

23. Örnek

Bir tavuk çiftliğinde üretilen farklı büyüklükteki A ve B yumurtalarının maliyet fiyatları hesaplanmış ve kârı da A yumurtası için maliyet ile ters orantılı, B yumurtası için maliyetle doğru orantılı olarak belirlenmiştir. A yumurtasının maliyeti 2 TL iken kârı 8 TL, B yumurtasının maliyeti 2 TL iken kârı 2 TL olmaktadır. Tavuk çiftliğinin sahibi hangi tür yumurtanın hangi maliyetle üretildiğinde daha fazla kâr elde edebileceğini öğrenmek amacıyla bir inceleme yapmaktadır. Bunun için A ve B türündeki yumurtaların satışından elde edilen kârın maliyete bağlı değişimini gösteren fonksiyonlar sırasıyla f ve g ile modellenmiştir.

Buna göre

- f ve g fonksiyonlarının cebirsel temsilini bulunuz.**
- A ve B yumurtalarının satışından eşit miktarda kâr elde edebilmek için maliyetlerin kaç TL olması gerektiğini gösteren ifadenin cebirsel ve grafik temsilini yaparak her bir yumurtanın maliyetini hesaplayınız.**
- b maddesinde çizdiğiniz grafik temsilinden yararlanarak hangi maliyet aralığında A yumurtasının B yumurtasından daha kârlı olduğunu bulunuz. Bu ifadeye karşılık gelen eşitsizliğin cebirsel temsilini yapınız.**

Çözüm

- İki değişkenin değerleri değişirken çarpımları sabit kalıyorsa bu iki değişken birbiriyle **ters orantılıdır**.

A yumurtası için x maliyet, $f(x)$ kârdır. Kâr ile maliyet ters orantılı ise

$$f(x) = \frac{k}{x} \quad (k \in \mathbb{R} - \{0\}) \text{ olmalıdır.}$$

A yumurtasının maliyeti $x = 2$ TL iken kârı $f(x) = 8$ TL olduğuna göre $8 = \frac{k}{2}$ eşitliğinden $k = 16$ bulunur.

Buna göre f fonksiyonunun cebirsel temsili $f(x) = \frac{16}{x}$ olur.

İki değişkenin değerleri değişirken bu değişkenlerin oranları sabit kalıyorsa bu iki değişken birbiriyle **doğru orantılıdır**.

B yumurtası için x maliyet, $g(x)$ kârdır ve kâr ile maliyet doğru orantılı ise

$$g(x) = k \cdot x \quad (k \in \mathbb{R} - \{0\}) \text{ olmalıdır.}$$

B yumurtasının maliyeti $x = 2$ TL iken kârı $g(x) = 2$ TL olduğuna göre $2 = k \cdot 2$ ise $k = 1$ bulunur.

Buna göre g fonksiyonunun cebirsel temsili $g(x) = x$ olur.

- Üretilen A ve B yumurtalarının kârlarının eşit olması için $f(x) = g(x)$ olmalıdır.

$\frac{16}{x} = x$ ise $x^2 = 16$, $x = 4$ veya $x = -4$ bulunur. Maliyet pozitif bir değer olduğundan $x = 4$ olmalıdır.

Bu durumda A ve B yumurtalarından elde edilen kârların eşit olabilmesi için her iki ürünün maliyeti de 4 TL olmalıdır.

- Bu problem durumunun çözümünü grafik temsili ile yapmak için matematik yazılımında aşağıdaki adımlar gerçekleştirilir.

1. adım: Giriş bölümüne $f(x) = \frac{16}{x}$ yazılarak f fonksiyonunun grafiği çizilir.

2. adım: Giriş bölümüne $g(x) = x$ yazılarak g fonksiyonunun grafiği çizilir.

3. adım: Araçlar sekmesinden **Kesiştir** aracı seçilip f ve g fonksiyonlarının üstüne tıklanıldığında fonksiyonların kesiştiği nokta bulunur.