



নবম-দশম শ্রেণি

উচ্চতর গণিত

অধ্যায় ১

বীজগাণিতিক রাশি

রাকিব ভাইয়া

**চলক (Variable):**

$x, y, z$

**ধ্রুবক (Constant):** 1,  $2\cdot14$ ,  $\sqrt{2}$

$\pi, e$

$a, b, c$

# বীজগাণিতিক রাশি

Operator :

+ , - ,  $\times$  ,  $\div$

$$x^2 + 3x + 2$$

$$x^2 + 2 \div \times$$

$$x^2 + 2xy + y^2$$

# বহুপদী



$$\underbrace{f(x)}_{\sim} = a_0 x^0 + a_1 x^1 + a_2 x^2 + a_3 x^3 + \dots + a_{n-1} x^{n-1} + a_n x^n$$

$$a_n x^n$$

constant                       $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

# বহুপদী

$$f(x) = a_0x^0 + a_1x^1 + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_{n-1}x^{n-1} + a_nx^n$$

□ বহুপদী হওয়ার শর্তাবলিঃ

$$n = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$$

~~(i)~~ প্রতিটি পদে চলকের ঘাত **অবগাত্মক পূর্ণসংখ্যা** হবে।

$$f(x) = - - -$$

~~(ii)~~ পদসংখ্যা হবে সসীম।

১। নিচের কোন রাশিগুলো **X** এর বহুপদী তা নির্ণয় করঃ

i.  $x^2 - 3x^1 + 4 \cdot x^0$

ii.  $x^1$

iii.  $0 = 0 \cdot x^1 = 0 \cdot x^2 = 0 \cdot x^{\frac{1}{2}}$

iv.  $5 \cdot 1 = 5 \cdot x^0$

v.  $\sqrt{x} + x^5 + 3 \quad x^{\frac{1}{2}}$

vi.  $\left(\frac{1}{x}\right) + 3x + x^2 \quad x^{-1}$

i)

ii)  $n = 0, 1, 2, 3$

## একাধিক চলকের বহুপদী

□ বহুপদী হওয়ার শর্তাবলিঃ

(i) প্রতিটি পদে প্রত্যেক চলকের ঘাত অর্ধণাত্বক পূর্ণসংখ্যা হবে।

(ii) পদসংখ্যা হবে সসীম।

$$f(x) = x^3 + 3x^2 + 4$$

$$f(x, y) = x^2y^1 + x^1y^1 + x^1 \quad \checkmark$$

$$\times f(x, y) = x^2y^{3/2} + xy + x^2$$

২। নিচের কোনটি বহুপদী নির্ণয় কর।

(১)  $2x^3$  ✓

(২)  $7 - 3a^3$  ✓

(৩)  $x^3 + x^{-2}$

(৪)  $\frac{a^2+a}{a^3-a}$

(৫)  $5x^2 - 2xy + 3y^2$

(৬)  $6a + 3b$

(৭)  $c^2 + \frac{2}{c} - 3$

(৮)  $3\sqrt{n-4}$

(৯)  $2x(x^2 + 3y)$

(১০)  $3x - (2y + 4z)$

~~(১১)  $\frac{6}{x} + 2y$~~

$\hookrightarrow 6x^{-1}$

(১২)  $\frac{3}{4}x - 2y$

## ৩। কোন ফাংশনটি বহুপদী ?

[সকল বোর্ড-২০১৮]

~~A.~~  $2x^2 - 5\sqrt{x} + 1$

~~B.~~  $x^3 - \left(\frac{3}{x^2}\right) + 4x + 1$

~~C.~~  $x^3 + 2x^2 - 3x + x^{-1}$

~~D.~~  $2x^2 - x + 1$

৪। যদি  $P(x) = 3x^3 + 2x^2 - 7x + 8$  হয়, তবে  $P(2)$ ,  $P(-2)$  এবং  $P(\frac{1}{2})$  এর মান নির্ণয় কর।

$$P(2) = 3(2)^3 + 2(2)^2 - 7 \times 2 + 8$$

$$= 26$$

$$P(-2) = 6 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\}$$

$$P\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{43}{8}$$

## বহুপদী রাশি - মাত্রা, মুখ্যপদ ও ফ্রবপদ

$$P(x) = 7x^4 + 8x^3 - 6x^2 - 7x^0$$

মাত্রা/ঘাতঃ ৪

$$a_n x^n$$

মুখ্যপদঃ  $7x^4$

মুখ্যসহগঃ ৭

ফ্রবপদঃ -৭

## বহুপদী রাশি - মাত্রা, মুখ্যপদ ও ফ্রিপদ

$$P(x) = 7x^4 + 8x^3 - 6x^2 + 7x + 0$$

মাত্রা/ঘাতঃ ৪

মুখ্যপদঃ  $7x^4$

মুখ্যসহগঃ ৭

ফ্রিপদঃ ০

## বহুপদী রাশি - মাত্রা, মুখ্যপদ ও ফ্রবপদ

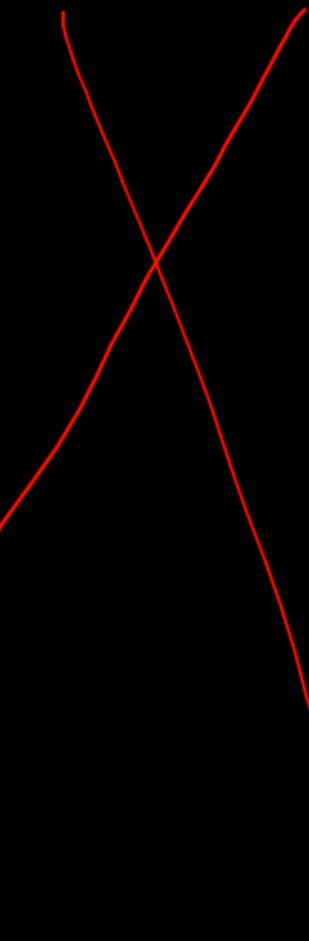
$$P(x) = 7x^4 + 8x^3 - 6x^2 + \boxed{\frac{7}{x}} \times$$

মাত্রা/ঘাতঃ ৪

মুখ্যপদঃ  $7x^4$

মুখ্যসহগঃ ৭

ফ্রবপদঃ ০



## বহুপদী রাশি - মাত্রা, মুখ্যপদ ও ফ্রেমপদ

$$3+4=7$$

⑥

⑤

②

⑥

$$P(x, y) = \boxed{7x^3y^4} - 7x^4y^2 + 3x^1y^4 - 6x^7 + 3$$

মাত্রা/ঘাতঃ ৭

মুখ্যপদঃ  $7x^3y^4$

মুখ্যসহগঃ ৭

ফ্রেমপদঃ ৩

## বহুপদী রাশি - মাত্রা, মুখ্যপদ ও ফ্রিপদ



③

④

①

②

⑥

$$P(x) = 7x^3y^4 - 7x^4y^2 + 3x^1y^4 - 6x^7 + 3 + y^2$$

মাত্রা/ঘাতঃ ৭

মুখ্যপদঃ  $-7x^4y^2$

মুখ্যসহগঃ  $-7y^2$

ফ্রিপদঃ  $3 + y^2$

৫। নিচের বহুপদীগুলোতে চলকের সংখ্যা ও মাত্রা নির্ণয় করঃ

(১)  $x^2 + 10x + 5$  (১, ২)      (২)  $3a + 2b$  (২, ১)      (৩)  $4xyz$

(৪)  $2m^2n - mn^2$       (৫)  $7a + b - 2$       (৬)  $6a^2b^2c^2$

(৩, ৬)

$a, b, c$  {  
 $x, y, z$  }

৬।  $\frac{x^3-8}{x-2}$  বহুপদীর মাত্রা নির্ণয় কর।

[কু. বো. '১৭-সূজনশীল(৩ক)]

$$= \frac{x^3 - 2^3}{x - 2}$$

$$= \frac{(x-2)(x^2 + 2x + 4)}{(x-2)}$$

$$= x^2 + 2x + 4$$

মুক্তি : ২

৭।  $9x^4y^3 - 8x^6 + 4xy^3 + 7$  বহুপদীর **ঘাত** কত ?

৭

[JU:09-10]

A. 6

B. 7

C. 4

D. 3

৮।  $P(x) = x^3 - mx^2 + 3x - 1$  একটি বহুপদী।

বহুপদীটি তে -

[য.বো.২০]

(i) মূখ্য সহগ ও ধ্রুবপদের সমষ্টি শূন্য       $1 - 1 = 0$

(ii) বহুপদী মাত্রা ৩

(iii) শূন্য মাত্রাযুক্ত পদকে ধ্রুবপদ বলে

$$-1 \cdot x^0$$

A. i , ii

B. i , iii

C. ii , iii

D. i , ii , iii

## ১। শূন্য বহুপদীর মাত্রা কত?

[দি.বো.২০]

$$\begin{aligned}
 0 &= 0 \cdot x^{\textcircled{2}} \\
 &= 0 \cdot x^{\textcircled{1}} \\
 &= 0 \cdot x^{\textcircled{0}} \\
 &= 0 \cdot x^{\frac{1}{2}} \times \\
 &= 0 \cdot x^{-1} \times
 \end{aligned}$$

A. 0

B. 1

C. যে কোনো সংখ্যা

D. অসংজ্ঞায়িত

১০।  $P(x) = \underbrace{z^6}_0 + \underbrace{y^4}_0 - \underbrace{y^2 z^3}_0$  বহুপদীটির মাত্রা কত ?

$$z^6 \cdot x^0$$

A. 6

B. 5

C. 4

D. 0

## বহুপদীর যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগ

$P(x), Q(x) \longrightarrow$  polynomial

i)  $P(x) + Q(x) \longrightarrow$  polynomial

ii)  $P(x) - Q(x) \longrightarrow$  polynomial

iii)  $P(x) * Q(x) \longrightarrow$  polynomial

iv)  $P(x) \div Q(x) \longrightarrow$  polynomial /

Not polynomial

$x^3, x^4$

$$\frac{x^4}{x^3} = x$$

$$\frac{x^3}{x^4} = \frac{1}{x} \times$$

## ভাগশেষ উপপাদ্য

যদি  $a$  যেকোনো একটি ধ্রুবক হয় তবে  $f(x)$  বহুপদীকে  $x - a$  দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ  $f(a)$  হয়।

$$\frac{(x-a) f(x)}{f(a)}$$

$$2) \begin{array}{r} 5 \\ \times 4 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\begin{aligned} x-a &= 0 \\ \Rightarrow x &= a \\ f(a) &= \text{ভাগশেষ} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3x+2a &= 0 \\ \Rightarrow 3x &= -2a \\ \Rightarrow x &= -\frac{2a}{3} \\ 3x+2a & f(a) \Big( \\ & \hline f(-\frac{2a}{3}) \end{aligned}$$

১১।  $4x^3 + 2x^2 + 3x - 6$  কে  $x - 1$  দ্বারা ভাগশেষ, ভাগশেষ উপপাদ্য প্রয়োগ করে নির্ণয় কর।

$$f(x) = 4x^3 + 2x^2 + 3x - 6$$

$$\begin{aligned} x - 1 &= 0 \\ \Rightarrow x &= 1 \end{aligned}$$

$$\text{Remainder} = f(1)$$

$$= 4 + 2 + 3 - 6$$

$$= 3$$

$$3x + 2 = 0$$

$$\Rightarrow x = -\frac{2}{3}$$

$$f\left(-\frac{2}{3}\right) = ?$$

১২। যদি  $P(y) = 5y^3 + 6y^2 - Ky + 8$  কে  $y - 2$  দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ ১৪ হয় তবে K এর মান কত? [দি.বো-১৭,১৯, চ.বো.২০]

$$P(2) = 14$$

$$\Rightarrow 5 \cdot 2^3 + 6 \cdot 2^2 - K \cdot 2 + 8 = 14$$

$$\Rightarrow 2K = 58$$

$$\Rightarrow K = 29$$

A. 29

B. 30

C. 32

D. 58

## উৎপাদক উপপাদ্য

যদি  $f(x)$  একটি বহুপদী হয় এবং  $f(a) = 0$  হয় তবে বহুপদী  $f(x)$  এর একটি উৎপাদক  $x - a$  হয়।

$$x-a ) f(x) ($$

$$f(a) = 0$$

$\overline{f(a)}$

$(x-a), f(x)$  এর একটি উৎপাদক

$$15 \rightarrow ⑤$$

$$\begin{array}{r} 5) 15(3 \\ \hline 15 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} f(-\frac{3a}{2}) = 0 \\ x - (-\frac{3a}{2}) \\ = (x + \frac{3a}{2}) \end{array} \right.$$

১৩। উৎপাদক উপপাদ্যের সাহায্যে দেখাও যে,  $2x^3 - 2bx^2 - 2b^2x - 4b^3$  এর একটি উৎপাদক

$$\overbrace{x - 2b}$$

$$f(x) = 2x^3 - 2bx^2 - 2b^2x - 4b^3$$

$$f(2b) = 2 \cdot (2b)^3 - 2b \cdot (2b)^2 - 2b^2 \cdot (2b) - 4b^3$$

$$= 16b^3 - 8b^3 - 4b^3 - 4b^3$$

$$= 0$$

১৪।  $k^2x^4 - 3kx^2 + 2$  যদি  $x = 1$  দ্বারা বিভাজ্য, তাহলে  $k$  এর মান নির্ণয় কর?

$$f(x)$$

[CU:10-11]

$$f(1) = 0$$

A. 130

$$\Rightarrow k^2 - 3k + 2 = 0$$

B. 2

$$\Rightarrow k^2 - 2k - k + 2 = 0$$

C. 0

$$\Rightarrow (k-2)(k-1) = 0$$

$$\Rightarrow k = 1, 2$$

✓D. 1 অথবা 2

১৫।  $P(y) = y^3 + 2y^2 - 5y - 6$  হলে, নিচের কোনটি  $P(y)$  এর একটি উৎপাদক ?

[চ.বো.১৯, কু.বো.২০]

A.  $y - 3$

B.  $y - 1$

C.  $y + 2$

D.  $y + 3$

H.  $\omega$

## উৎপাদকে বিশ্লেষণ

### ১৬। উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর:

$$f(x) = x^3 + 2x^2 + 2x + 1$$

$$= x^3 + x^2 + x^2 + x + x + 1$$

$$= x^2(x+1) + x(x+1) + 1(x+1)$$

$$= (x+1)(x^2+x+1)$$

$$f(x)$$

$$x = \pm 1, \pm 2, \pm 3$$

$$x = -1 :$$

$$f(-1) = -1 + 2 - 2 + 1 = 0$$

$(x+1)$ ,  $f(x)$  এর একটি কৃত্যাক্ষ

## ১৭। উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর:

$$f(x) = x^4 + 7x^3 + 17x^2 + 17x + 6$$

$$= x^4 + x^3 + 6x^3 + 6x^2 + 11x^2 + 11x + 6x + 6$$

$$= x^3(x+1) + 6x^2(x+1) + 11x(x+1) + 6(x+1)$$

$$= (x+1) \boxed{x^3 + 6x^2 + 11x + 6}$$

$$= (x+1) \{ x^3 + x^2 + 5x^2 + 5x + 6x + 6 \}$$

$$= (x+1) \{ x^2(x+1) + 5x(x+1) + 6(x+1) \}$$

$$x = -1$$

$$\begin{aligned} f(-1) &= 1 - 7 + 17 - 17 + 6 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$(x+1)$$

$$P(x) = x^3 + 6x^2 + 11x + 6$$

$$x = -1 \therefore P(-1) = -1 + 6 - 11 + 6$$

$$(x+1)$$

$$= 0$$

## ১৭। উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর:

$$f(x) = x^4 + 7x^3 + 17x^2 + 17x + 6$$

$$= x^4 + x^3 + 6x^3 + 6x^2 + 11x^2 + 11x + 6x + 6$$

$$= x^3(x+1) + 6x^2(x+1) + 11x(x+1) + 6(x+1)$$

$$= (x+1) \boxed{x^3 + 6x^2 + 11x + 6}$$

$$= (x+1) \{ x^3 + x^2 + 5x^2 + 5x + 6x + 6 \}$$

$$= (x+1) \left\{ x^2(x+1) + 5x(x+1) + 6(x+1) \right\}$$

$$= (x+1)^2 (x^2 + 5x + 6)$$

$$= (x+1)^2 \{ x^2 + 3x + 2x + 6 \}$$

$$= (x+1)^2 \{ x(x+3) + 2(x+3) \}$$

$$= (x+1)^2 (x+2)(x+3)$$

## ১৮। উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর:

$$4a^4 + 12a^3 + 7a^2 - 3a - 2$$

$$= (2a+1)(2a-1)(a+1)(a+2)$$

## ২০। উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর:

$$x(y^2 + z^2) + y(z^2 + x^2) + z(x^2 + y^2) + 3xyz$$

$$= \boxed{xy^2} + \boxed{xz^2} + \boxed{yz^2} + \boxed{xy^2} + \boxed{x^2z} + \boxed{y^2z} + 3xyz$$

$$= (xy^2 + xz^2 + yz^2) + xz^2 + x^2z + xy^2 + yz^2 + y^2z + xyz$$

$$= xy(x+y+z) + xz(x+y+z) + yz(x+y+z)$$

$$= \underbrace{(x+y+z)}_{\text{}} \underbrace{(xy+yz+zx)}_{\text{}}$$

২৪।  $(b+c)(c+a)(a+b) + abc$  কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।



$$= (bc + ab + c^2 + ac)(a+b) + abc$$

$$= \boxed{abc} + \boxed{a^2b} + \boxed{ac^2} + \boxed{a^2c} + \boxed{bc^2} + \boxed{ab^2} + \boxed{bc^2} + \boxed{abc} + \boxed{abc}$$

$$= (a^2b + ab^2 + abc) + (ac^2 + a^2c + abc) + (b^2c + bc^2 + abc)$$

$$= ab(a+b+c) + ac(a+b+c) + bc(a+b+c)$$

$$= \underbrace{(a+b+c)}_{\sim} \underbrace{(ab+bc+ca)}_{\sim}$$

## বিভিন্ন প্রকার বহুপদী

**সমমাত্রিক বহুপদী:** কোনো বহুপদীর প্রত্যেক পদের মাত্রা একই হলে, একে সমমাত্রিক বহুপদী (homogenous polynomial) বলা হয়।

✓  $P(x, y) = x^3 + 3x^2y + xy^2 + y^3$

✗  $P(x, y) = x^2 - 2xy + y$

**প্রতিসম রাশি (Symmetric Expression):** **একাধিক চলক** সংবলিত কোনো বীজগাণিতিক রাশির যেকোনো দুইটি চলক স্থান বিনিময়ে যদি রাশিটি অপরিবর্তিত থাকে, তবে রাশিটিকে ঐ চলকসমূহের প্রতিসম (symmetric) রাশি বলা হয়।

$$\left\{ \begin{array}{l} P(x, y) = x + y \\ P(y, x) = y + x \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned} P(x, y, z) &= x^2 + y^2 + z^2 \\ P(y, x, z) &= y^2 + x^2 + z^2 \\ P(z, y, x) &= z^2 + y^2 + x^2 \\ P(x, z, y) &= x^2 + z^2 + y^2 \end{aligned}$$

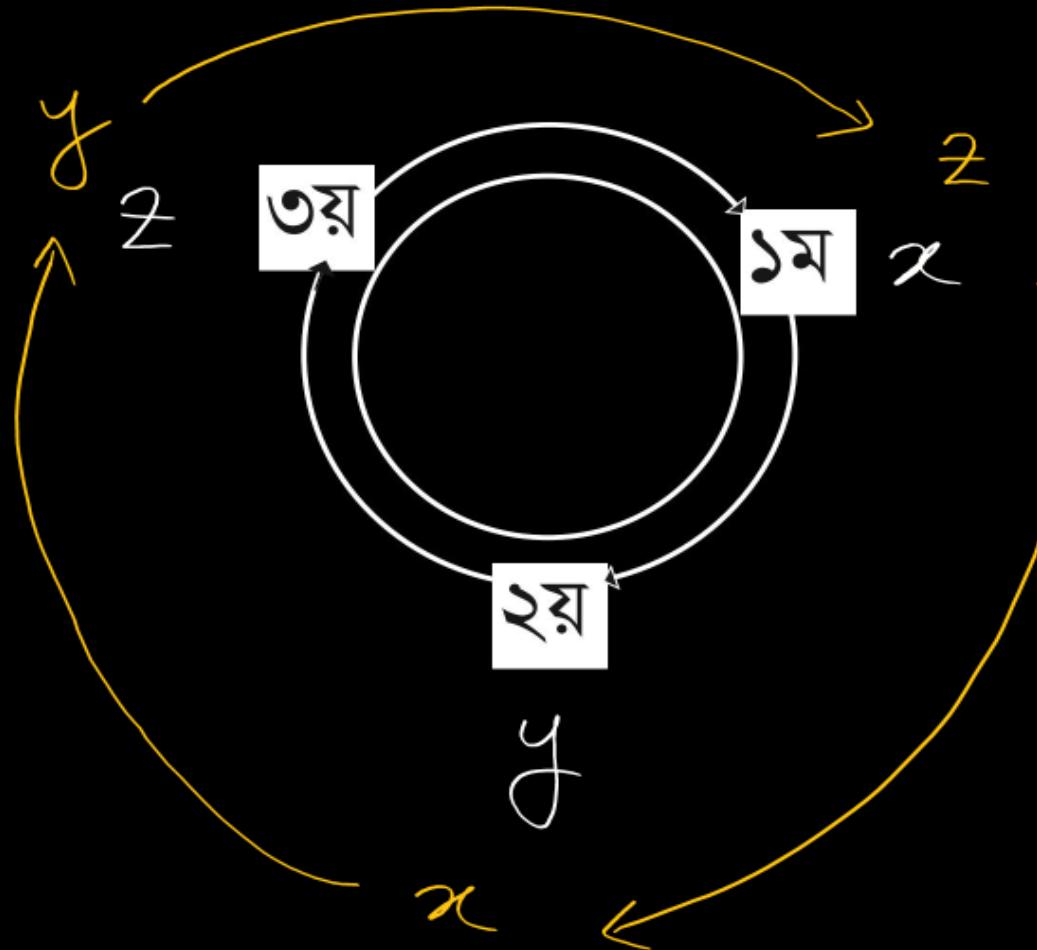
$$\begin{aligned} P(x, y) &= x^2 - y^2 \\ P(y, x) &= y^2 - x^2 \end{aligned} \quad \times$$

## চক্র-ক্রমিক রাশি (Cyclic Expression) :

$$\rightarrow P(x, y, z)$$

$$P(z, x, y)$$

$$P(y, z, x)$$



**চক্র-ক্রমিক রাশি (Cyclic Expression) :** তিনটি চলক সংবলিত কোনো রাশিতে প্রথম চলক দ্বিতীয় চলকের, দ্বিতীয় চলক তৃতীয় চলকের এবং তৃতীয় চলক প্রথম চলকের স্থলে বসালে রাশিটি যদি পরিবর্তিত না হয়, তবে রাশিটিকে ঐ তিন চলকের উল্লিখিত ক্রমে একটি চক্র-ক্রমিক রাশি বা চক্র প্রতিসম রাশি (cyclically symmetric expression) বলা হয়। চলকগুলোর স্থান পরিবর্তন নিচের চিত্রের মত চক্রাকারে করা হয় বলেই এরূপ রাশিকে চক্র-ক্রমিক রাশি বলা হয়ে থাকে।



$$P(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$$

$$P(x, y, z) = x^3 + y^3 + z^3$$

$$P(x, y, z) = \textcolor{blue}{xy} + \textcolor{blue}{yz} + \textcolor{blue}{zx}$$

$$\left. \begin{array}{l} P(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 \\ P(z, x, y) = z^2 + x^2 + y^2 \\ P(y, z, x) = y^2 + z^2 + x^2 \end{array} \right\}$$

$$P(x, y, z) = x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$$

$$P(x, y, z) = xy(x-y) + yz(y-z) + zx(z-x)$$

$$P(x, y, z) = (x-y)(y-z)(z-x)$$

$$P(x, y, z) = \frac{x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{z}{x}$$

$$P(x, y, z) = \frac{x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{z}{x}$$

$$P(z, x, y) = \frac{z}{x} + \frac{x}{y} + \frac{y}{z}$$

$$P(y, z, x) = \frac{y}{z} + \frac{z}{x} + \frac{x}{y}$$

$$P(x, y, z) = \frac{x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{z}{x}$$

≠

$$P(y, x, z) = \frac{y}{x} + \frac{x}{z} + \frac{z}{y}$$

২১।  $P(x, y, z) = x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$  হলে -

- (i)  $P(x, y, z)$  চক্রক্রমিক রাশি
- (ii)  $P(x, y, z)$  প্রতিসম রাশি
- (iii)  $P(1, -2, 1) = 0$

$$P(1, -2, 1) = 1 \cdot -8 + 1 \cdot -3 \cdot 1 \cdot (-2)$$

$$= 0$$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i, ii

খ) i, iii

গ) ii, iii

ঘ) i, ii, iii

୨୨।  $\frac{x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{z}{x}$  ରାଶିଟି -

- (i) ସମମାତ୍ରିକ ✓
- (ii) ପ୍ରତିସମ ✗
- (iii) ଚକ୍ରକ୍ରମିକ ✓

A. i , ii

✓ B. i , iii

C. ii , iii

D. i , ii , iii

$$P(a, b, c) = \underline{\hspace{2cm}}$$

=

$$= (a-b)(b-c)(c-a)$$

$$P(a, b, c) = k(a+b+c)$$

$$P(a, b, c) = m(a^2+b^2+c^2) + k(ab+bc+ca)$$

## উৎপাদকে বিশ্লেষণ

এ প্রসঙ্গে উল্লেখ্য যে,  $a, b, c$  চলকের

$$P(a, b, c)$$

ক) কোনো চক্র-ক্রমিক বহুপদীর  $\underbrace{(a - b)}$  একটি উৎপাদক হলে,  $\underbrace{(b - c)}$  এবং  $\underbrace{(c - a)}$  ও একই চক্র-ক্রমিক বহুপদীর উৎপাদক হবে।

খ) এক মাত্রার ও দুই মাত্রার সমমাত্রিক চক্র-ক্রমিক বহুপদী যথাক্রমে  $k(a + b + c)$  ও  $k(a^2 + b^2 + c^2) + m(ab + bc + ca)$  যেখানে :  $k$  ও  $m$  ঋণক।

গ) দুইটি বহুপদী যদি এমন হয় যে, চলকগুলোর সকল মানের জন্য এদের মান সমান হয়, তবে বহুপদী দুইটির অনুরূপ পদ দুইটির সহগ পরস্পর সমান হবে।

২৩।  $[bc(b-c) + ca(c-a) + ab(a-b)]$  কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

$$a = b :$$

$$\begin{aligned} & bc(b-c) + ca(c-a) + ab(a-b) \\ &= bc(b-c) - bc(b-c) + 0 \end{aligned}$$

$$(a-b)$$

$$\begin{aligned} & bc(b-c) + ca(c-a) + ab(a-b) \\ &= K(a-b)(b-c)(c-a) \quad \text{--- (i)} \end{aligned}$$

$$a=1, b=2, c=0$$

$$0+0+2 \cdot (-1) = K(-1)(2)(-1)$$

$$-2 = 2K$$

$$\boxed{K = -1}$$

$$-(a-b)(b-c)(c-a)$$

$$\begin{array}{c} a \rightarrow b \rightarrow c \\ \curvearrowright \end{array}$$

$$\begin{aligned} f(x) : x &= a \\ &\Rightarrow (x-a) \end{aligned}$$

২৫। উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর:

$$x(y^2 + z^2) + y(z^2 + x^2) + z(x^2 + y^2) + 3xyz$$

## ২৬। উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর:

$$(x+1)^2(y-z) + (y+1)^2(z-x) + (z+1)^2(x-y) = P(x, y, z)$$

$x=y :$

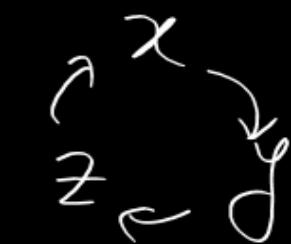
$(x-y)$

$$(x+1)^2(y-z) + (y+1)^2(z-x) + (z+1)^2(x-y)$$

$$= K(x-y)(y-z)(z-x) \quad \text{--- (i)}$$

$x=1, y=2, z=0 :$

$$K = -1$$



## ২৭। উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর:

$$b^2c^2(b^2 - c^2) + c^2a^2(c^2 - a^2) + a^2b^2(a^2 - b^2)$$

$$= y^2(y-z) + z^2(z-x) + x^2(x-y)$$

$$= -(x-y)(y-z)(z-x)$$

$$= -(a^2-b^2)(b^2-c^2)(c^2-a^2)$$

$$= -(a+b)(a-b)(b+c)(b-c)(c+a)(c-a)$$

$$\begin{matrix} a \\ c \\ b \end{matrix}$$

$$\hat{a} = x$$

$$\hat{b} = y$$

$$\hat{c} = z$$

# সরলীকরণ

২৮। সরল কর:

$$\frac{a^2}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^2}{(b-c)(b-a)} + \frac{c^2}{(c-a)(c-b)}$$

$$= -\frac{a^2}{(a-b)(c-a)} - \frac{b^2}{(b-c)(a-b)} - \frac{c^2}{(c-a)(b-c)}$$

$$= -\frac{a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b)}{(a-b)(b-c)(c-a)}$$

$$= -\frac{-(a-b)(b-c)(c-a)}{(a-b)(b-c)(c-a)} = 1$$

$a-b$   
 $b-c$   
 $c-a$   
 $\swarrow$   
 $\searrow$   
 $\curvearrowright$   
 $\curvearrowleft$

୨୯। ସରଳ କର:  $\frac{(a+b)^2 - ab}{(b-c)(a-c)} + \frac{(b+c)^2 - bc}{(c-a)(b-a)} + \frac{(c+a)^2 - ac}{(a-b)(c-b)}$

$$= -\frac{a^2 + ab + b^2}{(b-c)(c-a)} - \frac{b^2 + bc + c^2}{(c-a)(a-b)} - \frac{c^2 + ac + a^2}{(a-b)(b-c)}$$

$a$   
 $c$   
 $b$

$$= -\frac{(a-b)(a^2 + ab + b^2) + (b-c)(b^2 + bc + c^2) + (c-a)(c^2 + ac + a^2)}{(a-b)(b-c)(c-a)}$$

$$= -\frac{a^3 - b^3 + b^3 - c^3 + c^3 - a^3}{(a-b)(b-c)(c-a)}$$

$$= 0$$

৩০। সরল কর:  $\frac{1}{x+a} + \frac{2x}{x^2+a^2} + \frac{4x^3}{x^4+a^4} + \boxed{\frac{8x^7}{a^8-x^8}}$

$$= \frac{1}{x+a} + \frac{2x}{x^2+a^2} + \boxed{\frac{4x^3}{x^4+a^4} + \frac{8x^7}{(a^4+x^4)(a^4-x^4)}}$$

$$= \frac{1}{x+a} + \frac{2x}{x^2+a^2} + \frac{4x^3(a^4-x^4)+8x^7}{(a^4+x^4)(a^4-x^4)}$$

$$= \frac{1}{x+a} + \frac{2x}{x^2+a^2} + \frac{4x^3(a^4-x^4+2x^4)}{(a^4+x^4)(a^4-x^4)}$$

$$= \frac{1}{x+a} + \frac{2x}{x^2+a^2} + \frac{4x^3}{a^4-x^4}$$

$$= \frac{1}{x+a} + \frac{2x}{x^2+a^2} + \frac{4x^3}{(a^2+x^2)(a^2-x^2)}$$

$$(a^4)^2 - (x^4)^2$$

$$= \frac{1}{x+a} + \frac{2x(a^2-x^2)+4x^3}{(a^2+x^2)(a^2-x^2)}$$

$$= \frac{1}{x+a} + \frac{2x(a^2-x^2+2x^2)}{(a^2+x^2)(a^2-x^2)}$$

$$= \frac{1}{x+a} + \frac{2x}{a^2-x^2}$$

$$= \frac{1}{x+a} + \frac{2x}{(a+x)(a-x)}$$

$$= \frac{(a-x+2x)}{(a+x)(a-x)} = \frac{1}{a-x}$$

৩১। সরল কর:  $\frac{a^2 - (b-c)^2}{(a+c)^2 - b^2} + \frac{b^2 - (c-a)^2}{(a+b)^2 - c^2} + \frac{c^2 - (a-b)^2}{(b+c)^2 - a^2}$

$$= \frac{(a-b+c)(a+b-c)}{(a+b+c)(a+c-b)} + \frac{(b-c+a)(b+c-a)}{(a+b+c)(a+b-c)} + \frac{(c+a-b)(c-a+b)}{(b+c+a)(b+c-a)}$$

$$= \frac{a+b-c + b+c-a + c+a-b}{a+b+c}$$

$$= \frac{a+b+c}{a+b+c}$$

$$= 1$$

କ) 
$$\frac{b+c}{(a-b)(a-c)} + \frac{c+a}{(b-c)(b-a)} + \frac{a+b}{(c-a)(c-b)}$$

ଘ) 
$$\frac{a^3-1}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^3-1}{(b-c)(b-a)} + \frac{c^3-1}{(c-a)(c-b)}$$

H.W



$a, b, c$  এর সকল মানের জন্য

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$$

$$\text{LS} = [a^3 + b^3] + c^3 - 3abc$$

$$= (\underbrace{a+b}_{}^3 - 3ab(a+b)) + \underbrace{c^3}_{} - 3abc$$

$$= (\underbrace{a+b}_{}^3 + c^3 - 3ab(a+b+c))$$

$$= (a+b+c) \{(a+b)^2 - c(a+b) + c^2\} - 3ab(a+b+c)$$

$$= (a+b+c) \left\{ a^2 + \underbrace{2ab + b^2}_{} - ca - bc + c^2 - \underbrace{3ab}_{} \right\}$$

$$= (a+b+c) (a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$$

$$= (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = \frac{1}{2} (a+b+c) \{ (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 \}$$

✓  $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a+b+c) (a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$

$$= \frac{1}{2} (a+b+c) (2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ca)$$

$$= \frac{1}{2} (a+b+c) \left\{ \boxed{a^2 - 2ab + b^2} + \boxed{b^2 - 2bc + c^2} + \boxed{c^2 - 2ca + a^2} \right\}$$

$$= \frac{1}{2} (a+b+c) \left\{ (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 \right\}$$

- ✓ যদি  $a + b + c = 0$  হয়, তবে  $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$
- ✗ যদি  $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$  হয়, তবে  $a + b + c = 0$  অথবা  $a = b = c$

We know,

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$$

$$\Rightarrow a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = 0 \times (a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$$

$$\Rightarrow a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = 0$$

$$\Rightarrow a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$$

# বিশেষ বীজগাণিতিক সূত্র

• যদি  $a + b + c = 0$  হয়, তবে  $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$



✓ যদি  $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$  হয়, তবে  $a + b + c = 0$  অথবা  $a = b = c$

Given,

$$a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$$

$$\Rightarrow a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = 0$$

prove  $\Rightarrow (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) = 0$

$\Rightarrow \frac{1}{2}(a+b+c) \{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\} = 0$

এবং  $a+b+c=0$

or,

$$(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 = 0$$

ক্ষেত্র বর্ণনা করা হলো এমন একটি

$$(a-b)^2 = 0 \quad (b-c)^2 = 0$$

$$\Rightarrow a-b=0 \quad \Rightarrow b-c=0$$

$$\Rightarrow a=b \quad \Rightarrow b=c$$

$$a=b=c$$

$$a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$$

৩৭। যদি  $\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3} = \frac{3}{abc}$  হয়, তবে দেখাও যে,  $bc + ca + ab = 0$  অথবা,  $a = b = c$

Given,

$$\left(\frac{1}{a}\right)^3 + \left(\frac{1}{b}\right)^3 + \left(\frac{1}{c}\right)^3 = 3 \cdot \frac{1}{a} \cdot \frac{1}{b} \cdot \frac{1}{c}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{a}\right)^3 + \left(\frac{1}{b}\right)^3 + \left(\frac{1}{c}\right)^3 - 3 \cdot \frac{1}{a} \cdot \frac{1}{b} \cdot \frac{1}{c} = 0$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) \left( \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} - \frac{1}{ab} - \frac{1}{bc} - \frac{1}{ca} \right) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \left[ \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) \left\{ \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)^2 + \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c}\right)^2 + \left(\frac{1}{c} - \frac{1}{a}\right)^2 \right\} \right] = 0$$

ডাই,  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0 \Rightarrow ab + bc + ca = 0$

$$\Rightarrow \frac{ab + bc + ca}{abc} = 0$$

যোগ্য.

$$\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)^2 + \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c}\right)^2 + \left(\frac{1}{c} - \frac{1}{a}\right)^2 = 0$$

$$\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)^2 = 0 \quad \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c}\right)^2 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{a} = \frac{1}{b} \quad \Rightarrow \frac{1}{b} = \frac{1}{c}$$

$$\Rightarrow a = b \quad \Rightarrow b = c$$

$$a = b = c$$

৩২।  $(\underbrace{a-b})^3 + (\underbrace{b-c})^3 + (\underbrace{c-a})^3$  কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

$$a-b = A$$

$$b-c = B$$

$$c-a = C$$

$$A+B+C = \cancel{a-b} + \cancel{b-c} + \cancel{c-a}$$

$$= 0$$

$$(a-b)^3 + (b-c)^3 + (c-a)^3$$

$$= A^3 + B^3 + C^3 \quad (A+B+C=0)$$

$$= 3ABC$$

$$= 3(a-b)(b-c)(c-a)$$



৩৩। যদি  $\frac{x^2 - yz}{a} = \frac{y^2 - zx}{b} = \frac{z^2 - xy}{c} \neq 0$  হয়,

তবে দেখাও যে,  $(a + b + c)(x + y + z) = ax + by + cz$

Given,

$$\frac{x^2 - yz}{a} = \frac{y^2 - zx}{b} = \frac{z^2 - xy}{c} = K$$

$$aK = x^2 - yz \quad \text{--- (i)}$$

$$bK = y^2 - zx \quad \text{--- (ii)}$$

$$cK = z^2 - xy \quad \text{--- (iii)}$$

$$(i) + (ii) + (iii)$$

$$K(a + b + c) = x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx$$

$$(i) \times x + (ii) \times y + (iii) \times z \Rightarrow$$

$$aKx + bKy + cKz = x^3 - x^2yz + y^3 - xy^2z + z^3 - x^2yz$$

$$\Rightarrow K(ax + by + cz) = x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$$

$$= (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx)$$

$$\Rightarrow K(ax + by + cz) = (x + y + z)K(a + b + c)$$

$$\Rightarrow (ax + by + cz) = (x + y + z)(a + b + c)$$

৩৬। যদি  $(a + b + c)(ab + bc + ca) = abc$  হয়, তবে দেখাও যে,  $(a + b + c)^3 = a^3 + b^3 + c^3$

Given,

$$(a+b+c)(ab+bc+ca) = abc$$

$$\Rightarrow \cancel{a'b} + \cancel{abc} + \cancel{ca'} + \cancel{ab} + \cancel{bc} + \cancel{ac} + \cancel{abc} + \cancel{bc'} + \cancel{c'a} = \cancel{abc}$$

$$\Rightarrow a'b + ab' + ca' + abc + abc + bc' + c'a = 0$$

$$\Rightarrow ab(a+b) + ac(a+b) + bc(a+b) + c'(a+b) = 0$$

$$\Rightarrow (a+b)(ab+ac+bc+c') = 0$$

$$\Rightarrow (a+b)\{a(b+c) + c(b+c)\} = 0$$

$$\Rightarrow (a+b)(b+c)(c+a) = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} a+b=0 \\ b+c=0 \\ c+a=0 \end{array} \right\} \Rightarrow a = -b$$

$$LS = (a+b+c)^3$$

$$= (0+c)^3$$

$$= c^3$$

$$RS = a^3 + b^3 + c^3$$

$$= (-b)^3 + b^3 + c^3$$

$$= -b^3 + b^3 + c^3$$

$$= c^3$$

৩৬। যদি  $(a + b + c)(ab + bc + ca) = abc$  হয়, তবে দেখাও যে,  $(a + b + c)^3 = a^3 + b^3 + c^3$

$$(a+b+c)^{2n+1} = a^{2n+1} + b^{2n+1} + c^{2n+1}$$

$$LS = c^{2n+1}$$

$$RS = (-b)^{2n+1} + b^{2n+1} + c^{2n+1}$$

$$= -\cancel{b}^{2n+1} + \cancel{b}^{2n+1} + c^{2n+1}$$

$$= c^{2n+1}$$

$$\left. \begin{array}{l} a+b=0 \\ b+c=0 \\ c+a=0 \end{array} \right\} \Rightarrow a = -b$$

$$LS = (a+b+c)^3$$

$$= (0+c)^3$$

$$= c^3$$

$$\begin{aligned} RS &= a^3 + b^3 + c^3 \\ &= (-b)^3 + b^3 + c^3 \\ &= -\cancel{b}^3 + \cancel{b}^3 + c^3 \\ &= c^3 \end{aligned}$$

$$\frac{P(x)}{Q(x)}$$

$$\frac{x+1}{x^2 - 5x + 6}$$

$$= \frac{x+1}{(x-2)(x-3)} = \frac{?}{(x-2)} + \frac{?}{(x-3)}$$

$$\frac{P(x)}{Q(x)}$$

)  $\mathcal{DN}\mathcal{D}\mathcal{Y}$ :

$$P(x) < Q(x) \rightarrow \text{↗↗↗}$$

$$P(x) \geq Q(x) \rightarrow \text{↘↘↘}$$

# আংশিক ভগ্নাংশ



৩৮।  $\frac{x^2+1}{(x-1)(x-2)(x-3)}$  ③

- ✓ (i) প্রকৃত ভগ্নাংশ
- ✓ (ii) হরে  $X$  এর এক ঘাত বিশিষ্ট উৎপাদক বিদ্যমান
- ✓ (iii) কোন উৎপাদকের পুনরাবৃত্তি ঘটেনি।

$$\text{୩୮} | \frac{x^2+1}{(x-1)(x-2)(x-3)} \equiv \frac{A}{(x-1)} + \frac{B}{(x-2)} + \frac{C}{(x-3)} \quad \dots \textcircled{i}$$

$$(i) \times (x-1)(x-2)(x-3) \Rightarrow$$

$$x^2+1 \equiv A(x-2)(x-3) + B(x-1)(x-3) + C(x-1)(x-2) \quad \text{--- (ii)}$$

$$(i) \Rightarrow x=1 :$$

$$1+1 = A(1-2)(1-3) + B \times 0 + C \times 0$$

$$\Rightarrow 2 = A(-1)(-2)$$

$$\Rightarrow A = 2$$

$$(ii) \Rightarrow x=2 :$$

$$2^2+1 = A \times 0 + B(2-1)(2-3) + 0$$

$$\Rightarrow 5 = B(-1)$$

$$\Rightarrow B = -5$$

$$(iii) x=3 :$$

$$3^2+1 = A \times 0 + B \times 0 + C(3-1)(3-2)$$

$$\Rightarrow 10 = 2C$$

$$\Rightarrow C = 5$$

$$\frac{x^2+1}{(x-1)(x-2)(x-3)} = \frac{2}{x-1} - \frac{5}{x-2} + \frac{5}{x-3}$$

$$\begin{aligned}
 38. | \frac{x^2+1}{(x-1)(x-2)(x-3)} &= \frac{1+1}{(x-1)(1-2)(1-3)} + \frac{2^2+1}{(2-1)(x-2)(2-3)} + \frac{3^2+1}{(3-1)(3-2)(x-3)} \\
 &= \frac{2}{x-1} - \frac{5}{(x-2)} + \frac{5}{x-3}
 \end{aligned}$$

MCQ

$$\frac{x+2}{x^2 - 7x + 12}$$

$$= \frac{x+2}{(x-3)(x-4)}$$

$$= \frac{3+2}{(x-3)(3-4)} + \frac{4+2}{(x-4)(4-3)}$$

$$\frac{x^2 - 9x - 6}{x(x-2)(x+3)}$$

$$= \frac{0 - 0 - 6}{x(0-2)(0+3)} + \frac{2-9\times 2-6}{(x-2)2\cdot (2+3)} + \frac{(-3)^2 - 9(-3) - 6}{(x+3)(-3)(-3-2)}$$

৩৯। যদি  $\frac{5x-7}{(x-1)(x-2)} \equiv \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-2}$  হয়, যেখানে **A** ও **B** মূলদ সংখ্যা, তবে B এর মান নিচের কোনটি?

[চ.বো.১৭, য.বো.২০]

$$= \frac{5-7}{(x-1)(x-2)} + \frac{5x2-7}{(2-1)(x-2)}$$

$$= \frac{2}{x-1} + \frac{3}{x-2}$$

A. -3

B. -2

C. 2

D. 3

# আংশিক ভগ্নাংশ



$$\frac{x^3}{(x-1)(x-2)(x-3)}$$

- (i) অপ্রকৃত ভগ্নাংশ
- (ii) হরে এক ঘাত বিশিষ্ট উৎপাদক বিদ্যমান
- (iii) কোন উৎপাদকের পুনরাবৃত্তি ঘটেনি।

$$80 + \frac{x^3}{(x-1)(x-2)(x-3)} = \frac{x^3}{(x^2-3x+2)(x-3)}$$

$$= \frac{x^3}{x^3 - 3x^2 + 2x - 3x^2 + 9x - 6}$$

$$= \frac{(x^3 - 6x^2 + 11x - 6) + (6x^2 - 11x + 6)}{x^3 - 6x^2 + 11x - 6} \rightarrow \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-2} + \frac{C}{x-3}$$

$$= 1 + \frac{6x^2 - 11x + 6}{x^3 - 6x^2 + 11x - 6}$$

$$= 1 + \boxed{\frac{6x^2 - 11x + 6}{(x-1)(x-2)(x-3)}}$$

$$80 + \frac{2x^3}{(x-1)(x-2)(x-3)} = \frac{2x^3}{(x^2-3x+2)(x-3)}$$

$$= \frac{2x^3}{x^3-3x^2+2x - 3x^2+9x-6}$$

$$= \frac{2(x^3-6x^2+11x-6) + 2(6x^2-11x+6)}{x^3-6x^2+11x-6}$$

$$= 2 + \frac{2(6x^2-11x+6)}{(x-1)(x-2)(x-3)}$$

$$81 | \frac{2x^2+x+3}{(x-2)(x+1)}$$

$$= \frac{2x^2+x+3}{(x^2-x-2)}$$

$$= \frac{2(x^2-x-2) + 3x + 7}{(x^2-x-2)}$$

$$= 2 + \frac{3x+7}{x^2-x-2}$$

$$= 2 + \boxed{\frac{3x+7}{(x-2)(x+1)}}$$

৪২।  $\frac{x^2}{x^2-a^2}$  এর **আংশিক ভগ্নাংশে** প্রকাশিত রূপ কোনটি?

[রা.ৰো-২০]

$$\begin{aligned}
 &= \frac{x^2 - a^2 + a^2}{(x^2 - a^2)} = 1 + \frac{a^2}{(x+a)(-2a)} + \frac{a^2}{(x-a)2a} \\
 &= 1 + \frac{a^2}{x^2 - a^2} = 1 - \frac{a}{2(x+a)} + \frac{a}{2(x-a)} \\
 &= 1 + \boxed{\frac{a^2}{(x+a)(x-a)}}
 \end{aligned}$$

**A.**  $1 + \frac{a}{2(x+a)} + \frac{a}{2(x-a)}$

**B.**  $1 - \frac{a}{2(x+a)} - \frac{a}{2(x-a)}$

**C.**  ~~$1 - \frac{a}{2(x+a)} + \frac{a}{2(x-a)}$~~

**D.**  $1 + \frac{a}{2(x+a)} - \frac{a}{2(x-a)}$

## আংশিক ভগ্নাংশ

৪৩। আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর:

$$\frac{x^2 - 4x - 7}{(x+1)(x^2 + 4)} \equiv \frac{A}{(x+1)} + \frac{Bx+C}{(x^2+4)}$$

$$\frac{x^2 - 4x - 7}{(x+1)(x^2 + 4)(x^2 + 6)} \equiv \frac{A}{(x+1)} + \frac{Bx+C}{(x^2+4)} + \frac{Dx+E}{(x^2+6)}$$

$$\frac{x^2 - 4x - 7}{(x+1)(x^2 - 4)} = \frac{x^2 - 4x + 7}{(x+1)(x+2)(x-2)} \rightarrow \text{type 1}$$

# আংশিক ভগ্নাংশ

৪৩। আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর:



$$\frac{x^2 - 4x - 7}{(x+1)(x^2+4)} = \frac{A}{(x+1)} + \frac{Bx+C}{(x^2+4)} \quad \text{--- (i)}$$

$$(i) \times (x+1)(x^2+4) \Rightarrow$$

$$x^2 - 4x - 7 = A(x^2+4) + (Bx+C)(x+1) \quad \text{--- (ii)}$$

$$x = -1 :$$

$$(-1)^2 + 4 - 7 = A(1+4) + (-B+C) \times 0$$

$$\therefore -2 = 5A$$

$$\therefore A = -\frac{2}{5}$$

$$ii) x = 0 :$$

$$-7 = A(0+4) + (0+C) \cdot (0+1)$$

$$\therefore -7 = 4A + C$$

$$\therefore C = -\frac{27}{5}$$

$$iii) x = 1 :$$

$$1 - 4 - 7 = A(1+4) + (B+C) \times 2$$

$$\Rightarrow -10 = 5A + 2B + 2C$$

$$\Rightarrow B = \frac{7}{5}$$

# আংশিক ভগ্নাংশ



৪৪। আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর:

$$\text{Ans: } \frac{x^2}{(2x+1)(x+3)^2} = \frac{1}{25(2x+1)} + \frac{18}{25(x+3)} - \frac{9}{5(x+3)^2}$$

$$\underbrace{\frac{x^2}{(2x+1)(x+3)^2}}_{\text{(i)}} = \frac{A}{(2x+1)} + \frac{B}{(x+3)} + \frac{C}{(x+3)^2} \quad \text{--- (i)}$$

$$\text{(i)} \times (2x+1)(x+3)^2 \Rightarrow$$

$$x^2 = A(x+3)^2 + B(x+3)(2x+1) + C(2x+1) \quad \text{--- (ii)}$$

$$\text{(ii)} \Rightarrow x = -\frac{1}{2} :$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^2 = A\left(-\frac{1}{2}+3\right)^2 + 0 + 0$$

$$\Rightarrow A = \frac{1}{25}$$

$$x = -3,$$

$$(-3)^2 = A \times 0 + B \times 0 + C(-6+1)$$

$$\Rightarrow C = -\frac{9}{5}$$

$$x=0 :$$

$$0^2 = A(0+3)^2 + B \times 3 \times 1 + C \times 1$$

$$\Rightarrow 0 = 9A + 3B + C$$

$$\Rightarrow B = \frac{18}{25}$$

৪৪। আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর:

$$\frac{x^2}{(2x+1)(x+3)^2} = \frac{A}{(2x+1)} + \frac{B}{(x+3)} + \frac{C}{(x+3)^2} + \frac{D}{(x+3)^3}$$

(H.W)

$$\frac{x^2}{(2x+1)(x+3)^2(x^2+2)} = \frac{A}{2x+1} + \frac{B}{x+3} + \frac{C}{(x+3)^2} + \frac{Dx+E}{(x^2+2)}$$

## বীজগণিতীয় রাশি - CQ

$$8C + F(x, y, z) = x^{-3} + y^{-3} + z^{-3} - 3x^{-1}y^{-1}z^{-1} \text{ এবং } a = y + z - x, b = z + x - y, \\ c = x + y - z. \quad \frac{1}{x^3} + \frac{1}{y^3} + \frac{1}{z^3} - \frac{3}{xyz}$$

[ঢাকা বোর্ড-২০২২]

~~(a)~~ দেখাও যে,  $\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a}$  রাশিটি  $a, b, c$  চলকের চক্রক্রমিক রাশি

~~(b)~~  $F(x, y, z) = 0$  হলে, প্রমাণ কর যে,  $xy + yz + zx = 0$  এবং  $x = y = z$

~~(c)~~ প্রমাণ কর যে,  $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = 4(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz)$

$$a = y + z - x$$

$$b = z + x - y$$

$$c = x + y - z$$

$$\frac{a+b+c}{a+b+c} = \frac{x+y+z}{x+y+z} = 1$$

$$\begin{aligned} LHS &= a^3 + b^3 + c^3 - 3abc \\ &= (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) \\ &= \frac{1}{2}(a+b+c) \left\{ (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 \right\} \end{aligned}$$

$$a - b = 2y - 2x$$

$$b - c = 2z - 2y$$

$$c - a = 2x - 2z$$

$$= \frac{1}{2} (x+y+z) \left\{ (x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2 \right\}$$

$$= \frac{1}{2} (x+y+z) \left\{ 4(x-y)^2 + 4(y-z)^2 + 4(z-x)^2 \right\}$$

$$= 4 \boxed{\frac{1}{2} (x+y+z) \left\{ (x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2 \right\}}$$

$$= 4 (x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz)$$

## বীজগণিতীয় রাশি - CQ

৪৬। (i).  $F(x) = 36x^2 - Kx - 5$  এবং  $Q(x) = \underbrace{x^3 - 6x^2 + 11x - 6}_{}$

(ii)  $\cdot \frac{p}{x^2-yz} = \frac{q}{y^2-zx} = \frac{r}{z^2-xy} \neq 0$

[রাজশাহী বোর্ড-২০২২]

(a)  $F(x)$  এর একটি উৎপাদক  $(2x - 1)$  হলে,  $K$  এর মান নির্ণয় কর।

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = 0 \Rightarrow K = ?$$

(b)  $\frac{x^3}{Q(x)}$  কে আংশিক ভগ্নাংশে রূপান্তর কর।  $= \frac{x^3}{(x-1)(x-2)(x-3)}$

(c) (ii) নং হতে দেখাও যে,  $(p + q + r)(x + y + z) = px + py + rz$

## বীজগণিতীয় রাশি - CQ

৪৭।  $P(y) = y^3 - y^2 - 10y - 8$  এবং  $Q(a) = a^3 + a^2 - 6a$  দুটি বীজগণিতীয় রাশি।

(a)  $P(y)$  কে  $y + 5$  দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ কত হবে তা নির্ণয় কর।  $P(-5) = ?$

[কুমিল্লা বোর্ড-২০২২]

(b) যদি  $P(y)$  কে  $y - a$  এবং  $y - b$  দ্বারা ভাগ করলে একই ভাগশেষ থাকে যেখানে  $a \neq b$  তবে  
দেখাও যে,  $\underbrace{a^2 + b^2 + ab - a - b - 10}_{= 0} = P(a) = P(b)$

(c)  $\frac{a^2+a-1}{Q(a)}$  কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর।

$$\begin{aligned}\frac{\hat{a}^2+a-1}{\hat{a}^3+\hat{a}^2-6\hat{a}} &= \frac{\hat{a}^2+a-1}{\hat{a}(\hat{a}^2+\hat{a}-6)} \\ &= \frac{\hat{a}^2+a-1}{\hat{a}(\hat{a}+3)(\hat{a}-2)}\end{aligned}$$

*1 Hw*

$$8b \mid P(r, s, t) = r^3 + s^3 + t^3 \text{ এবং } Q(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2$$

[চট্টগ্রাম বোর্ড-২০২০]

(a)  $Q(-1)$  নির্ণয় কর।(b)  $P(r, s, t) = 3rst$  হলে প্রমাণ কর যে,  $r + s + t = 0$  অথবা  $r = s = t$ ।(c)  $\frac{x^3+5}{Q(x)}$  কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর।

$$\frac{x^3+5}{x^3+2x^2-x-2} = \frac{(x^3+2x^2-x-2) - (2x^2-x-7)}{(x^3+2x^2-x-2)}$$

$$= 1 - \boxed{\frac{2x^2-x-7}{x^3+2x^2-x-2}}$$

$$\frac{2x^2+x-7}{Q(x)}$$

# Thank you!

পড়াশুনার ভিন্ন রকম অভিজ্ঞতা পেতে,

ভিজিট করুন

🌐 [acsfutureschool.com](http://acsfutureschool.com)