11. Örnek

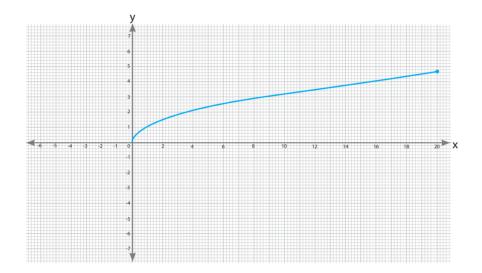
f: [0, 20] $\rightarrow \mathbb{R}$ f(x) = \sqrt{x} şeklinde tanımlı karekök fonksiyonu veriliyor.

Buna göre bu fonksiyonun

- a) Grafiğini çiziniz.
- b) Bire bir ve örtenliğini inceleyiniz.
- c) Sıfırlarını bulunuz ve işaretini inceleyiniz.
- ç) Artan-azalanlığını inceleyiniz.
- d) Verilen aralıkta fonksiyonun maksimum ve minimum değerlerini bulunuz.

Çözüm

a) Verilen tanım aralığı dikkate alınarak çizilmiş $f(x) = \sqrt{x}$ şeklinde tanımlı f fonksiyonunun grafiği aşağıdaki gibidir:



b) Tanım aralığındaki her farklı x değerlerine karşılık gelen f(x) değerleri de farklı olduğundan f bire birdir. Bir başka ifadeyle

 \forall a, b \in [0, 20] için a \neq b iken f(a) \neq f(b) veya f(a) = f(b) iken a = b dir.

Değer aralığındaki her f(x) değeri tanım aralığındaki en az bir x değerine karşılık gelmediğinden f fonksiyonu örten değildir.

c) $f(x) = \sqrt{x} = 0$ is $e^{-x} = 0$ olmalıdır.

$$\begin{array}{c|cccc} x & -\infty & 0 & \infty \\ \hline f(x) & Tanımsız & 0 & + & \end{array}$$

Fonksiyon tanımlı olduğu aralıkta daima pozitif değer alır.

- **ç)** Tanım aralığı içinde alınan a ve b değerleri için a < b \Rightarrow f(a) < f(b) olduğundan f fonksiyonu daima artan bir fonksiyondur.
- **d)** Fonksiyonun verilen aralıkta minimum değeri 0, maksimum değeri $2\sqrt{5}$ 'tir.