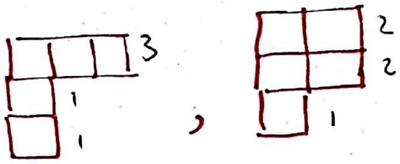
بررسی حالت های بازی chomp

chomp [m,n] → N

chomp [n,n] → N   خوردن (2,2) ← حرکت برد

chomp [1,n] , chomp [n,1] → N

2 row chomp
- [a, a-1] → P
- o.w. → N

3 row chomp [a,b,1]
- 

→ P
- o.w → N

بررسی بازی خالی کردن و توزیع ← دو دسته با m و n مهره . در هر حرکت می‌توانیم یکی از دسته ها را خالی کنیم و دسته ی دیگر را به دو دسته تقسیم کنیم (باید)

وضعیت پایانی (1,1)

جواب ← (m,n) اگر m و n هر دو فرد باشند ← وضعیت P

در غیر این صورت ← وضعیت N

دو دسته با m و n چوب کبریت . در هر نوبت هر بازیکن باید از دسته ی بزرگ تر مضربی از دسته ی کوچک تر را بردارد

فردی برنده است که یک دسته را خالی کند .

(a,b) اگر b|a ← N

اگر a>2b ← N (با رعایت استراتژی)

$a = b + r$ $(r<b)$ → جواب : (b,r)!

بازی تفاضلی پویا ← هر بازیکن در نوبت خود یه تعداد مهره برمی‌دارد (در دور اول نباید همه ی دسته را بردارد) بازیکن بعدی نباید بیش‌تر از تعداد مهره ای که رقیب در دور قبل برداشته بردارد .

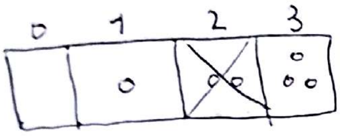
اگر n فرد ← حرکت برد : برداشتن یک مهره

اگر n زوج ← $n = 2^k$ ← وضعیت P ، در غیر این صورت ← وضعیت N : حرکت برد رفتن به نزدیک‌ترین توان 2

بررسی بازی نیم با قانون وارون: نیم عادی را تا جایی ادامه می‌دهیم که حداقل دو دسته با بیش از یک مهره داشته باشیم. وقتی به حالتی رسیدیم که فقط یک دسته با بیش از یک مهره داریم آن را طوری بازی می‌کنیم که تعداد فردی دسته با یک مهره بماند.

---

* نیمبل: آرایه‌ای از خانه‌های شماره‌گذاری شده، توی هر خونه تعدادی سکه داریم، حرکت مجاز: حرکت دادن یک سکه به یکی از خانه‌های سمت چپ

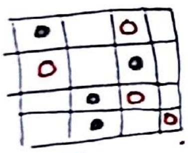


همان نیم است که به ازای هر سکه یک دسته با تعداد مهره شماره خانه‌اش داریم

می‌توانیم خانه‌هایی که تعدادی زوج سکه دارند را حذف کنیم

---

* نورث کات: دو بازیکن سیاه و سفید داریم، در هر سطر یک مهره سیاه و یک مهره سفید داریم. حرکت مجاز: هر بازیکن در هر نوبت یک مهره همرنگ‌اش را در همان سطر جابجا می‌کند. مهره‌ها نمی‌توانند از هم رد شوند



همان نیم است که تعداد سطرها تعداد دسته‌هاست و فاصله بین دو مهره در هر سطر تعداد مهره‌های دسته متناظر است.

---

* نیم پلکانی: تعدادی پله، روی هر پله تعدادی مهره داریم. حرکت مجاز: انتخاب یک پله و جابجایی حداقل یک مهره به پله پایین‌تر.

وضعیت P: جمع نیم تعداد مهره‌های روی پله‌های فرد صفر باشد. وضعیت N: O.W.

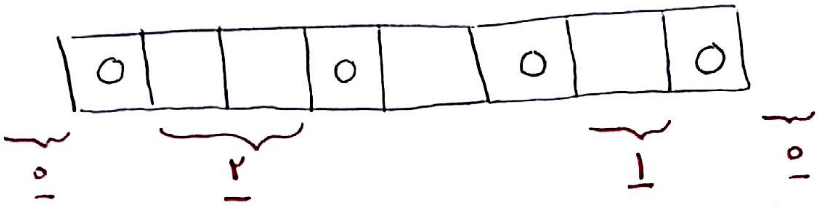
---

* k-نیم مور: n دسته، حرکت مجاز: انتخاب k دسته و برداشتن تعدادی مهره از آنها (مجموعاً حداقل یک مهره)

وضعیت P: جمع نیم در پیمانه $k+1$ صفر باشد. وضعیت N: O.W.

* دلار سکه‌ای: تعدادی سکه روی یک نوار خانه بندی شده. حرکت مجاز: انتخاب یک سکه و حرکت به سمت چپ.
سکه‌ها نمی‌توانند از روی هم عبور کنند و در هر خانه حداکثر یک سکه داریم.

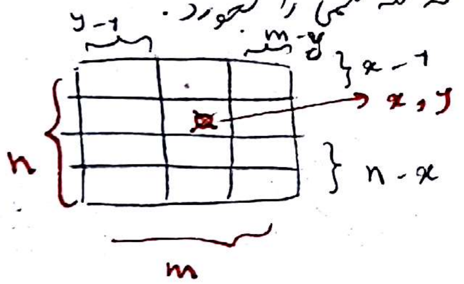
سکه‌ها را از سمت راست زوج زوج جدا می‌کنیم. فاصله بین دو مهره هر زوج معادل تعداد مهره‌های یک دسته نیم است.



اگر این فاصله‌ها صفر شود کسی که نوبت اوست می‌بازد.

---

* کیک سمی: یک کیک $n \times m$ داریم و نقطه (x, y) از آن سمی است. حرکت مجاز: زدن برش عمودی یا افقی به باقی مانده کیک و خوردن یکی از برش‌ها. بازیکنی می‌بازد که تکه سمی را بخورد.



$x-1$, $n-x$, $y-1$, $m-y$ } همان نیم با چهار دسته است

تعریف تابع اسپراگ گراندی (SG)

برای هر وضعیت از بازی مثل x

تالی‌های x

$$sg(x) = mex\{sg(y) \mid y \in F(x)\}$$

← کوچکترین عدد صحیح نامنفی

x وضعیت پایانی $sg(x)=0$

sg یک وضعیت اگر صفر باشد ← وضعیت P

بازی تفاضلی با $S=\{1, \dots, m\}$ $\boxed{sg(x) = x \bmod m+1}$

بازی مجموع: هرگاه چند بازی داشته باشیم و هر بازیکن در نوبت خود بتواند یک حرکت مجاز در یکی از بازی‌ها انجام دهد.

sg بازی مجموع: جمع نیم sg تک تک بازی‌ها ← حالت P است اگر sg مجموع آن صفر باشد.

حالت پایانی: همه بازی‌ها به حالت پایانی خود برسند

بازی نیم لاسکر: مانند بازی نیم از یک دسته به تعداد دلخواه مهره برمی‌داریم یا یک دسته شامل حداقل ۲ مهره را به دو دسته‌ی دیگر تقسیم کنیم. (شکستن یا برداشتن)

$g(4k+1) = 4k+1$

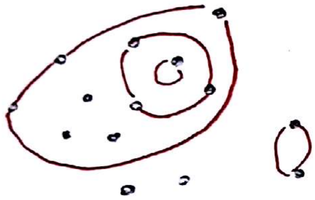
$g(4k+2) = 4k+2$ $\quad k \geq 0$

$g(4k+3) = 4k+4$

$g(4k+4) = 4k+3$

بازی ریم: یک مجموعه متناهی نقطه در صفحه، حرکت مجاز کشیدن یک حلقه‌ی بسته که حداقل از یکی از نقاط رد بشه و هیچ حلقه‌ی دیگری را قطع نمی‌کند (شکستن و برداشتن)

← تعدادی دسته داریم. در هر مرحله باید حداقل یک ~~دسته~~ مهره از یک دسته برداریم و در صورت تمایل اون دسته را به دو دسته‌ی دیگر تقسیم کنیم



$\boxed{Sg(n) = n}$

بازی کیلز: یک ردیف از n بولینگ، حرکت مجاز: یک بولینگ یا دو بولینگ مجاور را می‌اندازیم (شکستن و برداشتن)

← در هر حرکت می‌توانیم یک یا دو مهره از یک دسته برداریم و در صورت تمایل دسته را به دو دسته دیگر تقسیم کنیم.

بازی شطرنج داوسون: n ستون داریم که سه ردیف داریم، ردیف اول و سوم سرباز دارد، با زدن مهره‌های حریف الزامی است در غیر اینصورت سرباز باید به جلو حرکت کند. (شکستن و برداشتن)

← اگر دسته‌ای یک مهره داشت آن را بردار.

می‌شه از یک دسته دو مهره برداشت

می‌شه از یک دسته سه مهره برداشت و در صورت تمایل دسته را به دو دسته افراز کرد.

بازی های جانبدارانه

بازیکن چپ و راست ← حرکت مجاز از یک وضعیت بستگی به این دارد که نوبت کدام بازیکن است

← وضعیت های پایانی (P_L, P_R)

← هر وضعیت به P_L یا N_L و P_R یا N_R وصل است.

اگر وضعیت (P_L, P_R) باشد بازیکن قبلی استراتژی برد دارد

(P_L, N_R) باشد بازیکن سمت راست استراتژی برد دارد

(N_L, P_R) باشد بازیکن سمت چپ استراتژی برد دارد

(N_L, N_R) باشد بازیکن بعدی استراتژی برد دارد

اگر عدد یا عدد غای x ارزش وضعیت X باشد

$(N_L, P_R) \leftrightarrow x > 0$ $\qquad$ $(P_L, N_R) \leftrightarrow x < 0$

$(P_L, P_R) \leftrightarrow x = 0$ $\qquad$ $(N_L, N_R) \leftrightarrow x \parallel 0$

بازی برش کیک : کیک $m \times n$ وجود دارد. بازیکن چپ به صورت عمودی و بازیکن راست به صورت افقی کیک را می برد.

← $C(m,n)$ ارزش بازی با ابعاد $m \times n$ ، $2^{l-1} \leq m < 2^l$ ، $2^{r-1} \leq n < 2^r$

اگر $l = r$ ارزش بازی صفر است

اگر $l < r$ ارزش بازی مثبت است

اگر $l > r$ ارزش بازی منفی است

$$C(m,n) = \begin{cases} \left\lceil \frac{n+1}{2^{l-1}} \right\rceil - 2 & l < r \\ -\left(\left\lceil \frac{m+1}{2^{r-1}} \right\rceil - 2\right) & l > r \end{cases}$$

بازی کیک ماندی : یک قطعه کیک $m \times n$ داریم. بازیکن چپ با برش‌های عمودی کیک را به چند قسمت مساوی تقسیم می‌کند و بازیکن راست با برش‌های افقی کیک را به چند قسمت مساوی تقسیم می‌کند

تجزیه m و n به عوامل اول ←

$m = p_1 p_2 \cdots p_l \qquad p_i \leq p_{i+1}$

$n = q_1 q_2 \cdots q_r \qquad q_i \leq q_{i+1}$

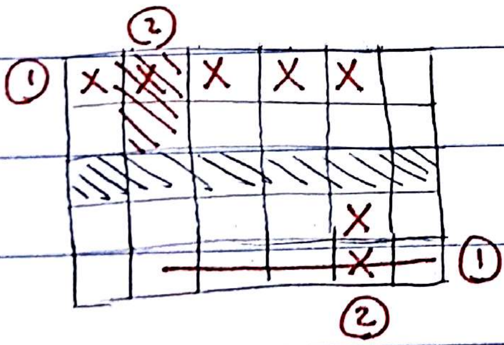
اگر $l = r$ ارزش بازی صفر، اگر $l < r$ ارزش بازی مثبت و در غیر این صورت ارزش بازی منفی

$$M(m, n) = \begin{cases} q_{l+2} + q_{l+3} + \cdots + q_r + 1 & l < r \\ -(p_{r+2} + p_{r+3} + \cdots + p_l + 1) & l > r \\ 0 & l = r \end{cases}$$

بازی Black Out : استفاده از ضد حمله در برابر حریف

* یک grid 5×6 داریم در هر حرکت بازیکن می‌تواند یک سطر یا ستون را انتخاب کند و یک بازه از آن را رنگ کند بطوریکه حداقل یک خانه سفید رنگ شود ~~اگر~~

استراتژی برد : ابتدا سطر وسط ~~را کامل~~ کامل رنگ می‌کنیم سپس تعداد سطرها و ستون‌ها زوج خواهد شد کافیست هر حرکتی که حریف انجام می‌دهد را نسبت به مرکز grid قرینه کنیم در نهایت ما برنده خواهیم بود.



۱

X ← حرکت حریف