

6. Örnek

$f: [-3, 2] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2$ şeklinde tanımlı karesel fonksiyonu veriliyor.

Buna göre f fonksiyonunun grafiğini çizerek

- Fonksiyonun görüntü kümesini belirleyiniz.
- Fonksiyonun işaretini inceleyiniz.
- Fonksiyonun sıfırını inceleyiniz.
- Fonksiyonun artan ve azalan olduğu aralıkları belirleyiniz.
- Maksimum-minimum değerlerini ve bu değerleri aldığı noktaları bulunuz.
- Fonksiyonun bire birliğini inceleyiniz.
- Fonksiyonun örtenliğini inceleyiniz.

Çözüm

$f: [-3, 2] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2$ şeklinde tanımlı karesel fonksiyonunun grafiği yandaki gibidir:

Buna göre fonksiyonun

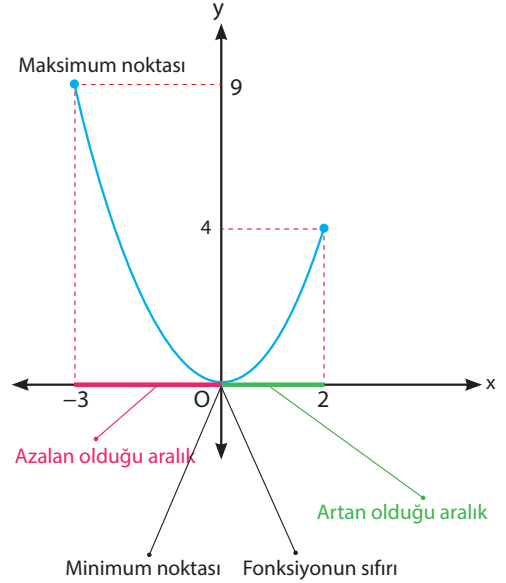
- Görüntü kümesi $[0, 9]$ dir.

x	$-\infty$	-3	0	2	∞
x^2	Tanımsız		0		Tanımsız
			+	+	

$\forall x \in [-3, 0) \cup (0, 2]$ için $f(x) > 0$ olduğundan fonksiyonun bu aralıkta işareti pozitifdir.

NOT: İşaret tablosunda eşit iki kök çift sıfır ile gösterilir.

- $x = 0$ için $f(x) = 0$ olduğundan fonksiyonun sıfırı 0'dır.
- $\forall x \in [-3, 0]$ için $a > b$ iken $f(a) < f(b)$ olduğundan $[-3, 0]$ nda azalan, $\forall x \in [0, 2]$ için $a > b$ iken $f(a) > f(b)$ olduğundan $[0, 2]$ nda artandır.
- Fonksiyonun maksimum değeri 9'dur. Fonksiyon maksimum değerini $x = -3$ noktasında alır. Fonksiyonun minimum değeri 0'dır. Fonksiyon minimum değerini $x = 0$ noktasında alır.
- Değer aralığındaki bazı $f(x)$ değerlerine karşılık gelen farklı x değerleri olduğundan f bire bir değildir. Örneğin $f(-2) = f(2) = 4$ iken $-2 \neq 2$ olduğundan bire bir değildir.
- Değer kümesindeki her $f(x)$ değeri tanım aralığındaki en az bir x değerine karşılık gelmediğinden f fonksiyonu tanımlandığı aralıkta örten değildir. Örneğin $10 = f(a)$ olacak şekilde $a \in [-3, 2]$ yoktur.



5. Uygulama



Gerçek Sayılarda Tanımlı $f(x) = x^2$ Karesel Referans Fonksiyonundan Türetilen $g(x) = a \cdot f(x \pm r) \pm k$ ($a, r, k \in \mathbb{R}, a \neq 0$) Karesel Fonksiyonunun Nitel Özellikleri

Aşağıda istenenleri gerçekleştirerek soruları yanıtlayınız.

- Matematik yazılımlarını kullanarak aşağıda istenenleri gerçekleştiriniz.

- 1. adım:** Araçlar menüsünden **Sürgü** aracını seçiniz. Sayısal değerler alan a, r, k sürgülerini tanımlayarak aralığı -5 ile 5 olarak seçiniz.
- 2. adım:** Cebir menüsünden **Giriş** bölümüne $f(x) = a \cdot (x + r)^2 + k$ yazarak giriş yapınız.
- 3. adım:** Sürgüleri $a = 1, r = 0, k = 0$ seçerek $f(x) = x^2$ karesel referans fonksiyonunun grafiğini çizin.