T.Lappas, K.Liu, E.Terzi, Finding a Team of Experts in Social Networks, (2009), <http://users.ics.aalto.fi/gionis/online-team-formation.pdf>

C.T.Li, M.K.Shan, S.D.Lin, On team formation with expertise query in collaborative social networks, (2015), <http://link.springer.com/article/10.1007%2Fs10115-013-0695-x>

H.Wia, S.Oha, J.Muna, M.Jungb, A team formation model based on knowledge and collaboration, (2009), <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S095741740800907X>

Mentor: Goranka Nogo

Matematičke osnove rada računala u nastavi informatike u osnovnoj školi

Student: Ivona Miškić

Područje: Metodika nastave informatike

Prikladno za studij: Matematika i informatika; smjer: nastavnički

Opis: Brojevni sustavi, prikaz brojeva u računalu, logički operatori, ... su samo neke od tema objedinjenih pod zajedničkim nazivom Matematičke osnove rada računala. Navedene teme u udžbenicima su često obrađene neprimjereno (inzistiranje na formalnim definicijama i procedurama, a ne na razumijevanju koncepta). No, obrade nekih tema sadrže i činjenične pogreške. Od studentice se očekuje da kritički vrednuje sadržaje u udžbenicima za osnovnu školu, izdvoji neprimjerene/pogrešne te predloži odgovarajući način obrade kroz učeničke aktivnosti.

Literatura:

CSTA K-12 Computer Science Standards, (2017), http://c.ymcdn.com/sites/www.csteachers.org/resource/resmgr/Docs/Standards/CSTA_K-12_CSS.pdf

T.Bell, I.H.Witten, M.Fellows, CS Unplugged, (2015), http://csunplugged.org/wp-content/uploads/2015/03/CSUnplugged_OS_2015_v3.1.pdf

Katalog obveznih udžbenika i pripadajućih dopunskih nastavnih sredstava za osnovnu školu, (2017), <https://mzo.hr/hr/katalog-obveznih-udzbenika-pripadajucih-dopunskih-nastavnih-sredstava-za-osnovnu-skolu-gimnazije>

Mentor: Katarina Ott

Suvoditelj: Damir Bakić

Odrednice proračunske transparentnosti hrvatskih gradova

Student: Iva Artuković

Područje: ekonomika javnog sektora

Prikladno za studij: Financijska i poslovna matematika

Preduvjeti: nema

Opis: Cilj je rada utvrditi varijable koje bi mogle biti povezane s proračunskom transparentnošću 127 hrvatskih gradova. Razina proračunske transparentnosti (OLBI) izračunata je u Ott at al. (2018, 2017, 2016, 2015), a varijable koje bi s njom mogle biti povezane pokušat će se utvrditi na temelju dostupnih ekonomskih, socijalno-kulturoloških, antropoloških ili političkih podataka. Studentica će se upoznati s područjem proračunske transparentnosti i literaturom i bazama potrebnim za utvrđivanje povezanih varijabli, te ekonometrijskim metodama pokušati utvrditi povezanost odabranih varijabli s proračunskom transparentnošću hrvatskih gradova.

Literatura:

<http://www.ijf.hr/hr/istrazivanja/hrzz-projekti/1053/olbi/1064/literatura/1150/>

<http://www.ijf.hr/hr/istrazivanja/hrzz-projekti/1053/olbi/1064/radovi/1143/>

Mentor: Katarina Ott

Suvoditelj: Damir Bakić

Odrednice proračunske transparentnosti hrvatskih općina

Student: Marko Jokić

Područje: ekonomika javnog sektora

Prikladno za studij: Financijska i poslovna matematika

Preduvjeti: nema

Opis: Cilj je rada utvrditi varijable koje bi mogle biti povezane s proračunskom transparentnošću 428 hrvatskih općina. Razina proračunske transparentnosti (OLBI) izračunata je u Ott et al. (2018, 2017, 2016, 2015), a varijable koje bi s njom mogle biti povezane pokušat će se utvrditi na temelju dostupnih ekonomskih, socijalno-kulturoloških, antropoloških ili političkih podataka. Student će se upoznati s područjem proračunske transparentnosti i literaturom i bazama potrebnim za utvrđivanje povezanih varijabli, te ekonometrijskim metodama pokušati utvrditi povezanost odabranih varijabli s proračunskom transparentnošću hrvatskih općina.

Literatura:

<http://www.ijf.hr/hr/istrazivanja/hrzz-projekti/1053/olbi/1064/literatura/1150/>

<http://www.ijf.hr/hr/istrazivanja/hrzz-projekti/1053/olbi/1064/radovi/1143/>

Mentor: Katarina Ott

Suvoditelj: Damir Bakić

Odrednice proračunske transparentnosti hrvatskih lokalnih jedinica

Student: Bruno Kolesar

Područje: ekonomika javnog sektora

Prikladno za studij: Financijska i poslovna matematika

Preduvjeti: nema

Opis: Cilj je rada utvrditi varijable koje bi mogle biti povezane s proračunskom transparentnošću 555 hrvatskih lokalnih jedinica (127 gradova i 428 općina). Razina proračunske transparentnosti (OLBI) izračunata je u Ott et al. (2018, 2017, 2016, 2015), a varijable koje bi s njom mogle biti povezane pokušat će se utvrditi na temelju dostupnih ekonomskih, socijalno-kulturoloških, antropoloških ili političkih podataka. Student će se upoznati s područjem proračunske transparentnosti i literaturom i bazama potrebnim za utvrđivanje povezanih varijabli, te ekonometrijskim metodama pokušati utvrditi povezanost odabranih varijabli s proračunskom transparentnošću hrvatskih lokalnih jedinica.

Literatura:

<http://www.ijf.hr/hr/istrazivanja/hrzz-projekti/1053/olbi/1064/literatura/1150/>

<http://www.ijf.hr/hr/istrazivanja/hrzz-projekti/1053/olbi/1064/radovi/1143/>

Mentor: Dalibor Paar

Terenska nastava fizike: posjet znanstvenom laboratoriju

Student: Snježana Bračun

Područje: matematika, fizika

Prikladno za studij: Matematika i fizika; smjer nastavnički

Preduvjeti: nema

Opis: Terenska nastava kao česti oblik nastave u razvijenim školskim sustavima u Hrvatskoj je još uvijek vrlo rijetko u izvedbi. U okviru ovog rada predstaviti će se mogućnosti izvedbe terenske nastave kao posjeta znanstvenom laboratoriju. Istaknut će se uloga ovog oblika nastave u stjecanju trajnih znanja.

Literatura:

Cutnell & Johnson: Physics, 8th edition, J. Willey & Sons 2009.

Mentor: Dalibor Paar

Demonstracijski pokusi u nastavi fizike: kvantna fizika u osnovnoj školi

Student: Petra Maruna

Područje: matematika, fizika

Prikladno za studij: Matematika i fizika; smjer nastavnički

Preduvjeti: nema

Opis: Suvremeni obrazovni sustavi težište sa same teme poučavanja stavljaju na metode i vještine. To diskusije kada će neka tema biti prezentirana učeniku stavlja u drugi plan. Na primjeru vrlo složene teme prikazat ćemo kako je moguće djeci u osnovnoj školi predstaviti koncepte kvantne fizike te će se istaknuti zašto je to važno. Posebno će se osvrnuti na to što takva tema zahtijeva od nastavnika, a koji su direktni učnici izlaganja učenika toj temi.

Literatura:

Cutnell & Johnson: Physics, 8th edition, J. Willey & Sons 2009.

Mentor: Dalibor Paar

Demonstracijski pokusi u nastavi fizike: analogija električnih i vodenih krugova

Student: Katarina Maruna

Područje: matematika, fizika

Prikladno za studij: Matematika i fizika; smjer nastavnički

Preduvjeti: nema

Opis: Veliki problem hrvatskog obrazovnog sustava je što učenici u području prirodoslovlja ne stječu trajna i primjenjiva znanja. Jedan od razloga je i taj što se pojedine teme ne obrađuju dovoljno duboko i ne prezentiraju učenicima na način kako bi ih lakše mogli shvatiti. Jedna od tema koja je učenicima vrlo apstraktna je pojam električne struje, odnosno strujni krugovi. U radu ćemo prikazati zašto je bitno koristiti analogije u fizici i kako to može pomoći boljem razumijevanju ove teme.

Literatura:

Cutnell & Johnson: Physics, 8th edition, J. Willey & Sons 2009.

Mentor: Igor Pažanin

Matematički modeliranje demografskih procesa

Student: Eva Karačić

Područje: Matematičko modeliranje

Opis: Ovaj rad zamišljen je kao pregled matematičkih modela koji opisuju neke demografske procese. Posebna pažnja posvetila bi se izvodu tih modela te analizi rezultirajućih sustava običnih diferencijalnih jednadžbi.

Literatura:

I. Tzortis, *Mathematical models for demography and its applications to Cyprus population*, Thesis, School of Engineering, 2009.

A. Rapoport, *Mathematical models in the social and behavioral sciences*, John Wiley & Sons, 1983.

J.R.Brannan, W.E.Boyce, *Differential Equations: An Introduction to Modern Methods & Applications*, J. Wiley & Sons, 2007.

Mentor: Igor Pažanin

Matematičko modeliranje nekih društvenih fenomena

Student: Maja Bukovec

Područje: Matematičko modeliranje

Opis: Diferencijalnim jednažbama se najjednostavnije izražavaju i modeliraju mnogi prirodni zakoni te razni procesi u različitim područjima znanosti i tehnike. Ovaj rad zamišljen je kao pregled matematičkih modela koji opisuju neke društvene fenomene. Posebna pažnja posvetila bi se izvodu i analizi modela značajnih u ekonomskim znanostima te kriminologiji.

Literatura:

I. Borsi, M. Primicerio, *Mathematical models for social and economic dynamics and for tax evasion: a summary of recent results*, Vietnam Journal of Mathematical Applications 12 (2014) 25–48.

J.R.Brannan, W.E.Boyce, *Differential Equations: An Introduction to Modern Methods & Applications*, J. Wiley & Sons, 2007.

Mentor: Igor Pažanin

Matematičko modeliranje bioloških sustava

Student: Nina Pospišil

Područje: Matematičko modeliranje

Opis: Ovaj rad zamišljen je kao pregled matematičkih modela koji opisuju ponašanje određenih bioloških sustava. Posebna pažnja posvetila bi se izvodu i analizi modela značajnih u epidemiologiji, staničnoj dinamici te populacijskoj genetici.

Literatura:

G. Bastin, *Lectures on mathematical modelling of biological systems*, Lecture Notes, Université catholique de Louvain, 2012.

J.R.Brannan, W.E.Boyce, *Differential Equations: An Introduction to Modern Methods & Applications*, J. Wiley & Sons, 2007.

Mentor: Tomislav Pejković

Poligonalni brojevi

Student: Marija Jurčević

Područje: teorija brojeva

Prikladno za studij: svi studiji

Preduvjeti: nema

Opis: Obradit će se takozvani poligonalni brojevi i njihova poopćenja. Poseban naglasak će biti na određivanju koji brojevi su poligonalni na više načina.

Literatura:

E. Deza, M.M. Deza, *Figurate numbers*, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., Hackensack, NJ, 2012.

R. B. Nelsen, *Multi-polygonal numbers*, Math. Mag. 89 (2016), no. 3, 159–164.

Triangular-square-pentagonal numbers, Problem E 2618, Amer. Math. Monthly 85 (1978) 51–52.

Mentor: Tomislav Pejković

Lucasov teorem

Student: Mihaela Laljek

Područje: teorija brojeva

Prikladno za studij: svi studiji

Preduvjeti: nema

Opis: U radu će biti obradjen Lucasov teorem, neka njegova poopćenja i s njime povezani rezultati.

Literatura:

D.F. Bailey, *Two p^3 variations of Lucas' theorem*, J. Number Theory 35 (1990), no. 2, 208–215.

N.J. Fine, *Binomial coefficients modulo a prime*, Amer. Math. Monthly 54, (1947). 589–592.

M. Hausner, *Applications of a simple counting technique*, Amer. Math. Monthly 90 (1983), no. 2, 127–129.

R. Meštrović, *Lucas' theorem: its generalizations, extensions and applications*, 51 pp, preprint

D. Singmaster, *Notes on binomial coefficients. I. A generalization of Lucas' congruence*. J. London Math. Soc. (2) 8 (1974), 545–548.

Mentor: Tomislav Pejković

Krivulje konstantne širine

Student: Mateja Miklenić

Područje: elementarna geometrija

Prikladno za studij: svi studiji

Preduvjeti: nema

Opis: U radu će biti dokazani osnovni rezultati vezani uz krivulje konstantne širine te će biti izložen analogni problem u prostoru.

Literatura:

I.M. Jaglom, V.G. Boltjanskii, *Convex figures*, Holt, Rinehart and Winston, New York 1960

H. Rademacher, O. Toeplitz, *The enjoyment of mathematics*, Princeton University Press, Princeton, N. J., 1957.

B. Kawohl, C. Weber, *Meissner's mysterious bodies*, Math. Intelligencer 33 (2011), no. 3, 94–101.

Mentor: Tomislav Pejković

Cevin i Menelajev teorem te generalizacije

Student: Tea Amižić

Područje: elementarna geometrija

Prikladno za studij: svi studiji

Preduvjeti: nema

Opis: U radu će Cevin i Menelajev teorem biti dokazani na nestandardne načine te će biti predstavljene neke generalizacije ovih teorema.

Literatura:

M.S. Klamkin, S.H. Kung, *Ceva's and Menelaus' Theorems and Their Converses via Centroids*, Math. Mag. 69 (1996), no. 1, 49–51.

J.R. Silvester, $Ceva = (Menelaus)^2$, The Mathematical Gazette 84 (2000), pp. 268–271.

L. Hoehn, *A Menelaus-Type Theorem for the Pentagram* Math. Mag. 66 (1993), no. 2, 121–123.

M.S. Klamkin, A. Liu, *Simultaneous generalizations of the theorems of Ceva and Menelaus*, Math. Mag. 65 (1992), no. 1, 48–52.

B. Grünbaum, G.C. Shephard, *Ceva, Menelaus, and the area principle*, Math. Mag. 68 (1995), no. 4, 254–268.

Mentor: Dora Pokaz

Suvoditelj: Sanja Varošaneć

Problematika ekvipotentnosti skupova u školskoj matematici

Student: Marija Marijić

Područje: metodika nastave matematike

Prikladno za studij: nastavnički studiji

Preduvjeti: nema

Opis: Nakon pregleda osnovnih pojmova, relacija i metoda teorije skupova, unutar ovog diplomskog rada pokazat će se kako se uvodi pojam ekvipotentnosti skupova u srednjoškolskom obrazovanju. Također će se pokazati kako se dokazuje prebrojivost racionalnih brojeva dijagonalnim postupkom, slikovitim prikazom bijekcije bližem učeniku, a kako pomoću Calkin-Wilfovog i Stern-Brocotovog stabla. Razmotrit će se i drugi primjeri ekvipotentnih i neekvipotentnih skupova.

Literatura:

B. Dakić, *O prebrojivosti i neprebrojivosti*, Matematički panoptikum, Školska knjiga, Zagreb, 1995.

F. M. Brückler, V. Čačić, M. Doko, M. Vuković, *Zbirka zadataka iz teorije skupova*, web-izdanje, PMF-MO, Zagreb, 2008.

<http://web.math.pmf.unizg.hr/nastava/ts/materijali.php>

J. Kramer, A.M. von Pippich, *Snapshots of Modern Mathematics from Oberwolfach: Special Values of Zeta Functions and Areas of Triangles*, Notices Amer. Math. Soc., 63(8), (2016), 917-922.

M. Vuković, *Teorija skupova*, predavanja, web-izdanje, PMF-MO, Zagreb, 2015.

<http://web.math.pmf.unizg.hr/nastava/ts/materijali.php>

Udžbenici i zbirke za srednje škole

Mentor: Dora Pokaz

Suvoditelj: Sanja Varošaneć

Prikazi prodora obliha ploha uz pomoć računalne grafike

Student: Dajana Kovačić

Područje: geometrija

Prikladno za studij: nastavnički studiji

Preduvjeti: Nacrtna geometrija

Opis: Pomoću programa za 3D modeliranje Rhino dat će se pregled prostornih krivulja koje nastaju prodorom sfera, te valjkastih i stožastih ploha. Prikazi će se promatrati u tlocrtu, nacrtu, bokocrtu i ortogonalnoj aksonometriji. Naravno, pokazat će se i klasična metoda presječnih ravnina. Primjenu prodora nalazimo od banalnih primjera poput spajanja cijevi sve do prekrasnih arhitektonskih rješenja natkrivanja objekata. Budući da je svodna ploha obično cilindrična ili sferična, pokazat će se nastajanje križnog svoda karakterističnog za razdoblje gotike, samostanskog svoda te bizantske, barokne i viseće kupole.

Literatura:

I. Babić, S. Gorjanc, A. Sliepčević, V. Szilovicza: *Konstruktivna geometrija - vježbe*, HDKGIKG, Zagreb, 2002

I. Babić, S. Gorjanc, A. Sliepčević, V. Szilovicza: *Nacrtna geometrija - zadaci*, HDGG, Zagreb, 2007

S. Gorjanc, *Deskriptivna geometrija*, nastavni materijali, <http://grad.hr/sgorjanc/Links/deskriptiva/plan.html>

V. Niče, *Deskriptivna geometrija*, Školska knjiga, Zagreb, 1997

I. Petrunić, N. Sudeta, *Svodovi kao dijelovi kugline plohe u ortogonalnoj aksonometriji*, KoG 7(7), (2004), 29-34.

Mentor: Nikola Poljak

Kelvinova kapaljka

Student: Martina Horvat

Područje: Elektrodinamika

Prikladno za studij: Matematika i fizika

Preduvjeti: Osnove fizike 2

Opis: Kelvinova kapaljka je vrsta elektrostatskog generatora koji radi na principu razdvajanja naboja elektrostatskom indukcijom. Svrha kapaljke je demonstracija principa elektrostatičke tijekom studija, a njena izrada služila bi kasnije kao demonstracijski postav za opće fizike i osnove fizike. Kapaljku je moguće izraditi od jeftinih, učestalih materijala, što će se i učiniti u prvoj verziji njene izvedbe. Nakon što se time demonstrira princip rada kapaljke, izradit će se prijenosna, stabilna verzija koja će se služiti kao demonstracijski postav. Konačno, pomoću postava će se izvršiti fizikalno mjerenje dielektrične snage čestih materijala kao što je staklo.

Literatura:

1. Young, Freedman, Sears, Zemansky: University Physics, Pearson Education, 2015.
2. David J. Griffiths, Introduction to electrodynamics, Pearson Education, 2012.
3. Edward M. Purcell, Electricity and magnetism, McGraw - Hill, 1984.

Mentor: Nikola Poljak

Električni oscilatori

Student: Dennis Ramulić

Područje: Elektrodinamika

Prikladno za studij: Matematika i fizika

Preduvjeti: Osnove fizike 2, Elektrodinamika

Opis: Električni titrajni krug u srednjim se školama obično spominje, a ponekad i obrađuje, u okviru LC-krugova. Iako taj krug jest titrajni, iznimno je nepraktičan za stalnu uporabu. Titrajni krugovi bazirani na PN spojevima jednostavni su za uporabu, no najčešće se izostavljaju iz fizikalnih kurikuluma. Takvi krugovi zahtijevaju spajanje većeg broja komponenti u krug, što predstavlja porast kompleksnosti u odnosu na jednostavan LC krug, no time povećavaju i razumijevanje korisnika jer svaka komponenta ima svoju jasnu i specifičnu funkciju. Diplomski rad sastojao bi se u izradi demonstracijskog postava koji je ujedno zamišljen i kao interaktivni edukacijski model. Korisnik postava najprije bi naučio princip rada oscilatornih krugova, a zatim bi umetanjem elektroničkih komponenti na pravilna mjesta na demonstracijskoj ploči krugove i ostvario. Postav bi se u konačnici predstavio na Sveučilišnoj nastavi osnova fizika i općih fizika.

Literatura:

1. Young, Freedman, Sears, Zemansky: University Physics, Pearson Education, 2015.
2. David J. Griffiths, Introduction to electrodynamics, Pearson Education, 2012.
3. Edward M. Purcell, Electricity and magnetism, McGraw - Hill, 1984.

Mentor: Rajna Rajić

Primjene Hamilton–Cayleyevog teorema na kvadratne matrice reda 2

Student: Matea Perković

Područje: linearna algebra

Prikladno za studij: svi studiji

Preduvjeti: nema

Opis: Prema Hamilton–Cayleyevom teoremu svaka kvadratna matrica poništava svoj karakteristični polinom. Za matrice reda 2 ovaj teorem glasi

$$A^2 - \operatorname{tr}(A)A + \det(A)I = 0, \quad A \in \mathbb{M}_2(\mathbb{C}).$$

U diplomskom radu dale bi se razne generalizirane verzije Hamilton–Cayleyevog teorema za kvadratne matrice reda 2 te zatim opisale neke primjene. Prikazali bi se rezultati o računanju potencija matrice $A \in \mathbb{M}_2(\mathbb{C})$ u terminima njezinih članova i svojstvenih vrijednosti. Opisala bi se uloga Hamilton–Cayleyevog teorema u metodama za određivanje općih članova dvaju nizova definiranih pomoću sustava linearnih rekurzivnih relacija, u rješavanju binomne matrične jednadžbe $X^n = A$ gdje je $A \in \mathbb{M}_2(\mathbb{C})$, $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$, te u rješavanju Pellovih diofantskih jednadžbi.

Literatura:

V. Pop, O. Furdui, *Square Matrices of Order 2*, Springer International Publishing AG, 2017.

T. Andreescu, *Essential Linear Algebra with Applications*, Springer, New York, 2014.

Mentor: Rajna Rajić

Teoremi o srednjoj vrijednosti za simetrično derivabilne funkcije

Student: Krešimir Bujan

Područje: matematička analiza

Prikladno za studij: svi studiji

Preduvjeti: nema

Opis: Funkcija $f : \langle a, b \rangle \rightarrow \mathbb{R}$ je simetrično derivabilna u točki $c \in \langle a, b \rangle$ ako postoji

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(c+h) - f(c-h)}{2h}.$$

Svaka derivabilna funkcija je ujedno i simetrično derivabilna, no obrat općenito ne vrijedi. Simetrično derivabilne funkcije općenito ne posjeduju neka dobra svojstva derivabilnih funkcija, poput neprekidnosti ili "glatkoće" grafa funkcije. U diplomskom radu prikazale bi se razne varijante nekih teorema o srednjoj vrijednosti (Rolle, Lagrange, Cauchy, Flett i dr.) za simetrično derivabilne funkcije. Također bi se razmotrili uvjeti uz koje simetrično derivabilna funkcija postaje derivabilna u klasičnom smislu.

Literatura:

P. K. Sahoo, T. Riedel, *Mean Value Theorems and Functional Equations*, World Scientific, New Jersey, 1998.

P. K. Sahoo, *Quasi-mean value theorems for symmetrically differentiable functions*, Tam-sui Oxf. J. Math. Sci. 27 (3) (2011), 279–301.

Mentor: Rajna Rajić

Položaj realnih nultočaka polinoma

Student: Lucija Vinceljak

Područje: matematička analiza

Prikladno za studij: svi studiji

Preduvjeti: nema

Opis: Nultočke polinoma stupnja $n \geq 5$ općenito ne možemo egzaktno izračunati. Stoga se pri nalaženju nultočaka koriste numeričke metode kojima aproksimiramo rješenja. Osnovna pretpostavka za primjenu numeričkih metoda jest da je nultočka koju tražimo izolirana. U diplomskom radu razmatrao bi se problem nalaženja realnih nultočaka polinoma s realnim koeficijentima. Prikazali bi se neki osnovni rezultati o određivanju položaja realnih nultočaka polinoma. Dokazali bi se osnovni teoremi (Descartesovo pravilo o predznacima, Budan–Fourierov teorem, Sturmov teorem) koji govore o tome koliko se (najviše) realnih nultočaka polinoma nalazi u zadanom intervalu. Rezultati bi se potkrijepili brojnim primjerima.

Literatura:

K. T. Leung, I. A. C. Mok, S. N. Suen, *Polynomials and Equations*, Hong Kong University Press, 1992.

E. J. Barbeau, *Polynomials*, Springer–Verlag, New York, 1989.

Mentor: Nikola Sandrić

Stohastička stabilnost Markovljevih lanaca s diskretnim skupom stanja

Student: Kristina Negovec

Područje: Vjerojatnost, Slučajni procesi

Prikladno za studij: Svi studiji

Preduvjeti: Markovljevi lanci, Slučajni procesi

Opis: U prvom dijelu rada će se uvesti i analizirati različiti stupnjevi stohastičke stabilnosti Markovljevih lanaca s diskretnim skupom stanja: prolaznost, povratnost, nulpovratnost i pozitivna povratnost. U drugom dijelu rada naglasak će biti na Foster-Lyapunovljevoj metodi kao moćnom alatu u analizi stohastičke stabilnosti. Također, analizirati i simulirati će se stohastička stabilnost nekoliko klasičnih primjera Markovljevih lanaca.

Literatura:

S. Meyn, R. L. Tweedie. *Markov chains and stochastic stability*. Cambridge University Press, Cambridge, 2009.

D. Revuz. *Markov chains*. North-Holland Publishing Co., Amsterdam, 1984.

Mentor: Nikola Sandrić

Prolaznost i povratnost slučajnih šetnji na grafovima

Student: Hrvoje Grill

Područje: Vjerojatnost, Slučajni procesi

Prikladno za studij: Svi studiji

Preduvjeti: Markovljevi lanci, Slučajni procesi

Opis: U ovom radu će se uvesti pojam i neka strukturalna svojstva slučajnih šetnji na grafovima. Potom diskutirati će se njihovo svojstvo prolaznosti i povratnosti, koristeći metodu “energije”.

Literatura:

R. Lyons, Y. Peres. *Probability on trees and networks*. Cambridge University Press, New York, 2016.

T. Lyons. *A simple criterion for transience of a reversible Markov chain*. Ann. Probab. 11 (1983), no. 2, 393–402.

Mentor: Nikola Sandrić

Presjek funkcija propasti procesa rizika

Student: Ana Findak

Područje: Vjerojatnost, Slučajni procesi

Prikladno za studij: Svi studiji

Preduvjeti: Markovljevi lanci, Slučajni procesi

Opis: U prvom dijelu rada će se uvesti pojam i diskutirati osnovna svojstva Lévyevih procesa, dok u drugom dijelu radu će se diskutirati presjeci funkcija propasti procesa rizika.

Literatura:

A. E. Kyprianou. *Introductory Lectures on Fluctuations of Lévy Processes with Applications*. Springer, Berlin, 2006.

T. Rolski, H. Schmidli, V. Schmidt, J. Teugels. *Stochastic Processes for Insurance and Finance*. J. Wiley & Sons, New York, 1999.

T. Slijepčević-Manger. *Intersections of two ruin probability functions*. Math. Commun. 16 (2011), no. 1, 49–65.

Mentor: Sanja Singer

Paralelno računanje hiperboličke QR faktorizacije **Parallel computation of the hyperbolic QR factorization**

Student: Gayatri Čaklović

Područje: numerička linearna algebra, paralelno znanstveno računanje

Prikladno za studij: svi studiji

Opis: Jedna od najkorisnijih faktorizacija u matrice $G \in \mathbb{C}^{m \times n}$, $m \geq n$ u praksi je QR faktorizacija.

U nekim problemima poželjno je računati neku drugu, neeuclidsku strukturu, opisanu zadanom dijagonalnom matricom predznaka J , koja generira odgovarajući hiperbolički skalarni produkt. Obična QR faktorizacija matrice G uobičajeno se računa tako da se matrica G slijeva množi nizom elementarnih unitarnih matrica, konstruiranih tako da se ponište odgovarajući elementi ili dijelovi stupaca radne matrice, sve dok se ne dobije zadata forma matrice R . Za taj posao koriste se dva tipa elementarnih unitarnih matrica – Givensove rotacije i Householderovi reflektori. Nije teško pokazati da u hiperboličkom slučaju takve jednostavne transformacije nisu dovoljne da bi se dobila opća forma faktorizacije. Da bi se izračunala opća forma faktorizacije, osim pivotiranja stupaca, potrebno je koristiti i blok transformacije (koje poništavaju veće blokove radne matrice).

Hiperbolička QR faktorizacija koristi se, na primjer, kao dio algoritma za računanje generaliziranog svojstvenog problema kad su matrice hermitske i dane u faktoriziranoj formi.

Cilj ovog diplomskog rada je pokazati kako treba efikasno paralelno izračunati hiperboličku QR faktorizaciju.

Literatura:

- S. Singer, *Indefinite QR factorization*, BIT, 46 (2006), str. 141–161.
- S. Singer, S. Singer, *Orthosymmetric block reflectors*, Linear Algebra Appl., 429 (2008), str. 1354–1385.
- C. H. Bischof, C. F. Van Loan, *The WY representation for products of Householder matrices*, SIAM J. Sci. Statist. Comput., 8 (1987), str. s2–s13.
- R. S. Schreiber, C. F. Van Loan, *A Storage-efficient WY representation for products of Householder transformations*, SIAM J. Sci. Statist. Comput., 10 (1989), str. 53–57.
- C. Puglisi, *Modification of the Householder method based on the compact WY representation*, SIAM J. Sci. Statist. Comput., 13 (1992), str. 723–726.
- M. Anderson, G. Ballard, J. Demmel, K. Keutzer, *Communication-Avoiding QR Decomposition for GPUs*, u Proceedings of the 2011 IEEE International Parallel & Distributed Processing Symposium, IEEE Computer Society Washington, 2011., str. 48–58.
- J. W. Demmel, L. Grigori, M. Gu, H. Xiang, *Communication avoiding rank revealing QR factorization with column pivoting*, SIAM J. Matrix Anal., Appl., 36 (2015), str. 55–89.
- A. Tomás, Z. Bai, V. Hernández, *Parallelization of the QR Decomposition with Column Pivoting Using Column Cyclic Distribution on Multicore and GPU Processors*, u M. Daydé, O. Marques, K. Nakajima (ur.): VECPAR 2012, LNCS 7851, Springer–Verlag Berlin Heidelberg 2013., str. 50–58.
- Z. Drmač, Z. Bujanović, *On the Failure of Rank-Revealing QR Factorization Software – A Case Study*, ACM Trans. Math. Softw., 35 (2008) no. 2, Article 12, 28 str.

Mentor: Sanja Singer

Generalizirani inverzi

Student: Anamarija Zibar

Područje: Numerička matematika

Prikladno za studij: svi studiji

Opis: Generalizirani inverzi, kao što i samo ime govori, generalizacija su matričnih inverza u slučajevima kad su matrice pravokutne i/ili singularne. Najpoznatiji među njima je Moore–Penroseov generalizirani inverz, koji se najčešće računa korištenjem singularne dekompozicije, ali ima i drugih načina njegovog izračunavanja.

Cilj rada je opisati neka svojstva generaliziranih inverza i eventualno numerički usporediti nekoliko algoritama za njihovo računanje.

Rad ne mora biti ograničen samo na Moore–Penroseov inverz, nego se mogu opisati i neki “slabiji” inverzi (na primjer $\{1, 2\}$) i njihovo računanje.

Literatura:

P. Lancaster, M. Tismenetsky, *The Theory of Matrices with Applications (second edition)*, Academic Press, San Diego, 1985.

S. L. Campbell, C. D. Meyer, *Generalized Inverses of Linear Transformations*, SIAM, Philadelphia, 2009.

A. Ben–Israel, T. N. E. Greville, *Generalized Inverses: Theory and Applications (second edition)*, Springer–Verlag, New York 2004.

G. Zielke *Report on test matrices for generalized inverses*, Computing 36 (1986), 105–162.

Mentor: Sanja Singer

Ubrzanje QR faktorizacije s pivotiranjem

Student: Ivan Čeh

Područje: Numerička matematika; Paralelno znanstveno računanje

Prikladno za studij: svi studiji

Opis: QR faktorizacija je jedna od najpoznatijih faktorizacija numeričke linearne algebre. U mnogim slučajevima mora se provoditi s pivotiranjem stupaca, što znatno usporava njezino računanje, a posebno paralelizaciju.

Da bi se ubrzalo pivotiranje Bischof je predložio pivotiranje unutar lokalnih blokova, Demmel i suradnici su predložili QR faktorizaciju za otkrivanje ranga koja izbjegava komunikaciju, a najnoviji je trend randomizirana QR faktorizacija s pivotiranjem stupaca, ne bi li se izbjeglo skupo točno računanje normi dijelova preostalih stupaca.

Cilj rada je opisati neke od algoritama i pokušati ih realizirati i usporediti na paralelnom računalu.

Literatura:

C. H. Bischof, *A parallel QR factorization algorithm with controlled local pivoting*, SIAM J. Sci. Statist. Comput., 12 (1991), 36–57.

J. Demmel, L. Grigori, M. Hoemmen, and J. Langou, *Communication-optimal parallel and sequential QR and LU factorizations*, SIAM J. Sci. Comput., 34 (2012), A206–A239.

P. G. Martinsson, *Blocked Rank-Revealing QR Factorizations: How Randomized Sampling Can Be Used to Avoid Single-Vector Pivoting*, preprint, <https://arxiv.org/abs/1505.08115>, 2015.

J. A. Duersch, M. Gu, *Randomized QR with Column Pivoting*, SIAM J. Sci. Comput., 39 (2017), C263–C291.

N. Halko, P. G. Martinsson, J. A. Tropp, *Finding structure with randomness: Probabilistic algorithms for constructing approximate matrix decompositions*, SIAM Rev., 53 (2011), 217–288.

Mentor: Saša Singer

Konvolucijske neuronske mreže

Student: Kristina Džomba

Područje: Umjetna inteligencija, strojno učenje

Prikladno za studij: Računarstvo i matematika

Preduvjeti: Umjetna inteligencija

Opis: Konvolucijske neuronske mreže pripadaju klasi dubokih, unaprijednih (engl. feed-forward) neuronskih mreža. U novije vrijeme, ove mreže predstavljaju jednu od najefikasnijih metoda za klasifikaciju slika, te prepoznavanje i lociranje objekata na slici.

Za razliku od klasičnih neuronskih mreža, konvolucijske neuronske mreže koriste više tipova slojeva, tako da je svaki neuron predstavljen s tri dimenzije: širina, visina i dubina, tj. slojevi mreže su složeni u 3D-mrežu (pogodnu za obradu slika).

U ovom diplomskom radu bit će opisana arhitektura duboke konvolucijske neuronske mreže i pripadni proces učenja. Također, bit će opisana matematička interpretacija tog algoritma i uvid u njegovu složenost, prednosti u odnosu na klasične neuronske mreže, te opis najpoznatijih neuronskih mreža tog tipa. U praktičnom dijelu rada treba implementirati konvolucijsku neuronsku mrežu, pomoću neke postojeće biblioteke za rad s neuronskim mrežama (poput TensorFlow).

Literatura:

CS231n: Convolutional Neural Networks for Visual Recognition, Stanford University, Spring 2017, Course Notes, Module 2,

<http://cs231n.github.io/convolutional-networks/>

Convolutional neural network (i literatura na toj stranici)

https://en.wikipedia.org/wiki/Convolutional_neural_network

I. Goodfellow, Y. Bengio, A. Courville, *Deep Learning*, Online book (Amazon), MIT Press, Dec 2016.

<http://www.deeplearningbook.org/>

TensorFlow, biblioteka za implementaciju neuronskih mreža

<https://www.tensorflow.org/tutorials/>

Mentor: Saša Singer

Algoritmi optimizacije kolonijom mrava

Student: Iva Hršak

Područje: Oblikovanje i analiza algoritama, meta-heuristike

Prikladno za studij: Računarstvo i matematika

Preduvjeti: Nema

Opis: Algoritmi optimizacije kolonijom mrava (engl. ant colony optimization, skraćeno ACO) su populacijski orijentirane meta-heuristike koje se koriste za rješavanje teških optimizacijskih problema, ponajviše kombinatornih NP-teških problema.

Ovu vrstu algoritama prvi je predstavio Marco Dorigo u svojoj doktorskoj disertaciji. Prvi ACO algoritam korišten je za nalaženje optimalnog puta u grafu, a algoritam je oponašao ponašanje mrava u potrazi za hranom. Danas ACO algoritmi imaju svestranu primjenu, a najpoznatije su za rješavanje problema raspoređivanja, problema usmjeravanja vozila (engl. vehicle routing), detekciju rubova na slikama, itd.

Rad bi se sastojao od dva dijela. U prvom dijelu cilj je objasniti osnovne ideje ACO algoritama, proučiti varijacije, svojstva i primjenu u rješavanju nekih poznatih problema. Drugi dio rada je praktičnog tipa — treba implementirati i testirati algoritam za rješenje nekog problema, po izboru studenta.

Literatura:

M. Dorigo, T. Stützle, *Ant Colony Optimization*, The MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 2004.

M. Dorigo, C. Blum, *Ant colony optimization theory: A survey*, Theoretical Computer Science, Vol. 344, Issues 2–3, 2005., pp. 243–278.

M. Dorigo, *Ant colony optimization*, Scholarpedia, 2(3):1461, 2007.

http://www.scholarpedia.org/article/Ant_colony_optimization

Mentor: Saša Singer

Algoritmi generiranja slučajnih permutacija

Student: Tihana Kovče

Područje: Oblikovanje i analiza algoritama

Prikladno za studij: Računarstvo i matematika

Preduvjeti: Nema

Opis: Algoritmi generiranja slučajnih permutacija konačnog broja elemenata (tzv. “shuffling” algoritmi) čine zanimljivu skupinu algoritama široke praktične primjene (na primjer, za miješanje špila karata u kartaškim računalnim igrama).

U ovome će radu biti objašnjeno zašto određeni algoritmi u svakodnevnoj upotrebi, zapravo, ne spadaju u navedenu kategoriju, odnosno, zašto njima dobivene permutacije nisu sve jednako vjerojatne. Provest će se opis i analiza nekih od najpoznatijih shuffling algoritama — varijacije Fisher–Yates algoritma, Sattolo algoritam i sl.

Odabrani algoritmi bit će implementirani u odgovarajućem programskom okruženju radi provedbe praktičnih testova usporedbe brzine algoritama na konkretnim podacima. Konačno, navest će se neke od mogućih “ozbiljnijih” primjena opisane klase algoritama.

Literatura:

D. E. Knuth. *The Art of Computer Programming, Volume 2: Seminumerical Algorithms*, Third Edition, Addison-Wesley, 1997.

D. E. Knuth. *The Art of Computer Programming, Volume 3: Sorting and Searching*, Second Edition, Addison-Wesley, 1998.

R. A. Fisher, F. Yates, *Statistical tables for biological, agricultural and medical research*, Sixth Edition, Oliver & Boyd, Edinburgh, 1963.

R. Durstenfeld, R., *Algorithm 235: Random permutation*, Communications of the ACM, Vol. 7, Issue 7, July 1964, p. 420.

S. Sattolo, *An algorithm to generate a random cyclic permutation*, Information Processing Letters, Vol. 22, Issue 6, May 1986, pp. 315–317.

M. C. Wilson, *Overview of Sattolo’s Algorithm*, Algorithms Seminar 2002–2004, INRIA, 2005, pp. 105–108.

<http://algo.inria.fr/seminars/summary/Wilson2004b.pdf>

Mentor: Saša Singer

Razvoj računalnih igara u alatu Unity

Student: Mateja Majetić

Područje: Umjetna inteligencija

Prikladno za studij: Računarstvo i matematika

Preduvjeti: Umjetna inteligencija

Opis: Računalne igre nastale su zajedno s prvim računalima i, od prvog dana, imaju bitnu ulogu u razvoju raznih područja umjetne inteligencije. Analogno, gotovo svaki napredak u umjetnoj inteligenciji odmah se reflektira u računalnim igrama, tako da je umjetna inteligencija postala jedan od najzahtjevnijih i najzanimljivijih segmenata u razvoju računalnih igara.

Cilj rada je razviti jednu računalnu igru po izboru studenta, te opisati korištene algoritme umjetne inteligencije i razvojni alat Unity. Unity je pokretač igara (engl. game engine) kojeg je razvila tvrtka Unity Technologies, a namjenjen je razvoju videoigara i simulacija za različite platforme. Podržava 2D i 3D grafiku, “drag and drop” funkcionalnosti, te skriptiranje kroz programski jezik C#.

Literatura:

S. J. Russell, P. Norvig, *Artificial Intelligence: A Modern Approach*, Third ed., Prentice Hall (Pearson Education, Inc.), Upper Saddle River, New Jersey, 2010.

S. Blackman, *Beginning 3D Game Development with Unity 4: All-in-one, multiplatform game development*, Second ed., Apress, 2013.

Mentor: Saša Singer

Algoritmi za problem toka kroz mrežu

Student: Josipa Surić

Područje: Oblikovanje i analiza algoritama

Prikladno za studij: Računarstvo i matematika

Preduvjeti: Nema

Opis: Tok kroz mrežu jedan je od važnih optimizacijskih problema. Možemo ga prikazati pomoću usmjerenog grafa s nenegativnim težinama bridova. Bridove grafa smatramo “cijevima” koje prenose, primjerice, vodu, naftu, megabajte, novac i slično. Težina brida predstavlja kapacitet tog brida — koliku količinu neke tvari je moguće prenijeti kroz cijev. U grafu su posebno istaknuta dva čvora — izvor i ponor, a treba naći najveći ukupni protok od izvora do ponora. Prvi i najpoznatiji algoritam za rješenje ovog problema je Ford–Fulkersonov algoritam, a kasnije su nastale i neke modifikacije.

Cilj rada je opisati problem toka kroz mrežu, navesti neke primjene tog problema, te detaljno opisati Ford–Fulkersonov algoritam i analizirati njegovu složenost. U drugom dijelu rada opisale bi se neke varijacije tog algoritma, poput Edmonds–Karpovog algoritma, i analizirala njihova složenost.

Literatura:

D. M. Mount, *Design and Analysis of Computer Algorithms*, CMSC 451, Department of Computer Science, University of Maryland, Fall 2015.

J. Kleinberg, É. Tardos, *Algorithm Design*, Pearson Education, Inc., Boston, Massachusetts, 2006.

T. H. Cormen, C. E. Leiserson, R. L. Rivest, C. Stein, *Introduction to Algorithms*, Second Edition, The MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 2002.

Mentor: Saša Singer

FFT algoritam za prepoznavanje glazbe

Student: Mateja Šarić

Područje: Oblikovanje i analiza algoritama

Prikladno za studij: Računarstvo i matematika

Preduvjeti: Nema

Opis: Diskretna Fourierova transformacija (DFT) je posebna vrsta Fourierove transformacije koja se koristi u Fourierovoj analizi. Pomoću Fourierove transformacije moguće je transformirati funkciju (tzv. signal) iz vremenske domene u frekvencijsku domenu i obrnuto. Brza Fourierova transformacija (FFT) je učinkovita implementacija diskretne Fourierove transformacije, koja se naširoko koristi u digitalnoj obradi signala.

Audio Fingerprinting (u prijevodu: uzimanje otiska prsta audio signala) je postupak obrade zvučne datoteke na temelju njezinih glavnih percepcijskih svojstava, da bi se dobio jedinstveni uzorak. Koristi se za prepoznavanje pjesama, traženje svih mogućih verzija pjesme koju pjevaju i obrađuju različiti izvođači, prepoznavanje isječaka videozapisa određenog događaja i slične namjene. Jedan od najpoznatijih programa za prepoznavanje glazbe je Shazam, kojeg korisnici mogu koristiti na različitim multimedijским platformama.

Cilj diplomskog rada je prikazati primjenu FFT-a u algoritmu Audio Fingerprintinga, uz opis rada aplikacije Shazam. Ovdje se DFT koristi za prijelaz iz vremenske domene signala u frekvencijsku, a zatim se analiziraju dobivene frekvencije za formiranje traženog “prepoznatljivog” uzorka.

Literatura:

B. G. Osgood, *Lecture notes for EE261 – The Fourier Transform and its Applications*, EE261, Stanford University, Fall 2007.

<https://see.stanford.edu/materials/lsoftae261/book-fall-07.pdf>

A. V. Oppenheim, R. W. Schaffer, *Discrete-time signal processing*, 3rd Edition, Pearson Education, Boston, Massachusetts, 2010.

S. Froitzheim, *A Short Introduction to Audio Fingerprinting with a Focus on Shazam*, Report, RWTH–Aachen, 2017.

<http://hpac.rwth-aachen.de/teaching/sem-mus-17/Reports/Froitzheim.pdf>

A. L.–C. Wang, *An Industrial-Strength Audio Search Algorithm*, Zbornik konferencije: ISMIR 2003, 4th International Conference on Music Information Retrieval, Baltimore, Maryland, USA, October 27-30, 2003.

Mentor: Saša Singer

Primjena dubokog učenja u obradi zvuka

Student: Petra Vitez

Područje: Umjetna inteligencija, strojno učenje

Prikladno za studij: Računarstvo i matematika

Preduvjeti: Umjetna inteligencija

Opis: Duboko učenje je moderna grana strojnog učenja koja koristi modele tzv. dubokih neuronskih mreža — skup međusobno povezanih jednostavnih elemenata (“neurona”), po uzoru na ljudski mozak, s većim brojem tzv. skrivenih slojeva.

Neuronske mreže dobro rješavaju probleme kod kojih postoji složena nelinearna veza između ulaznih i izlaznih podataka. Metode dubokog učenja imaju primjenu u raznim područjima umjetne inteligencije, među ostalim, u obradi prirodnog jezika te razumijevanju govora i zvučnih signala.

U ovom radu opisat će se duboke neuronske mreže, s naglaskom na rekurentne neuronske mreže, i promotriti njihov matematički aspekt. U drugom djelu rada naglasak će biti na primjeni i implementaciji tog modela, uz orijentaciju prema obradi zvuka. Koristit će se biblioteke otvorenog kôda za strojno učenje.

Literatura:

D. Yu, L. Deng, *Automatic Speech Recognition: A Deep Learning Approach*, Springer-Verlag, London, 2015.

I. Goodfellow, Y. Bengio, A. Courville, *Deep Learning*, Online book (Amazon), MIT Press, Dec 2016.

<http://www.deeplearningbook.org/>

J. Heaton, *Introduction to the Math of Neural Networks*, Heaton Research, Inc., 2012.

B. Ramsundar, R. Bosagh Zadeh, *TensorFlow for Deep Learning: From Linear Regression to Reinforcement Learning*, O'Reilly Media, 2017.

A. Gibson, J. Patterson, *Deep Learning: A Practitioner's Approach*, O'Reilly Media, 2017.

M. Abadi i drugi, *TensorFlow: Large-Scale Machine Learning on Heterogeneous Distributed Systems*,

<http://download.tensorflow.org/paper/whitepaper2015.pdf>

Mentor: Siniša Slijepčević

Izračun biheviorističkog kreditnog skoringa za klijente banke

Student: Lucija Drašinac

Područje: Matematička statistika, Primijenjena statistika

Prikladno za studij: Financijska matematika, Matematička statistika

Opis: Diplomski rad će obraditi metode izračuna vjerojatnosti vraćanja kredita za klijente banke na temelju povijesnih transakcijskih podataka. Koristit će se klasične tehnike poput linearne regresije, kao i modernije poput slučajnih stabala.

Literatura:

L. C. Thomas, D. B. Edelman, J. N. Crook, Credit Scoring and Its Applications, SIAM, 2002.

Mentor: Maja Starčević

Vektori u nastavi matematike

Student: Robert Bozoki

Područje: algebra, geometrija

Prikladno za studij: nastavnički smjerovi

Opis: U prvom poglavlju rada usporedit će se načini uvođenja pojma vektora u osnovnim i srednjim školama te će eventualno biti predloženi neki novi pristupi. U ostalim poglavljima bit će pokazano u kakvim sve vrstama problema možemo koristiti vektore kao pomoćno sredstvo pri dokazivanju tvrdnji i raznim izračunima. Napravit će se i usporedba rješavanja zadataka pomoću vektorskog, analitičkog i geometrijskog pristupa.

Literatura:

Udžbenici i zbirke zadataka za osnovnu i srednju školu, zadaci s natjecanja

Mentor: Maja Starčević

Primjena naprednih opcija GeoGebre u nastavi matematike

Student: Karolina Rastić

Područje: računarstvo, geometrija, algebra, vjerojatnost

Prikladno za studij: nastavnički smjerovi

Opis: GeoGebra je program koji je prije svega poznat kao program dinamičke geometrije. Smatra se veoma intuitivnim za korištenje jer su osnovne konstrukcije ponuđene kao standardni alati i stoga je njihovo izvođenje relativno jednostavno. Međutim, GeoGebra nudi i naprednije opcije poput izrade vlastitih alata, animacija, tabličnih proračuna i dodatnog skriptiranja. Također, u program je ugrađeno niz funkcija koje, osim geometrije, pokrivaju i područja poput algebre i vjerojatnosti pa proširuju namjenu programa. U radu je potrebno izučiti neke od naprednijih opcija GeoGebre i dodatnih funkcija te na konkretnim primjerima zadataka obrazložiti kako bi se one mogle kvalitetno primijeniti u nastavi matematike.

Literatura:

Udžbenici i zbirke zadataka za osnovnu i srednju školu

Priručnici za GeoGebru

Mentor: Maja Starčević

Vrste mnogokuta

Student: Ana Merkaš

Područje: geometrija

Prikladno za studij: nastavnički smjerovi

Opis: U radu će se prikazati različite vrste mnogokuta te dokazati neka njihova svojstva. Kod trokuta imamo osnovnu podjelu trokuta prema kutovima i stranicama i u ovisnosti o tome primjećujemo neka karakteristična svojstva trokuta. Postoje i neke manje poznate vrste trokuta poput pseudopravokutnog trokuta kojeg karakterizira određena relacija između kutova trokuta. Neke vrste trokuta se definiraju pomoću nekog drugog trokuta, poput Gergonneovog trokuta kojem su vrhovi u diralištima upisane kružnice zadanog trokuta. Na sličan način se definiraju i Nagelov i pedalni trokut. Nadalje, u radu će se promatrati i razne vrste četverokuta. Osim kvadrata, romba, paralelograma, trapeza, deltoida, karakteristični su i tangencijalni i tetivni četverokuti te još neke zanimljive vrste četverokuta. Analogno će se istražiti i karakteristike nekih vrsta mnogokuta s više od četiri stranice, poput npr. Pascalovog šesterokuta.

Literatura:

D. Palman, *Trokut i kružnica*, Element, 1994.

Mentor: Ana Sušac

Istraživanje znanstvenog načina razmišljanja i logičkog zaključivanja kod studenata

Student: Karla Menegoni

Područje: Edukacijska istraživanja u fizici

Prikladno za studij: Integrirani preddiplomski i diplomski studij matematike i fizike

Preduvjeti: nema

Opis: Formalno logičko razmišljanje i zaključivanje osnova je za stjecanje različitih stručnih kompetencija koje studenti stječu tijekom svog studija. Kroz nastavu matematike i fizike potiče se razvoj kognitivnih sposobnosti i upoznaju osnovni načini znanstvenog zaključivanja. Cilj je ovog diplomskog rada istražiti sposobnost formalnog znanstvenog razmišljanja i zaključivanja kod studenata.

Literatura:

A.E. Lawson, The nature and development of scientific reasoning: A synthetic view, Int. J. Sci. Math. Educ. 2, 307 (2004); J.C. Moore, L.J. Rubbo, Scientific reasoning abilities of nonscience majors in physics-based courses, Phys. Rev. ST Phys. Educ. Res. 8, 010106 (2012)

Mentor: Juraj Šiftar

Perspektivno preslikavanje kvadrata

Student: Hana Kovačić

Područje: Geometrija

Prikladno za studij: Nastavnički smjerovi

Preduvjeti:

Opis: Tema je bliska nacrtnoj geometriji i primjenama, posebno perspektivi. Na temelju teorema da se svaki ravninski četverokut može prikazati kao slika kvadrata u pogodno odabranoj perspektivi izvest će se neke zanimljive posljedice, uz naglasak na vizualnoj interpretaciji. Pokazuje se da je svaki ravninski četverokut također slika nekog kvadrata u istoj ravnini, primjenom određene perspektivne kolineacije, a pomoću toga i da se svaka projektivna kolineacija u ravnini može rastaviti u kompoziciju perspektivne kolineacije i sličnosti. U posebnom slučaju, ta sličnost je izometrija. Rezultati se ilustriraju primjenama u fotogrametriji i konstrukciji presjeka dvostrukih kvadratnih piramida kao analogonu konusnih presjeka (krivulja 2. reda, konika).

Literatura:

1. A. Crannell, M. Frantz and F. Futamura, *The Image of a Square*, Amer. Math. Monthly 124(2) (2017), 99-115., <http://people.southwestern.edu/~futamurf/Image-of-A-Square-2016-03-25.pdf>
2. Ph. Willis, *Projective Geometry*, chapter 6 in *Advanced Computer Graphics*, <http://www.cs.bath.ac.uk/~pjw/NOTES/75-ACG/ch6-projective.pdf>

Mentor: Juraj Šiftar

Droz-Farnyev teorem

Student: Ines Huić

Područje: Geometrija

Prikladno za studij: Nastavnički smjerovi

Preduvjeti:

Opis: Švicarski matematičar Arnold Droz-Farny objavio je 1899. u obliku zadatka, bez navedenog rješenja, sljedeću tvrdnju: Ako se kroz ortocentar trokuta postave dva međusobno okomita pravca, oni na stranicama trokuta omeđuju tri segmenta čija su polovišta kolinearne točke. U radu će se izložiti različiti dokazi ovog teorema, neka poopćenja te drugi zanimljivi rezultati koji su s njim povezani. Primjerice, pokazalo se da svi pravci koji su određeni na opisani način omataju elipsu upisanu polaznom trokutu, a njezini fokusi su ortocentar trokuta i središte opisane kružnice. Nadalje, razmatranje ove figure navodi na uočavanje jedne familije trokutova koji svi imaju zajednički ortocentar, upisani su u jednu kružnicu, opisani jednoj elipsi te imaju još neka zajednička svojstva.

Literatura:

1. J-L. Ayme, *A Purely Synthetic Proof of the Droz-Farny Line Theorem*, Forum Geometricorum 4(2004), 219-224., <http://forumgeom.fau.edu/FG2004volume4/FG200426.pdf>
2. Ch. J. Bradley, D. Monk and G. C. Smith, *On a Porism Associated with the Euler and Droz-Farny Lines*, Forum Geometricorum 7(2007), 11-17., <http://forumgeom.fau.edu/FG2007volume7/FG200702.pdf>
3. J.-P. Ehrmann and F. van Lamoën *A Projective Generalization of the Droz-Farny Line Theorem*, Forum Geometricorum 4(2004), 225-227., <http://forumgeom.fau.edu/FG2004volume4/FG200427.pdf>
4. C. Pohoata and S. H. Ta, *A Short Proof of Lamoën's Generalization of the Droz-Farny Line Theorem*, Math. Reflections 3(2011), <http://geometry.ru/articles/short-Droz-Farny.pdf>
5. Ch. Thas, *A Note on the Droz-Farny Theorem*, Forum Geometricorum 6(2006), 25-28. <http://forumgeom.fau.edu/FG2006volume6/FG200603.pdf>

Mentor: Juraj Šiftar

Evesov teorem o projektivnim invarijantama

Student: Ivana Garić

Područje: Geometrija

Prikladno za studij: Nastavnički smjerovi

Preduvjeti:

Opis: U geometriji su poznati teoremi poput Cevinog i Menelajevog, čije su tvrdnje iskazane pomoću cikličkih umnožaka nekoliko omjera duljina (usmjerenih) dužina. U afinoj geometriji važna invarijanta je djelišni omjer, a u projektivnoj, kao poopćenje, to je dvoomjer. Eves je uveo pojam *h – izraza*: to je umnožak omjera udaljenosti točaka iz nekog skupa, takav da su po tri točke u svakom omjeru kolinearne, a svaka se točka pojavljuje jednako mnogo puta u brojnicima i nazivnicima pomnoženih omjera. Upravo je takva situacija kod Cevinog i Menelajevog teorema, kao i u dvoomjeru $R(AB, CD) = (AB, C)(AB, D) = (AC : BC)(AD : BD)$. Evesov teorem tvrdi da je svaki h-izraz projektivna invarijanta. U radu će se izvesti dokaz i različite primjene tog teorema, posebno na tzv. Nehringove nizove koji omogućuju alternativni, objedinjujući pristup nekim ključnim pojmovima i rezultatima projektivne geometrije.

Literatura:

1. G. C. Shephard, *Isomorphism Invariants for Projective Configurations*, Canadian J. Math. 51(1999), 1277-1299., <https://cms.math.ca/10.4153/CJM-1999-058-8>
2. M. Frantz, *A Car Crash Solved with a Swiss Army Knife*, Math. Magazine 84(5) (2011), 327-338.

Mentor: Juraj Šiftar

Trokuti s cjelobrojnim stranicama i trisektibilnim kutovima

Student: Tanja Krog

Područje: Geometrija

Prikladno za studij: Nastavnički smjerovi

Preduvjeti:

Opis: Tema je motivirana geometrijski, a metode su uglavnom aritmetičke i algebarske. Istražuje se klasa trokuta čije su duljine stranica cijeli brojevi, a sva tri kuta mogu se konstruktivno, dakle samo pomoću ravnala i šestara, podijeliti na tri jednaka dijela. Kosinusi kutova takvih trokuta očito su racionalni brojevi. Pokazuje se da ključnu ulogu za postojanje razmatrane vrste trokuta ima tzv. rezidual r , pozitivan cijeli broj koji je pridružen kutu s cjelobrojnomo vrijednosti kosinusa. Jednakost reziduala nužan je i dovoljan uvjet da bi se dva šiljasta kuta našla u istom trokutu sa cjelobrojnomo duljinama stranica.

Glavni je rezultat da za svaki kvadratno slobodni pozitivni cijeli broj r postoji beskonačno mnogo različitih trokutova s cjelobrojnomo duljinama stranica čiji su kutovi trisektibilni i zajednički im je rezidual jednak r . Inače, za pravokutni trokut s relativno prostim cjelobrojnomo duljinama stranica nužan i dovoljan uvjet trisektibilnosti kutova je taj da duljina hipotenuze bude kub cijelog broja.

Literatura:

1. R. A. Gordon, *Integer-Sided Triangles with Trisectible Angles*, Math. Magazine 87(3) (2014), 198-211.
2. S. Fischer, *Integer-Sided Triangles with Trisectable Angles- Their Perimeters and Residual*, Whitman College, Washington, 2015.,
<https://www.whitman.edu/Documents/Academics/Mathematics/2015/FinalProject-Fischer,Sam.pdf>

Mentor: Juraj Šiftar

Routhov teorem i njegova poopćenja

Student: Tea Mršić

Područje: Geometrija

Prikladno za studij: Nastavnički smjerovi

Preduvjeti:

Opis: Neka su vrhovi trokuta ABC spojeni s točkama na suprotnim stranicama, pri čemu te točke dijele stranice redom u omjerima x , y i z . Routhov teorem daje formulu za omjer površine trokuta određenog trima spojnicama i površine trokuta ABC , izražen pomoću x , y i z . Posebni slučaj, kad se tri spojnice sijeku u jednoj točki, daje glasoviti Cevin teorem. Izborom $x = y = z = 1/2$ dobiva se tzv. Feynmanov trokut, površine 7 puta manje od trokuta ABC . U radu će se prikazati različiti dokazi Routhovog teorema i njegova poopćenja, npr. za tetraedar [2].

Literatura:

1. H.S.M. Coxeter, *Introduction to Geometry*, John Wiley and Sons, New York - London, 1969.
2. S. Litvinov and F. Marko, *Routh's Theorem for Tetrahedra*, *Geom. Dedicata* 174 (1) (2015), 155-167. <https://arxiv.org/pdf/1405.4418.pdf> (2014)
3. I. Niven, *A New Proof of Routh's Theorem*, *Math. Magazine* 49(1) (1976), 25-27.
4. A. Benyi and B. Ćurgus, *A generalization of Routh's triangle theorem*, *Am. Math. Monthly* 120(9) (2013) 841-846.

Mentor: Juraj Šiftar

Periodičke šestorke kružnica

Student: Petra Plenković

Područje: Geometrija

Prikladno za studij: Nastavnički smjerovi

Preduvjeti:

Opis: Promatraju se nizovi kružnica upisanih u kutove zadanog trokuta tako da svaka sljedeća kružnica dira prethodnu. Ako su sva dirališta unutar stranica, ovakvi nizovi pokazuju svojstvo periodičnosti, tako da se sedma kružnica podudara s prvom (Evelyn, Money-Coutts, Tyrrell). U općem slučaju, kad dirališta mogu pripadati produžecima stranica, periodičnoj šestorci može prethoditi pretperiod po volji zadane duljine. U radu će se prikazati dokazi i neke varijacije ovih rezultata. Jači oblik osnovne tvrdnje daje teorem Tyrrella i Powella u [1]. Taj polazi od tri zadane kružnice te govori da ako se u svakom koraku na prikladan način izabere kružnica koja dira prethodnu u nizu i dvije od triju početnih kružnica, onda se sedma kružnica podudara s prvom. U [2] je prikazano poopćenje na jednu klasu poligona, pri čemu za n -terokut period u pripadnom nizu kružnica ima duljinu $2n$.

Literatura:

1. J. A. Tyrrell and M. T. Powell, *A Theorem in Circle Geometry*, Bull. London Math. Soc. 3(1971), 71-74.
2. S. Tabachnikov, *Going in circles: variations on the Money-Coutts theorem*, Geom. Dedicata 80(2000), 201-209., <https://www.math.psu.edu/tabachni/prints/circles.pdf>
3. D. Ivanov and S. Tabachnikov, *The Six Circles Theorem Revisited*, <https://arxiv.org/abs/1312.5260> (2014.)

Mentor: Juraj Šiftar

Ekstremalna svojstva paralelograma upisanih u elipsu

Student: Marina Križan

Područje: Geometrija

Prikladno za studij: Nastavnički smjerovi

Preduvjeti:

Opis: Elipsa ima svojstvo da među svim upisanim joj paralelogramima oni koji imaju maksimalni opseg karakterizirani su time da je svaka točka elipse vrh točno jednog takvog paralelograma. Ovu činjenicu prvi je zapazio fizičar Jean-Marc Richard u vezi s jednim problemom iz balistike ([1]), a A. Connes i D. Zagier objavili su geometrijski dokaz u [2] te poopćili tvrdnju tako da se odnosi na dijemetre dviju konfokalnih elipsi. N. Anghel pokazao je u [3] da navedeno svojstvo karakterizira elipsu među svim centralno simetričnim ovalima, tj. glatkim strogo konveksnim zatvorenim ravninskim krivuljama koje su i centralno simetrične. Svojstvo je usko povezano s činjenicom da je ortoptička krivulja elipse kružnica, a također i s geometrijom biljara.

U radu će se sustavno izložiti ovi rezultati, a posebno će se razmotriti i paralelogrami maksimalne površine upisani u elipsu.

Literatura:

1. J.-M. Richard, *Safe domain and elementary geometry*, European J. Physics, 25(2004), 835-844., <https://hal.archives-ouvertes.fr/in2p3-00023173/document>
2. A. Connes and D. Zagier, *Property of Parallelograms Inscribed in Ellipses*, Amer. Math. Monthly Vol. 114, No. 10 (2007), 909-914. <http://people.mpim-bonn.mpg.de/zagier/files/amm/114/fulltext.pdf>
3. N. Anghel, *A Maximal Parallelogram Characterization of Ovals Having Circles as Orthoptic Curves*, Forum Geometricorum, 20(2010), 21-25., <http://forumgeom.fau.edu/FG2010volume10/FG201004.pdf>

Mentor: Juraj Šiftar

Perspektivna projekcija i projektivna geometrija

Student: Teuta Bučaj

Područje: Geometrija

Prikladno za studij: Nastavnički smjerovi

Preduvjeti:

Opis: Perspektiva je jedna od klasičnih metoda nacrtne geometrije. Budući da je utemeljena na centralnom projiciranju, perspektiva je usko povezana s projektivnom geometrijom, no u praktičnim primjenama (npr. strojna vizija) načela projektivne geometrije nisu izravno primjenjiva, jer se perspektivna projekcija komponira s gibanjima koordinatnog sustava (rotacija i translacija). U radu će se analizirati i usporediti "prava" perspektiva naspram projektivnih transformacija. Nadalje, kao ilustracija kombiniranja različitih pristupa izložit će se neke metode određivanja očista (točke gledišta promatrača) slike nastale perspektivom s dva nedogleda.

Literatura:

1. S. Birchfield *An Introduction to Projective Geometry (for computer vision)*, Stanford University, 1998., <http://robotics.stanford.edu/~birch/projective/projective.pdf>
2. F. Futamura and R. Lehr, *A New Perspective of Finding the Viewpoint*, <http://people.southwestern.edu/~futamurf/Futamura-Lehr-preprint.pdf>
3. Ph. Willis, *Projective Geometry*, chapter 6 in *Advanced Computer Graphics*, <http://www.cs.bath.ac.uk/~pjh/NOTES/75-ACG/ch6-projective.pdf>
4. B. K. P. Horn, *Projective Geometry Considered Harmful*, Technical Report, MIT, 1999., <http://people.csail.mit.edu/bkph/articles/Harmful.pdf>
5. M. Frantz and A. Crannell, *Viewpoints: Mathematical Perspective and Fractal Geometry in Art*, Princeton University Press, Princeton, NJ, 2011., [https://mail.google.com/mail/u/0/\\$\sharp\\$inbox/15ee885eac3e4a6a?projector=1](https://mail.google.com/mail/u/0/\sharpinbox/15ee885eac3e4a6a?projector=1)

Mentor: Hrvoje Šikić

Stabilni populacijski modeli

Student: Jelena Svržnjak

Područje: Vjerojatnost i statistika

Prikladno za studij: Svi studiji

Preduvjeti: Vjerojatnost i statistika

Opis: Obradit će se osnovni rezultati o populacijskim modelima koji se koriste prvenstveno u aktuarstvu, ali i u drugim situacijama. Diplomski rad se bavi stabilnim populacijskim modelom.

Literatura:

S.H. Preston, P. Heuveline, M. Guillot, *Demography - Measuring and Modeling Population Processes*, Wiley-Blackwell, 2000.

Mentor: Hrvoje Šikić

Analiza strategije poslovanja pomoću Markovljevih lanaca

Student: Katarina Očko

Područje: Vjerojatnost i statistika

Prikladno za studij: Svi studiji

Preduvjeti: Vjerojatnost i statistika

Opis: Postoje razne moguće odluke kada je sustav u nekom stanju. Za svaku odluku imamo posebne prelazne vjerojatnosti, kao i posebnu nagradu. Time se prirodno u ovakvu analizu uvode Markovljevi procesi. Diplomski rad se bavi pitanjem o optimalnoj strategiji u ovakvim uvjetima.

Literatura:

G.P. Wadsworth, J.G. Bryan, *Applications of Probability and Random Variables*, McGraw-Hill, 1974.

Mentor: Hrvoje Šikić

Teorija povjerenja u aktuarstvu

Student: Antonio Roić

Područje: Aktuarska Matematika

Prikladno za studij: Financijska i poslovna matematika, Matematička statistika

Preduvjeti: Vjerojatnost i statistika

Opis: U aktuarstvu, izraz povjerenje originalno je bio vezan za formule koje su bile konveksna kombinacija (ponderirani prosjeci) pojedinačnih i grupnih procjena pojedinačne premije rizika. Klasični pristup teoriji povjerenja bavi se pitanjem koliko je podataka potrebno za ostvariti puno povjerenje, i što činiti ako nije tako. Obradit će se osnovni rezultati o ovom pristupu teoriji povjerenja.

Literatura:

P.J. Boland, *Statistical and Probabilistic Methods in Actuarial Science*, Chapman and Hall/CRC, 2007.

Mentor: Hrvoje Šikić

Kreps-Yanov teorem

Student: Mihovil Stamičar

Područje: Vjerojatnost i statistika

Prikladno za studij: Svi studiji

Preduvjeti: Vjerojatnost i statistika

Opis: Obradit će se Kreps-Yanov teorem, za koji koristimo tehnike iz vjerojatnosti i normiranih prostora. Teorem se primjenjuje u teoriji financija u vezi s pitanjima arbitraže.

Literatura:

F. Delbaen, W. Schachermayer, *The Mathematics of Arbitrage*, Springer Nature, 2017.

Mentor: Hrvoje Šikić

Logistički rast s migracijama

Student: Neira Hadžismajlović

Područje: Vjerojatnost i statistika

Prikladno za studij: Svi studiji

Preduvjeti: Vjerojatnost i statistika

Opis: Obradit će se osnovni rezultati o modelu rasta, uz koji su dodane migracije. Osnovni model je logistički, ali migracije unose zanimljivu perturbaciju tog modela.

Literatura:

R.B. Banks, *Growth and diffusion phenomena - Mathematical frameworks and applications*, Springer - Verlag, Berlin Heidelberg, 1994.

Mentor: Tomislav Šikić

Kontekstualizacija nastave matematike u okviru projekta Večer matematike

Student: Željka Trajbar

Područje: metodika nastave matematike, popularizacija matematike

Prikladno za studij: nastavnički studiji

Preduvjeti: Metodika nastave matematike 1–3

Opis: Večer matematike je skup interaktivnih radionica koje potiču izgradnju pozitivnog stava prema matematici. Sudjelovanje u zabavnim aktivnostima otkriva često zaboravljenu - zabavnu stranu matematike, stvara nove ideje o tome što matematika jest i čime se bavi te dokazuje da matematičke probleme uspješno rješavamo u stvarnom životu bez da smo toga nekad svjesni. Upravo ta činjenica izrazito je važna u nastojanju da se kod učenika podigne razina motivacije za učenje matematike. Spomenuti projekt traje već pet godina i u tom razdoblju nastao je, izmeđuostalog, i veliki broj kontekstualnih primjera i zadataka. U sklopu ovog diplomskog rada kandidatkinja će proučiti i sistematizirati sve takve dostupne primjere. Posebice će biti obrađena poveznica između kontekstualizacije i trajne motivacije za učenje matematike kod učenika osnovnih škola.

Literatura:

1. E. Anderman, L. H. Anderman: Classroom motivation, second edition Merrill, (2010)
2. E. Behrends, N. Crato, J. F. Rodrigues: Raising Public Awareness of Mathematics, Springer Science & Business Media, (2012)
3. <https://web.math.pmf.unizg.hr/nastava/metodika/materijali.php>
4. <http://www.vecermatematike.hr/materijali-i-zadaci/>

Mentor: Boris Širola

Funkcije izvodnice u kombinatorici

Student: Monika Režak

Područje: Kombinatorika

Prikladno za studij: Svi studiji

Preduvjeti: nema

Opis: Jedna od vrlo jednostavnih, ali istovremeno i vrlo korisnih, metoda u kombinatorici, kada želimo pobrajati elemente nekih specificiranih skupova, je preko tzv. funkcija izvodnica. Ta se metoda vrlo uspješno koristi i pri dokazivanju postojanja bijekcije između dva međusobno različita skupa; kada su dobiveni argumenti u pravilu elegantni i instruktivni. Cilj ovog rada je prezentirati neke osnovne rezultate i činjenice o funkcijama izvodnicama, što će biti ilustrirano brojnim zanimljivim primjerima.

Literatura:

H. S. Wilf, *generatingfunctionology*, Third ed., A K Peters, Ltd., Wellesley, MA, 2006.

Mentor: Tomislav Šmuc

Određivanje slijednosti teksta metodama dubokog učenja

Student: Dinko Ždravac

Područje: računarstvo, umjetna inteligencija, strojno učenje

Prikladno za studij: Računarstvo i matematika

Preduvjeti: Strojno učenje i optimizacija. Kandidat će se upoznati sa teorijom i algoritmima dubokog učenja. Svladavanje zadatka bit će provedeno uz pomoć voditelja rada i korištenjem odgovarajuće literature. Od kandidata se očekuje solidno predznanje i spremnost na dosta samostalnog rada.

Opis: Zadatak određivanja slijednosti teksta (eng. Textual Entailment) sastoji se u algoritamskom određivanju logičke povezanosti para tekstova: premise i hipoteze. Potrebno je odrediti povlači li istinitost premise istinitost hipoteze, jesu li dva teksta u kontradikciji ili im je odnos neutralan. Za računanje slijednosti koriste se algoritmi strojnog učenja, pri čemu najbolje rezultate postižu algoritmi temeljeni na dubokom učenju (eng. Deep Learning). Zadatak je važan jer se koristi kao dio mnogih problema obrade prirodnog jezika i dubinske analize teksta koji zahtijevaju semantičko razumijevanje teksta, sumarizacije teksta, automatskog odgovaranja na pitanja, strojnog prevođenja te ekstrakcije informacija. U sklopu rada istražiti će se suvremene metode određivanja slijednosti teksta korištenjem dubokog učenja (Deep Learning). Ispitati će se odabrani modeli bazirani na varijantama povratnih neuronskih mreža (eng. Recurrent Neural Networks), a testiranje performansi provesti će se na nedavno objavljenim skupovima podataka velikog volumena.

Literatura:

1. Dagan, Dolan, Magnini, Roth : Recognizing textual entailment: Rational evaluation and approaches, Cambridge University Press 2009
2. Bowman, Angeli, Potts, Manning : A large annotated corpus for learning natural language inference, EMNLP 2015
3. Rocktächel, Grefenstette, Hermann, Kočiský and Blunsom : Reasoning about Entailment with Neural Attention, ICLR 2016
4. Chen, Zhu, Ling, Wei, Jiang, Inkpen : Enhanced LSTM for Natural Language Inference, ACL 2017

Mentor: Tomislav Šmuc

Strojno učenje u nastavi informatike u prirodoslovnim gimnazijama

Student: Ivan Ljubičić

Područje: metodika nastave matematike i informatike

Prikladno za studij: Matematika i informatika; smjer nastavnički

Preduvjeti: Strojno učenje

Opis: Strojno učenje je grana umjetne inteligencije koja se uobičajeno predaje na fakultetskoj razini, nakon što studenti ovladaju potrebnom matematičkom podlogom. No sve brži razvoj strojnog učenja u zadnjih nekoliko godina, uz činjenicu da učenici sve ranije stiču informatičku pismenost, otvara mogućnost ranijeg uvođenja strojnog učenja u formi nastave već i kod srednjoškolskog uzrasta. Zadatak ovog diplomskog rada je odabrati i metodički obraditi cjeline strojnog učenja koje bi učenici srednjoškolskog uzrasta trebali moći uspješno usvojiti. Naglasak bi bio na pripremi konkretnih primjera i programskih rješenja koji bi se ubuduće mogli koristiti u obrazovne svrhe.

Literatura:

1. Sebastian Raschka, *Python Machine Learning*, Packt Publishing (2015)
2. Popratni materijali za knjigu *Python Machine Learning*, <https://github.com/rasbt/python-machine-learning-book>
3. Peter Flach, *Machine Learning - The Art and Science of Algorithms that Make Sense of Data*, Cambridge University Press (2012)

Mentor: Tomislav Šmuc

Super rezolucija slika tehnikama dubokih neuronskih mreža

Student: Tin Mavračić

Područje: Strojno učenje

Prikladno za studij: Računarstvo i matematika

Preduvjeti: Strojno učenje

Opis: Računalni vid je jedno od standardnih područja strojnog učenja i umjetne inteligencije. Tipični zadaci računalnog vida mogu se svrstati u dohvat, obradu, analizu i razumijevanje slika. Super rezolucija slika jedan je od postupaka predobrade, kojim se nastoji povećati postojeća rezolucija slike. Često se koristi u obradi satelitskih i medicinskih slika, te kao postupak u različitim multimedijским aplikacijama, kako bi se riješili problemi zbog prisutnosti šuma, zamagljenih i degradiranih područja. Zadatak diplomskog rada je proučiti i implementirati rješenje super rezolucije uz pomoć dubokih neuronskih mreža i napraviti usporedbu s klasičnim pristupima.

Literatura:

1. Goodfellow, Ian, *NIPS 2016 tutorial: Generative adversarial networks*, arXiv:1701.00160, 2016.
2. Yapeng Tian, Yunlun Zhang, *A collection of high-impact and state-of-the-art SR methods*, <http://yapengtian.org/Single-Image-Super-Resolution/>
3. Timofte, Radu, et al, *Ntire 2017 challenge on single image super-resolution: Methods and results*, Computer Vision and Pattern Recognition Workshops (CVPRW), 2017.
4. Dahl, Ryan, Mohammad Norouzi, Jonathon Shlens, *Pixel recursive super resolution*, arXiv:1702.00783, 2017.
5. Li, Sumei, et al, *A two-channel convolutional neural network for image super-resolution*, Neurocomputing, 2017.
6. Shi, Yukai, et al, *Structure-Preserving Image Super-resolution via Contextualized Multi-task Learning*, IEEE Transactions on Multimedia, 2017.

Mentor: Tomislav Šmuc

Predviđanje protoka vozila u mreži prometnica

Student: Andrea Stanić

Područje: Strojno učenje

Prikladno za studij: Računarstvo i matematika

Preduvjeti: Strojno učenje

Opis: Broj vozila u gradovima brzo se povećava, što izaziva mnoge poteškoće za sve građane, od prometnih gužvi, nepredvidljivih troškova zbog kašnjenja do povećanog zagađenja. Prekomjerni promet postao je problem civilizacije, koji utječe na sve one koji žive u većim gradovima, praktički bilo gdje u svijetu. Složenost procesa koji stoje iza dinamike tokova prometa je iznimno velika, jer se pri predviđanju tokova prometa treba voditi računa o tome da se radi o mreži prometnica te konstantnom protoku podataka. Stoga je prilikom modeliranja poželjno koristiti naprednije algoritme strojnog učenja koji istovremeno omogućavaju predviđanje višestrukih vremenskih serija u stalnom dotoku podataka, vodeći računa o mrežnoj povezanosti. U sklopu rada istražiti će se koji algoritmi strojnog učenja i reprezentacije problema daju superiornija rješenja za probleme predviđanja protoka prometa. Predloženi zadatak predviđa istraživanje na javno dostupnim (simuliranim) podacima, te po mogućnosti na podacima stvarnog svijeta. Zadatak ima praktičnu važnost s aspekta traženja kompetitivnih rješenja za inteligentnu navigaciju vozača kao i poboljšanja u urbanističkom planiranju.

Literatura:

1. Lippi, M, Bertini, M, Frasconi, P. *Short-Term Traffic Flow Forecasting: An Experimental Comparison of Time-Series Analysis and Supervised Learning*, IEEE TRANSACTIONS ON INTELLIGENT TRANSPORTATION SYSTEMS, 14(2), 2013.
2. Marcin Wojnarski et al., *IEEE ICDM 2010 Contest TomTom Traffic Prediction for Intelligent GPS Navigation*, 2010 IEEE International Conference on Data Mining 2010.
3. Peter Flach, *Machine Learning - The Art and Science of Algorithms that Make Sense of Data*, Cambridge University Press, 2012.
4. Francisco Aragón, *Scientific time series and deep learning state of the art*, <https://github.com/FrancisArgnR/Time-series---deep-learning---state-of-the-art>
5. Li, Yaguang, et al., *Graph Convolutional Recurrent Neural Network: Data-Driven Traffic Forecasting*, arXiv:1707.01926, 2017.
6. Yu, Bing, Haoteng Yin, Zhanxing Zhu, *Spatio-temporal Graph Convolutional Neural Network: A Deep Learning Framework for Traffic Forecasting*, arXiv:1709.04875, 2017.
7. Dixon, M. F., Polson, N. G., Sokolov, V. O., *Deep Learning for Spatio-Temporal Modeling: Dynamic Traffic Flows and High Frequency Trading*, arXiv:1705.09851, 2017.

Mentor: Sonja Štimac

Dinamički sustavi u ravnini

Student: David Šušnjić

Područje: Dinamički sustavi

Prikladno za studij:

Preduvjeti:

Opis: Cilj ove teme je upoznati višedimenzionalne dinamičke sustave. Posebna pažnja bila bi posvećena atraktorima, teoremu o stabilnim i nestabilnim mnogostrukostima, hiperboličkim skupovima te Hénonovom preslikavanju kao ilustraciji većine tehnika i ideja predloženih u ovoj temi. Naime, familija Hénonovih preslikavanja je veoma zanimljiva dvoparametarska familija homeomorfizama ravnine koja posjeduju hiperboličke skupove, homokliničke točke, potkove, tj. “horseshoes”, čudne atraktore i još mnogo više.

Literatura:

R. L. Devaney, *An Introduction to Chaotic Dynamical Systems*, The Benjamin/Cummings Publishing Co., 1986.; Garrett Stuck and Michael Brin, *Introduction to Dynamical Systems*, Cambridge University Press, 2002.

Mentor: Josip Tambača

Trodimenzionalna numerička simulacija elastičnog stenta

Student: Domagoj Lacmanović

Područje: Matematičko modeliranje, PDJ, numerika

Prikladno za studij: Primijenjena matematika

Opis: Zadatak je definirati trodimenzionalne geometrije različitih stentova, te na njima testirati različite implementacije numeričkih shema za lineariziranu elastičnost.

Literatura:

1. Ciarlet, Philippe G. The finite element method for elliptic problems. SIAM, Philadelphia, PA, 2002.
2. Brezzi, Franco; Fortin, Michel. Mixed and hybrid finite element methods. Springer Series in Computational Mathematics, 15. Springer-Verlag, New York, 1991.
3. M. Jurak, Praktikum primijenje matematike II. Metoda konačnih elemenata, PMF-MO, 2006, skripta.
4. Čanić, Sunčica; Galović, Matea; Ljulj, Matko; Tambača, Josip. A dimension-reduction based coupled model of mesh-reinforced shells. SIAM J. Appl. Math. 77 (2017), no. 2, 744–769.

Mentor: Josip Tambača

Numerička metoda u procjeni cijene opcije

Student: Josipa Malenica

Područje: Financijska matematika, PDJ, numerika

Prikladno za studij: Financijska matematika, Primijenjena matematika

Opis: Zadatak je primjenom metode konačnih elemenata izračunati numeričku aproksimaciju rješenja Black-Scholesove parcijalne diferencijalne jednačbe, a koja daje model za određivanje cijene opcije u vremenu.

Literatura:

1. Pironneau, Olivier; Achdou, Yves. Partial Differential Equations for Option Pricing, u: Handbook of numerical analysis. Vol. XV. Special volume: mathematical modeling and numerical methods in finance. Edited by Alain Bensoussan and Qiang Zhang. Handbook of Numerical Analysis, 15. Elsevier/North-Holland, Amsterdam, 2009, 369-496.
2. Achdou, Yves; Pironneau, Olivier. Computational methods for option pricing. Frontiers in Applied Mathematics, 30. Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM), Philadelphia, PA, 2005.
3. M. Jurak. Praktikum primijenje matematike II. Metoda konačnih elemenata, PMF-MO, 2006, skripta.

Mentor: Josip Tambača

Optimizacija forme elastične ljuske

Student: Ana Lukačić

Područje: Matematičko modeliranje, PDJ, numerika

Prikladno za studij: Primijenjena matematika

Opis: Zadatak je metodama optimizacije formulirati algoritam za nalaženje optimalne forme elastične ljuske za zadanu silu.

Literatura:

1. P. Neittaanmaki, J. Stryk, D. Tiba. Optimization of elliptic systems. Theory and applications, Springer, 2006.
2. M. Jurak, Praktikum primijenje matematike II. Metoda konačnih elemenata, PMF-MO, 2006, skripta.

Mentor: Sanja Varošanec

Hijerarhija konveksnosti funkcija

Student: Elma Đaferović

Područje: matematička analiza

Prikladno za studij: edukacijski smjerovi

Opis: Opisati različite klase realnih funkcija: konveksne, zvjezdaste, m-konveksne, Wright-konveksne, superaditivne, te dokazati neka njihova svojstva.

Uspostaviti odnose između tih klasa, tj. opisati tzv. hijerarhiju konveksnosti.

Literatura:

1. Gh. Toader, Hierarchy of convexity of functions, RGMIA, 2015.
2. Bruckner, Ostrow, Some function classes related to the class of convex functions, Pacific J. Math. 12(1962), 1203-1215.
3. Gh. Toader, The hierarchy of convexity and some classical inequalities, J. Math. Inequal. 3 (2009), 305-313.

Mentor: Sanja Varošaneć

Primjena koordinatne metode u planimetriji

Student: Katarina Barać

Područje: geometrija

Prikladno za studij: edukacijski smjerovi

Opis: Opisati ideju i povijest koordinatizacije ravnine. Različite geometrijske teoreme i matematičke probleme dokazati koordinatnom metodom. Posebna pažnja usmjerit će se prema svojstvima krivulja drugog reda.

Literatura:

1. Matematička natjecanja (razne godine), Element, Zagreb
2. Pavković, Veljan, Elementarna matematika 1,2, Zagreb, 1992.
3. Marić, Vektori, Element, Zgb, 1997.
4. srednjoškolski udžbenici i drugi izvori

Mentor: Sanja Varošaneć

Učeničke poteškoće pri povezivanju matematičkih i fizikalnih koncepata

Student: Ivan Bartolec

Područje: metodika matematike

Prikladno za studij: edukacijski smjer matematike i fizike

Opis: Opisati problem učeničkog razumijevanja fizikalnih zakona kroz matematičke koncepte. Provest će se istraživanje koje će istražiti u kojoj mjeri učenici prepoznaju određeni matematički koncept u fizikalnom problemu i obratno. Potom će se napraviti analiza rezultata istraživanja.

Literatura:

1. Young, Freedman, Sears and Zamanzy, University physics with modern physics, edition, San Francisco, 2008.
2. Pavković, Veljan, Elementarna matematika 1,2, Zagreb, 1992.
3. Kurnik, Znanstveni okviri nastave matematike, Element, Zagreb, 2009.
4. srednjoškolski udžbenici

Mentor: Sanja Varošaneć

Prikazi presjeka tijela pomoću aksonometrije

Student: Rosanda Radić

Područje: geometrija

Prikladno za studij: edukacijski smjerovi

Opis: Definirati opću aksonometriju. Prikazati projekcije osnovnih tijela pomoću aksonometrije. Konstruirati presjeke tijela i ravnine. Povezati ovu temu sa sadržajem geometrije u srednješkolskoj matematici.

Literatura:

1. D. Palman, Nacrtna geometrija, Element, Zagreb 2001.
2. V. Niče, Deskriptivna geometrija I, II, ŠK, Zagreb, 1986.

Mentor: Sanja Varošaneć

Dehn-Hadwigerov teorem

Student: Lorena Balošić

Područje: geometrija

Prikladno za studij: edukacijski smjerovi

Opis: Opisati problematiku jednakosastavljivosti poligona i poliedara, s težištem na pitanje jednakosastavljivosti poliedara. Definirati Dehnovu invarijantu, dokazati Dehn-Hadwigerov teorem na nekoliko načina.

Literatura:

1. M.Aigner, G.Ziegler, Proofs from The Book, Springer, 2004.
2. S.L.Devadoss, J. O'Rourke, Discrete and computational geometry, Princeton Univ.Press, 2011.
3. Pavković, Veljan, Elementarna matematika 1,2, Zagreb, 1992.

Mentor: Sanja Varošaneć

K-Riemannov integral

Student: Ante Nikšić

Područje: matematička analiza

Prikladno za studij: edukacijski smjerovi

Opis: Neka je K potpolje polja realnih brojeva. Simbolom $[a, b]_A$ označavamo skup $\{\alpha a + (1 - \alpha)b : \alpha \in A \cap [0, 1]\}$, $A \subseteq R$. Na način analogan konstrukciji pojma Riemannovog integrala funkcije definira se pojam K-Riemannovog integrala. Tako na primjer, kod Riemannovog integrala počinjemo konstrukciju promatrajući subdivizije intervala $[a, b]$ oblika $(t_0, t_1, \dots, t_n), t_i \in [a, b]$, dok ovdje promatramo subdivizije oblika $(t_0, t_1, \dots, t_n), t_i \in [a, b]_A$ i tako dalje. Nakon definicije slijedi proučavanje kriterija integrabilnosti, svojstava K-Riemannovog integrala te veza s radijalnom K-derivacijom.

Literatura:

1. A. Olbrys, On the \mathbb{K} -Riemann integral and Hermite-Hadamard inequalities for \mathbb{K} -convex functions, Aequat. Math. 91 (2017) 429-444.
2. Z. Boros, Zs. Pales, Q-subdifferentail of Jensen-convex functions, J. Math. Anal. Appl. 321 (2006), 99-113.

Mentor: Igor Velčić

Suvoditelj: Bojan Basrak

Konzistentne familije krivulja za modele kamatnih stopa

Student: Silvia Franović

Područje: Financijska matematika

Prikladno za studij: Financijska matematika

Preduvjeti: Financijsko modeliranje 1 i 2, Vjerojatnost

Opis: U radu će se prikazati nužni i dovoljni uvjeti da bi određena konačno dimenzionalna familija krivulja bila invarijantna za određeni model promjene kamatnih stopa. S matematičke točke gledišta pitanje se svodi na traženje invarijantnih mnogostrukosti za stohastičke diferencijalne jednačbe

Literatura:

Tomas Björk, A Geometric View of Interest Rate Theory

Damir Filipović, Consistency problems for Heath-Jarrow-Morton interest rate models

Mentor: Igor Velčić

Suvoditelj: Bojan Basrak

Kalmanovi filteri

Student: Mihael Alapić

Područje: Vjerojatnost

Prikladno za studij: Statistika i računarstvo, Financijska matematika

Preduvjeti: Vjerojatnost

Opis: Promatra se linearna stohastička diferencijalna jednadžba s određenim ulazom (kontrolom) čija se rješenja nazivaju stanja. Pretpostavlja se da je mjerenjima dostupna samo reducirana informacija o stanjima (određena linearna funkcija) koju nazivamo izlazi. Problem se svodi na traženje najboljeg procjenitelja za stanja uz poznate izlaze na nekom vremenskom intervalu ili u skupu konačnih trenutaka. S matematičke točke gledišta, problem se svodi na traženje najboljeg linearnog procjenitelja slučajne varijable stanja, uz poznate slučajne varijable izlaza

Literatura:

Mohinder S. Grewal, Angur P. Andrews, Kalman filtering: theory and practice

C.K. Chui, G. Chen: Kalman filtering with Real- Time Applications

Mentor: Zoran Vondraček

Nearbitražne cijene uz sistemski rizik

Student: Marta Cota

Područje: Financijsko modeliranje

Prikladno za studij: Financijska i poslovna matematika

Preduvjeti: Markovljevi lanci, Slučajni procesi, Financijsko modeliranje 1, Financijsko modeliranje 2

Opis: Sistemski rizici djelomično proizlaze iz međuvlasništva financijskih imovina i obveza. Cilj diplomskog rada je proširenje Mertonovog modela određivanja cijena imovine na sustave više financijskih institucija u prisustvu međuvlasništva dionica i obveza. Izvest će se jednadžbe za nearbitražne cijene dionica, te dokazati rezultati egzistencije i jedinstvenosti.

Literatura:

T. Fischer, No-arbitrage pricing under systemic risk: Accounting for cross-ownership, *Math. Finance* **24**, 97–124 (2014).

Mentor: Zoran Vondraček

Konvergenција cijena opcija s barijerom u binomnom modelu

Student: Domagoj Demeterfi

Područje: Financijsko modeliranje

Prikladno za studij: Financijska i poslovna matematika

Preduvjeti: Markovljevi lanci, Slučajni procesi, Financijsko modeliranje 1, Financijsko modeliranje 2

Opis: CRR binomni model dobra je aproksimacija Black-Scholesovog modela financijskog tržišta. Cilj ovog diplomskog rada je proučiti brzinu konvergenције cijene europske call opcije s barijerom u CRR binomnom modelu prema cijeni te iste opcije u Black-Scholesovom modelu kada broj perioda n teži u beskonačnost. Pokazuje se da je greška reda $1/\sqrt{n}$ i izvode se koeficijenti uz $1/\sqrt{n}$ i $1/n$ u asimptotskom razvoju greške.

Literatura:

J. Lin, K. Palmer, Convergence of barrier option prices in the binomial model, *Math. Finance* **23**, 318–338 (2013).

M. Reimer, K. Sandmann, A discrete time approach for European and American barrier options, Discussion Paper, SFB 303, No. B-272, University of Bonn (1996).

Mentor: Zoran Vondraček

Američka put opcija u Black-Scholes-Mertonovom modelu

Student: Marko Galenić

Područje: Financijsko modeliranje

Prikladno za studij: Financijska i poslovna matematika

Preduvjeti: Markovljevi lanci, Slučajni procesi, Financijsko modeliranje 1, Financijsko modeliranje 2

Opis: Vrednovanje američke opcije u Black-Scholes-Mertonovom modelu financijskog tržišta zahtijeva kompliciranije metode od onih potrebnih za vrednovanje europske put opcije. Cilj ovog diplomskog rada je objasniti te metode i karakterizirati vrijednost američke put opcije kao jedinstvenog rješenja rubnog problema. Također će se diskutirati diskretno-vremenska zaštita.

Literatura:

S. Hussain, M. Shashiashvili, Discrete time hedging of the American option, *Math. Finance* **20**, 647–670 (2010).

I. Karatzas, S. E. Shreve, *Methods of Mathematical Finance*, Springer, 1998.

Mentor: Marko Vrdoljak

Aukcijski algoritmi u mrežnoj optimizaciji

Student: Dora Stoić

Područje: optimizacija

Prikladno za studij: svi studiji

Preduvjeti: poželjno predznanje kolegija Operacijska istraživanja

Opis: Aukcijski algoritmi djeluju suprotno klasičnim algoritmima mrežne optimizacije, jer u svakoj iteraciji ne poboljšavaju nužno ni primarnu ni dualnu funkciju cilja. Zasnovani su na metodama nediferencijabilne optimizacije. Cilj diplomskog rada je opisati aukcijski algoritam za klasični problem dodjeljivanja, i njegove adaptacije za problem maksimalnog toka, transportni problem, problem najkraćih puteva i problem minimizacije troškova mrežnog toka.

Literatura:

D.P. Bertsekas. *Network optimization. Continuous and discrete models*, Athena Scientific, 1998.

A. Salazar, P. Tsiotras. An Auction Algorithm for Optimal Satellite Refueling, Preprint Paper No. GT-SSEC.F.5, Georgia Institute of Technology, 2005.

Mentor: Marko Vrdoljak

Robusne metode u optimizaciji portfelja

Student: Ivan Šutić

Područje: optimizacija

Prikladno za studij: svi studiji

Preduvjeti: poželjno predznanje kolegija Uvod u optimizaciju

Opis: U robusnoj optimizaciji parametri u zadaći optimizacije nisu dani egzaktno već mogu poprimiti vrijednosti u danom skupu. Cilj rada je prikazati osnovne tehnike robusne optimizacije i njihove primijene u problemima optimizacije portfelja.

Literatura:

- M. Salahi, F. Mehrdoust, F. Piri. CVaR Robust Mean-CVaR Portfolio Optimization, *ISRN Applied Mathematics*, vol. 2013, Article ID 570950, 9 pages, 2013. doi:10.1155/2013/570950
- G. Cornuejols, R. Tutuncu. *Optimization methods in finance*, Cambridge University Press 2007.
- A. Ben-Tal, L. Ghaoui, A. Nemirovski. *Robust optimization*, Princeton University Press, 2009.

Mentor: Marko Vrdoljak

Polubeskonačno programiranje

Student: Dorian Čudina

Područje: optimizacija

Prikladno za studij: svi studiji

Preduvjeti: poželjno predznanje kolegija Uvod u optimizaciju

Opis: Zadaća polubeskonačnog programiranja razmatra minimizaciju realne funkcije na konačnodimenzionalnom prostoru, ali uz beskonačno mnogo uvjeta tipa nejednakosti. Cilj diplomskog rada je obraditi teoriju dualnosti ove klase zadataka, uvjete optimalnosti i metodu unutrašnje točke za numeričko rješenje.

Literatura:

A. Shapiro. On duality theory of convex semi-infinite programming, *Optimization* 54 (2005) 535–543.

M. López, G. Still. Semi-infinite programming, *European Journal of Operational Research* 180 (2007), 491.-518.

Oliver Stein and Georg Still. Solving Semi-Infinite Optimization Problems with Interior Point Techniques, *SIAM J. Control Optim.* 42 (2003), 769–788.

Mentor: Marko Vrdoljak

Deterministički modeli u epidemiologiji

Student: Sari Al Ahmed

Područje: analiza

Prikladno za studij: svi studiji

Preduvjeti: nema

Opis: Cilj rada je obraditi razne modele koje opisuju širenje epidemije. Razmatraju se diskretni i kontinuirani deterministički modeli, zapisani u vidu (sustava) diferencijalnih, odnosno diferencijalnih jednačbi te ispituju mogućnosti njihovog upravljanja.

Literatura:

D.J. Daley, J. Gani. *Epidemic modelling. An introduction*, Cambridge University Press, 1999.

F. Hoppensteadt. *Mathematical Theories of Populations. Demographics, Genetics, and Epidemics*, SIAM, 1997.

Mentor: Mladen Vuković

Duboko strojno učenje za udaljeno nadziranje morfosintaktičkih označivača Semi-supervised neural part-of-speech tagging

Student: Tihana Britvić

Područje: Teorijsko računarstvo

Prikladno za studij: Računarstvo i matematika

Preduvjeti: Poželjno predznanje je obuhvaćeno kolegijima Interpretacija programa, Izračunljivost i Složenost algoritama

Opis: Morfološko označavanje teksta, tzv. part-of-speech tagging, je fundamentalna podloga za obradu prirodnog jezika i preduvjet za bilo koju naprednu jezičnu tehnologiju. U suštini, riječ je o broju mogućih klasifikacija višeznačnica u pisanim tekstovima. Označavanje na najvišoj razini obično se postiže nadziranim učenjem uz pomoć ručno označenih tekstova. Da bi dosegli vrhunske performanse, moderna označavanja zahtijevaju najmanje 10 tisuća ručno označenih rečenica po jeziku. Upravo su ti ručno označeni resursi jako skupi za veliku većinu jezika što je rezultiralo činjenicom da su morfološke oznake dostupne samo za 1–2% svih jezika, iako su i te oznake često rezultat obrade nekog standardnog teksta, najčešće novinskih članaka. Posljednjih godina relativno uspješno su omogućena označavanja preostalih 98–99% jezika i jezičnih sorti putem daljinskog nadzora pomoću projekcije paralelnih korpusa ili pak iskorištavanjem sekundarnih resursa kao što su rječnici jezičnih oznaka. Ovaj rad istražuje takve pristupe prijelazima između jezika u svrhu generiranja mogućih morfoloških oznaka za jezike s izuzetno oskudnim resursima. Konkretno, rad predlaže slabo nadzirano označavanje temeljeno na dubinskom učenju s povratnim neuronskim mrežama, a uvodi se i konkurentni model označavanja koji smanjuje ograničenja dostupnosti resursa kod sadržajno izuzetno oskudnih jezika.

Literatura:

- D. YAROWSKY, G. NGAI, *Inducing Multilingual POS Taggers and NP Brackets via Robust Projection across Aligned Corpora*, <http://aclweb.org/anthology/N/N01/N01--1026.pdf>
- D. DAS, S. PETROV, *Unsupervised Part-of-Speech Tagging with Bilingual Graph-Based Projections*, <http://aclweb.org/anthology/P/P11/P11--1061.pdf>
- S. LI, J. V. GRACA, B. TASKAR, *Wiki-ly Supervised Part-of-Speech Tagging*, <http://aclweb.org/anthology/D/D12/D12--1127.pdf>
- D. GARRETTE, J. MIELENS, J. BALDRIDGE, *Real-World Semi-Supervised Learning of POS-Taggers for Low-Resource Languages*, <http://aclweb.org/anthology/P/P13/P13--1057.pdf>
- Ž. AGIĆ, D. HOVY, A. SOGAARD, *If all you have is a bit of the Bible: Learning POS taggers for truly low-resource languages*, <http://aclweb.org/anthology/P/P15/P15--2044.pdf>

Mentor: Mladen Vuković

Suvoditelj: Tin Perkov

Modalna potpunost logika interpretabilnosti

Student: Sebastijan Horvat

Područje: Matematička logika

Prikladno za studij: Teorijska matematika, Računarstvo i matematika

Preduvjeti: Poželjno predznanje obuhvaćeno kolegijem Matematička logika

Opis: Logika dokazivosti **GL** (Gödel–Löb) je propozicionalna modalna logika koja potpuno opisuje predikat dokazivosti Peanove aritmetike (Solovayevi teoremi potpunosti). Logike interpretabilnosti su mogu promatrati kao proširenja logike dokazivosti **GL**, a one su zapravo modalni opis predikata relativne interpretabilnosti. Osnovna logika interpretabilnosti je modalni sistem **IL**. Pošto je **IL** aritmetički nepotpun sistem, promatraju se proširenja s principima interpretabilnosti. Osnovna semantika za logike interpretabilnosti su Veltmanovi modeli. Glavna poteškoća prilikom dokaza teorema modalne potpunosti logika interpretabilnosti u odnosu na Veltmanove modele je činjenica da konzistentan skup formula ne mora biti ispunjiv. Cilj diplomskog je dokazati teoreme modalne potpunosti za logike interpretabilnosti: **IL**, **ILM**, **ILP**, **ILW** i **ILM₀**.

Literatura:

D. DE JONGH, F. VELTMAN, *Modal completeness of ILW*, in: J. Gerbrandy, M. Marx, M. Rijke, Y. Venema (eds.), *Essays Dedicated to Johan van Benthem on the Occasion of His 50th Birthday*, Amsterdam University Press, Amsterdam, 1999.

E. GORIS, J. JOOSTEN, *Modal Matters in Interpretability Logics*, *Logic Journal of IGPL* 16(2008), 371–412

G. JAPARIDZE, D. DE JONGH, *The Logic of Provability*, In: S. R. Buss (ed.), *Handbook of Proof Theory*, Elsevier, 1998, pp. 475–546

T. PERKOV, M. VUKOVIĆ, *Semantike logika dokazivosti i logika interpretabilnosti*, nastavni materijal za istoimeni kolegij na doktorskom studiju 2016./17,

<https://www.math.pmf.unizg.hr/sites/default/files/pictures/00-predavanja-doktorski-2016-17.pdf>

A. VISSER, *An overview of interpretability logic*, In: Kracht, Marcus (ed.) et al., *Advances in modal logic*. Vol. 1. Selected papers from the 1st international workshop (AiML'96), Berlin, Germany, October 1996, Stanford, CA: CSLI Publications, CSLI Lect. Notes. 87, pp. 307–359 (1998)

Mentor: Mladen Vuković

Aproksimacijski algoritmi: klase složenosti i dizajn

Student: Marko Dujić

Područje: Matematička logika, Računarstvo

Prikladno za studij: Računarstvo i matematika, Teorijska matematika

Preduvjeti: Poželjno predznanje obuhvaćeno kolegijima Izračunljivost i Složenost algoritama

Opis: Aproksimacijski algoritmi su jedan od alata za rješavanje problema čija je složenost (vremenska ili prostorna) velika. U diplomskom radu će se prvo definirati pojam problema optimizacije, te detaljno objasniti nekoliko takvih problema. Primjerice, takvi su problemi MINIMUM - POKRIVAČ BRIDOVA, MINIMUM - PROBLEM TRGOVAČKOG PUTNIKA i MINIMUM - BOJENJE GRAFA. U drugom dijelu diplomskog treba definirati klase složenosti P i NP , te dokazati osnovne činjenice o tim klasama. Treći dio diplomskog rada trebao bi biti posvećen dizajniranju aproksimacijskih algoritama. Pomoću primjera trebaju se ilustrirati metode lokalnog pretraživanja, sekvencijalni algoritmi za problem particije, algoritmi bazirani na linearnom programiranju, te metoda dinamičkog programiranja.

Literatura:

G. AUSIELLO i dr., Complexity and Approximation, Springer, 2003.

R. LASSAIGNE, M. DE ROUGEMONT, Logic and Complexity, Springer, 2004.

C. H. PAPADIMITROU, Computational Complexity, Addison–Wesley Publishing Company, Boston, 1994.

M. SIPSER, Introduction to the Theory of Computation, Cengage Learning, 2013.

Mentor: Mladen Vuković

Filtiri i ultrafiltiri

Student: Andrija Dujaković

Područje: Teorija skupova

Prikladno za studij: svi smjerovi

Preduvjeti: Poželjno predznanje obuhvaćeno kolegijem Teorija skupova

Opis: Kartezijev produkt grupa je grupa, ali Kartzeijev produkt polja nije polje. Prirodno se postavlja pitanje kako definirati relaciju ekvivalencije tako da bi kvocijentna struktura ponovno bila polje. Odgovor na to pitanje u općoj situaciji su ultrafiltiri. U ovom diplomskom radu razmatrat će se primjena filtra i ultrafiltra u teoriji skupova, odnosno točnije na velike kardinalne brojeve. Važan je filter na regularnim neprebrojivim kardinalnim brojevima koji se primjenjuje kod karakterizacije stacionarnih skupova $S \subseteq \omega_1$. Ultrafiltiri se koriste i u dokazu Silverovog teorema koji je zapravo generalizirana hipoteza kontinuum za singularne kardinalne brojeve.

Literatura:

K. HRBACEK, T. JECH, *Introduction to Set Theory*, Third Edition, Revised and Expanded, Marcel Dekker Inc., 1999.

W. JUST, M. WEESE, *Discovering Modern Set Theory. II*, Graduate Studies in Mathematics vol 18, AMS, 1997

P. KOMJÁTH, V. TOTIK, *Problems and Theorems in Classical Set Theory*, Springer, 2006.

M. VUKOVIĆ, *Primijenjena logika*, nastavni materijal za istoimeni kolegij na doktorskom studiju 2011./12.,

https://www.math.pmf.unizg.hr/sites/default/files/pictures/applog-skripta-2011_0.pdf