17 . Örnek

Bilgi: Karekök hesaplama işlemi, sayısal algoritmalar kullanılarak ilk kez Babiller tarafından bulunmuştur (Flannery, 2006). Babil metodu olarak isimlendirilen bu yöntemde tekrarlama işlemi kullanılır. Babil metodu ile karekökle ifade edilmiş bir sayının yaklaşık değeri aşağıdaki gibi bulunur:

- Gerçek kök değerine mümkün olduğunca yakın başlangıç tahmini yapılır.
- x_n tahmin, başlangıç değeri x_0 ve $x_0 > 0$, a karekökü alınacak sayı olmak üzere

  $x_{n+1} = \frac{1}{2} \cdot (x_n + \frac{a}{x_n})$, n = 0, 1, 2, ...

formülü kullanılır ve belirlenen bir hata payına kadar tekrarlanarak bulunur.

Buna göre

a) $\sqrt{70}$ **sayısının yaklaşık değerini Babil metodu kullanarak bulunuz.**

b) **Babil metodu kullanılarak** $\sqrt{a}$ **sayısının yaklaşık değerini** $\pm$**0,001 hata payı ile bulan algoritmayı yazınız.**

Çözüm

a) Gerçek kök değerine mümkün olduğunca yakın başlangıç değeri alınması işlem adımlarını kısaltacağından

$x_0 = 8$ alınmalıdır.

$x_1 = \frac{1}{2} \cdot (8 + \frac{70}{8}) = 8{,}375$ bulunur. Daha hassas değer bulmak için bir adım ilerlenir ise

$x_2 = \frac{1}{2} \cdot (8{,}375 + \frac{70}{8{,}375}) \approx 8{,}3666$ bulunur.

b) $\sqrt{a}$ sayısının yaklaşık değerini Babil metodu ile bulmak için aşağıdaki adımlar izlenir:

1. adım: Karekök değerinin hesaplanacağı sayı belirlenir. Bu sayı a olsun.

2. adım: Belirlenen sayının gerçek karekök değerine yakın tahminî bir sayı girilir. Bu sayı x_0 olsun.

3. adım: İlk tahmin edilen sayıyı $x_{n+1} = \frac{1}{2} \cdot (x_n + \frac{a}{x_n})$, (n = 0, 1, 2, ...) formülünde kullanarak x_1 bulunur.

4. adım: Yinele. $|x_{n+1} - x_n| < 0{,}001$ değeri sıfıra yakın ise bitir değilse 3. adıma gidilir.

5. adım: Bitirilir.

10. Sıra Sizde

Tamkare İfadelerden Yararlanarak İrrasyonel Sayının Yaklaşık Değerini Bulma Yöntemi

$\sqrt{a}$ bir irrasyonel sayı ve b, a ya en yakın tamkare sayı olmak üzere $\sqrt{a}$ irrasyonel sayısının yaklaşık değeri $\frac{a+b}{2 \cdot \sqrt{b}} \approx \sqrt{a}$ ile bulunur.

Buna göre

a) $\sqrt{123}$ **sayısının yaklaşık değerini, tamkare ifadelerden yararlanarak irrasyonel sayının yaklaşık değerini bulma yöntemini kullanarak bulunuz.**