18. Örnek

Bir soğutucu dolap, içindeki malzemeleri bulunduğu ortam sıcaklığına göre 12°C soğutacak şekilde programlanmıştır.

Örneğin ortam sıcaklığı 22°C ise soğutucu dolap içi sıcaklık 10°C'tur.

Buna göre

- a) Soğutucu dolabın iç sıcaklığının ortam sıcaklığına bağlı ifadesinin cebirsel temsilini bulunuz.
- b) Ortam sıcaklığının soğutucu dolabın iç sıcaklığına bağlı ifadesinin cebirsel temsilini bulunuz.
- c) Her iki cebirsel ifadenin birbirleriyle olan ilişkisini grafik temsillerini kullanarak tespit ediniz.
- ç) Ortam sıcaklığının –4°C ile 18°C aralığında olduğu durumda soğutucu dolabın iç sıcaklığının değer aralığını bulunuz. Her iki aralığın ilişkisini, fonksiyonların genel özelliklerini tanım ve görüntü kümesi bağlamında değerlendiriniz.

Cözüm

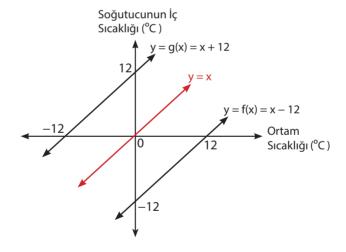
a) Ortam sıcaklığı x, soğutucu dolabın iç sıcaklığı y olsun. Soğutucu dolabın iç sıcaklığının ortam sıcaklığına bağlı ifadesinin cebirsel temsili f fonksiyonu ile ifade edilirse

$$y = f(x) = x - 12$$
 olur.

b) Soğutucu dolabın iç sıcaklığı x, ortam sıcaklığı y olsun. Ortam sıcaklığının soğutucu dolabın iç sıcaklığına bağlı ifadesinin cebirsel temsili g fonksiyonu ile ifade edilirse

$$y = g(x) = x + 12$$
 olur.

c) Bir fonksiyonun tersinin grafiği, fonksiyonun grafiğinin y = x doğrusuna göre simetriğidir. Buna göre g fonksiyonunun grafiği, f fonksiyonunun grafiğinin y = x doğrusuna göre simetriğidir. Bu nedenle g fonksiyonu, f fonksiyonunun tersidir. $g(x) = f^{-1}(x)$ şeklinde ifade edilir. Fonksiyonların grafik temsilleri aşağıdaki dik koordinat sisteminde çizilmiştir.



ç) Ortam sıcaklığının –4°C ile 18°C aralığında olması, f fonksiyonunun tanım kümesinin [–4,18] olduğunu belirtir.

f(-4) = -4 - 12 = -16, f(18) = 18 - 12 = 6 olduğundan f fonksiyonunun görüntü kümesi [-16, 6] olur.

Bu durum f: $[-4, 18] \rightarrow [-16, 6]$ ile gösterilir.

g, f fonksiyonun tersi olduğundan [–16, 6] aralığı g nin tanım kümesi, [–4,18] aralığı g nin görüntü kümesi olur.

Bu durum f:
$$[-4, 18] \rightarrow [-16, 6]$$

$$g = f^{-1}$$
: [-16, 6] \rightarrow [-4,18] şeklinde gösterilir.