h) Rasyonel referans fonksiyonun bire bir fonksiyon olup olmadığını belirleyiniz.

ı) Rasyonel referans fonksiyonun tek-çift fonksiyon olma durumunu belirleyiniz.

i) Rasyonel referans fonksiyonun örten fonksiyon olup olmadığını belirleyiniz.

j) Rasyonel referans fonksiyonun maksimum-minimum noktalarının bulunup bulunmadığını belirleyiniz.

13. Örnek

$f: [2, 4] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x}$ şeklinde tanımlı f fonksiyonu veriliyor.

Buna göre f fonksiyonunun

a) Görüntü kümesini bulunuz.

b) Maksimum ve minimum değerlerini bulunuz.

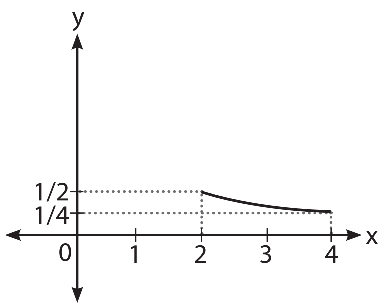
c) Bire birliğini inceleyiniz.

ç) Örtenliğini inceleyiniz.

d) Artan-azalanlığını inceleyiniz.

Çözüm

f fonksiyonunun tanım aralığı dikkate alınarak çizilmiş grafik temsili aşağıdaki gibidir:



a) f fonksiyonun grafiği incelendiğinde görüntü kümesi $\left[\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right]$ dır. f fonksiyonunun cebirsel temsili kullanılırsa $2 \leq x \leq 4 \Rightarrow \frac{1}{4} \leq \frac{1}{x} \leq \frac{1}{2}$ olacağından görüntü kümesi $\left[\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right]$ olarak bulunur.

b) f fonksiyonunun grafiği ve cebirsel temsili dikkate alındığında tanım kümesi [2, 4], görüntü kümesi $\left[\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right]$ dır. Bu durumda f fonksiyonu $x = 2$ noktasında maksimum değerini alır ve bu değer $\frac{1}{2}$'dir, $x = 4$ noktasında minimum değerini alır ve bu değer $\frac{1}{4}$'tür.

c) Tanım aralığındaki farklı x değerlerine karşılık gelen f(x) değerleri farklı olduğundan f, bire birdir. $\forall x_1, x_2 \in [2, 4]$ için $f(x_1) = f(x_2)$

$$\frac{1}{x_1} = \frac{1}{x_2}$$

$x_1 = x_2$ olduğundan f fonksiyonu bire birdir.

ç) Değer aralığındaki her f(x) değeri tanım aralığındaki en az bir x değerine karşılık gelmediğinden f fonksiyonu örten değildir. Görüntü Kümesi: $\left[\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right]$, Değer Kümesi: $\mathbb{R}$
f fonksiyonunun görüntü kümesi, değer kümesine eşit olmadığı için f örten değildir.

d) $\forall x_1, x_2 \in [2, 4]$ için $x_1 < x_2$ iken $f(x_1) > f(x_2)$ olduğundan f fonksiyonu azalandır.