

2. Örnek

Çok ince metal tel üretimi yapan bir firma "Sin" ve "Kos" adını verdiği sırasıyla mavi ve kırmızı boyalı iki farklı metal tel üretiyor. Firma müşterinin $0^\circ < x < 90^\circ$ aralığında seçtiği bir açı ölçüsünün sinüs ve kosinüs değerine karşılık gelen birim uzunluğunda ikişer metal tel üretilip müşteriye teslim ediyor. Şekil 1'de bir müşterinin seçtiği x ölçüsüne göre üretilmiş metal teller ve bu tellerin uzunlukları arasındaki fark gösterilmiştir.



Şekil 1



Şekil 2

Müşteri Şekil 1'deki Sin ve Kos tellerini kullanarak Şekil 2'deki gibi dikdörtgen şeklinde bir çerçeve yapıyor.

Buna göre çerçevenin kapladığı alanın kaç milimetrekare olduğunu bulunuz.

Çözüm

Müşterinin seçtiği x ölçüsüne göre firmanın üreteceği metal tellerin uzunlukları $\sin x$ ve $\cos x$ olur. Tellerin uzunlukları farkı $\frac{1}{\sqrt{2}}$ milimetre olduğundan $|\sin x - \cos x| = \frac{1}{\sqrt{2}}$ olur. Yapılan dikdörtgen çerçevenin kenar uzunlukları $\sin x$ ve $\cos x$ olduğundan alanı $\sin x \cdot \cos x$ dir.

Alan = $\sin x \cdot \cos x$ olduğundan $\sin x \cdot \cos x$ değeri bulunmalıdır.

$$|\sin x - \cos x| = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ eşitliğinin her iki tarafının karesi alındığında } (\sin x - \cos x)^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$$

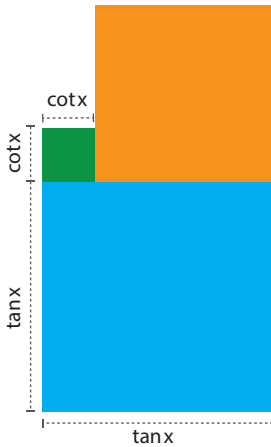
$$(\sin x)^2 - 2 \cdot \sin x \cdot \cos x + (\cos x)^2 = \frac{1}{2} \text{ olur. } \sin^2 x + \cos^2 x = 1 \text{ olduğundan}$$

$$1 - 2 \cdot \sin x \cdot \cos x = \frac{1}{2}, \sin x \cdot \cos x = \frac{1}{4} \text{ bulunur.}$$

Dolayısıyla dikdörtgen çerçevenin kapladığı alan $\frac{1}{4}$ milimetrekaredir.

2. Sıra Sizde

Aşağıda mavi, yeşil, turuncu kareler aralarında boşluk kalmayacak ve birbiri üzerine taşmayacak şekilde görseldeki gibi yerleştirilmiştir.



$0^\circ < x < 90^\circ$ olmak üzere derece cinsinden açı ölçüsü x olan mavi karenin bir kenarının uzunluğu $\tan x$, yeşil karenin bir kenarının uzunluğu $\cot x$ olarak veriliyor.

Mavi ve yeşil karelerin alanları toplamı 14 birimkare olduğuna göre turuncu karenin alanının kaç birimkare olduğunu bulunuz.



Konu ile ilgili etkileşimli içerik