

14. Örnek

$g: \mathbb{R} - \{-4\} \rightarrow \mathbb{R} - \{1\}$, $g(x) = \frac{1}{x+4} + 1$ şeklinde tanımlı g fonksiyonu veriliyor.

Buna göre

- g fonksiyonunun sıfırını bulunuz.
- g fonksiyonunun örten fonksiyon olup olmadığını bulunuz.
- g fonksiyonunun bire bir fonksiyon olup olmadığını bulunuz.
- g fonksiyonunun tekliği-çiftliğini belirleyiniz.

Çözüm

g fonksiyonunun grafiği $f(x) = \frac{1}{x}$ şeklinde tanımlı rasyonel referans fonksiyonunun grafiği yardımıyla çizilirse yandaki grafik elde edilir.

- $g(x) = 0$ eşitliğini sağlayan x değerleri bulunmalıdır. $\frac{1}{x+4} + 1 = 0 \Rightarrow \frac{1}{x+4} = -1$
 $1 = -x - 4 \Rightarrow x = -5$ fonksiyonun sıfırıdır.

- g fonksiyonunun grafik incelemesinden görüntü kümesi $\mathbb{R} - \{1\}$ bulunur. g fonksiyonunun görüntü kümesi ile değer kümesi eşit olduğundan g fonksiyonu örtendir.

- Cebirsel inceleme: $\forall x_1, x_2 \in \mathbb{R} - \{-4\}$ için
 $g(x_1) = g(x_2)$

$$\frac{1}{x_1+4} + 1 = \frac{1}{x_2+4} + 1$$

$$\frac{1}{x_1+4} = \frac{1}{x_2+4}$$

$$x_1 + 4 = x_2 + 4$$

$$x_1 = x_2 \text{ olduğundan } g \text{ fonksiyonu bire birdir.}$$

Referans Fonksiyonu Yardımıyla İnceleme: f rasyonel referans fonksiyonu bire birdir. g fonksiyonu f fonksiyonuna uygulanan dönüşümlerle elde edilmiş fonksiyon olduğundan bire bir olma durumuna etkisi yoktur. Dolayısıyla g fonksiyonu tanımlı olduğu aralıkta bire birdir.

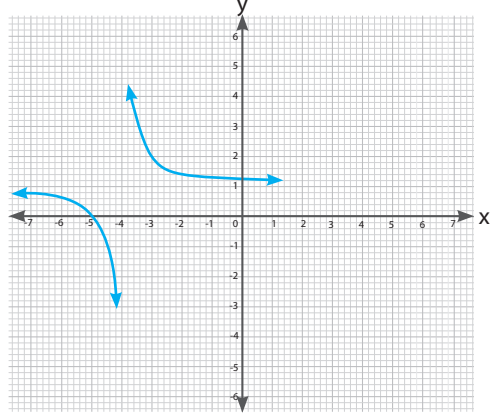
- Grafik İnceleme: g fonksiyonunun grafiği orijine göre simetrik olmadığından tek fonksiyon değildir, y eksenine göre simetrik olmadığından çift fonksiyon değildir.

$$\text{Cebirsel İnceleme: } g(-x) = \frac{1}{-x+4} + 1 \text{ 'dir.}$$

$g(-x) \neq g(x)$ olduğundan g fonksiyonu çift fonksiyon değildir.

$$g(-x) = \frac{1}{-x+4} + 1 \text{ ve } -g(x) = -\left(\frac{1}{x+4} + 1\right)$$

funksiyonlarına göre $g(-x) \neq -g(x)$ olduğundan g fonksiyonu tek fonksiyon değildir.



12. Sıra Sizde

$g: \mathbb{R} - \{-1\} \rightarrow \mathbb{R} - \{0\}$, $g(x) = \frac{4}{x+1}$ şeklinde tanımlı g fonksiyonu veriliyor.

Buna göre

- g fonksiyonunun (varsa) sıfırını bulunuz.

- g fonksiyonunun örtenliğini inceleyiniz.