



7. Karesel referans fonksiyonun ve bu fonksiyondan türetilen fonksiyonların ters fonksiyonlarına ait önermelerinizi fonksiyonların tanım-değer kümesi, artan-azalanlık, maksimum-minimum noktaları, simetri özellikleri bağlamında değerlendiriniz.



20. Örnek

Bir su deposunun su ile doldurulması sırasında depodaki suyun yüksekliğinin (cm) zamana (dk.) bağlı değişimi $h(t) = t^2 + 2$ ile modellenmiştir.

Buna göre

- 0-15 (dk.) zaman aralığında depodaki suyun yüksekliğinin değişimini gösteren fonksiyonun grafik temsilini çizerek tanım ve görüntü kümesini bulunuz, fonksiyonun artan-azalan olma durumunu inceleyiniz.**
- Depo su ile doldurulurken geçen zamanın depodaki suyun yüksekliğine bağlı değişimini gösteren cebirsel temsili yazınız. Depodaki su yüksekliğinin 2-227 cm aralığında olduğunda geçen zamanın değişimini gösteren grafik temsilini çiziniz. Çizdiğiniz grafik temsiline göre tanım ve görüntü kümesini bulunuz, artan-azalan olma durumunu inceleyiniz.**

Çözüm

- a) $h(t) = t^2$ karesel referans fonksiyonun grafiği

y eksenı boyunca pozitif yönde 2 birim ötelenmesiyle $h(t) = t^2 + 2$ fonksiyonunun grafiği elde edilir.

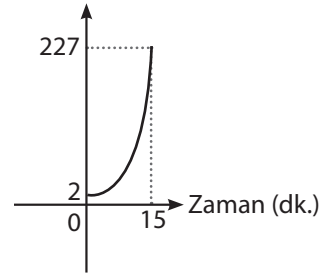
$$h(0) = 0^2 + 2 = 2 \text{ cm}$$

$$h(15) = 15^2 + 2 = 227 \text{ cm bulunur.}$$

İstenen grafik yan tarafta çizilmiştir. Grafik temsilinden hareketle h fonksiyonunun tanım kümesi $[0,15]$, görüntü kümesi $[2, 227]$ olur.

$\forall a, b \in [0,15]$ için $a < b$ iken $h(a) < h(b)$ olduğundan artan fonksiyon olduğu görülür.

Su Yüksekliği (cm)



- b) Deponun su ile doldurulması esnasında geçen zamanın depodaki suyun yüksekliğine bağlı değişimine ait cebirsel temsili bulmak için

$$h(t) = t^2 + 2 \text{ eşitliğinden } t \text{ çekilirse}$$

$$h - 2 = t^2$$

$t(h) = \sqrt{h - 2}$ bulunur. Bu temsil h fonksiyonunun tersi olduğundan t nin grafiği, h fonksiyonunun grafiğinin $y = x$ doğrusuna göre simetriği alınarak çizilebilir.

$t(h) = \sqrt{h - 2}$ fonksiyonunda su yüksekliğinin aldığı değerler tanım kümesini, deponun su ile doldurulması esnasında geçen zamanın aralığı ise görüntü kümesini ifade eder. Tanım Kümesi $[2, 227]$ ve görüntü kümesi $[0,15]$ olur.

$\forall a, b \in [2, 227]$ için $a < b$ iken $t(a) < t(b)$ olduğundan t artan fonksiyondur.

Zaman (dk.)

