MATEMÁTICA
AULA 07

Prof. Me. Julio Cesar Naves Fernandes

OLÁ!

Eu sou o Prof. Julio Cesar

Bacharel em Sistemas de Informação
Licenciatura Plena em Matemática
Pós Graduação em Ensino de Matemática
Mestrado em Ensino de Ciências, Matemática e Tecnologia

“Todas as coisas são números.”

- Pitágoras

NOSSO CRONOGRAMA

1º BIMESTRE
28/03 - AVALIAÇÃO 40 PONTOS
25/04 - AVALIAÇÃO 40 PONTOS
26/04 - AVA 20 PONTOS
TOTAL = 100 PONTOS

2º BIMESTRE
30/05 - AVALIAÇÃO 40 PONTOS
22/06 – SIMULADO SEMESTRAL 10 PONTOS
27/06 - AVALIAÇÃO 30 PONTOS
28/06 - AVA 20 PONTOS
TOTAL = 100 PONTOS

PROVA FINAL
04/06 - AVALIAÇÃO 30 PONTOS

I

FUNÇÃO QUADRÁTICA

FUNÇÃO QUADRÁTICA

As funções quadráticas têm diversas aplicações na vida cotidiana, sendo capazes de modelar situações que seguem um caminho parabólico.

Além disso, podem ser utilizadas para calcular áreas de lotes, caixas e salas, além de ajudar a determinar uma área ótima para um determinado fim.

FUNÇÃO QUADRÁTICA

Outras aplicações das funções quadráticas incluem o cálculo do lucro de um produto ou a formulação da velocidade de um objeto.

Com tantas aplicações práticas, o estudo das funções quadráticas é fundamental para a compreensão de diversos fenômenos em nosso cotidiano.

FUNÇÃO QUADRÁTICA

FÍSICA

As funções quadráticas podem ser aplicadas na física para modelar o movimento de partículas e corpos rígidos sob a influência de forças.

Por exemplo, as equações de movimento de um projétil sob a influência da gravidade podem ser modeladas usando uma função quadrática.

FUNÇÃO QUADRÁTICA

FÍSICA

Além disso, as funções quadráticas são úteis na descrição de fenômenos físicos, como a intensidade de um campo elétrico, a energia armazenada em uma mola, a altura máxima de um objeto em queda livre ou a forma de uma curva em um circuito elétrico. Portanto, as funções quadráticas são uma ferramenta fundamental para a modelagem e compreensão de diversos fenômenos físicos.

FUNÇÃO QUADRÁTICA

ENGENHARIA

Na engenharia, as funções quadráticas são amplamente utilizadas para modelar e analisar diversos sistemas e fenômenos. Algumas das aplicações mais comuns incluem:

FUNÇÃO QUADRÁTICA

ENGENHARIA

Análise de estruturas: as funções quadráticas são usadas para calcular a deflexão, a tensão e a deformação em vigas, colunas e outros elementos estruturais sob diferentes cargas e condições de suporte.

FUNÇÃO QUADRÁTICA

ENGENHARIA

Projeto de sistemas de controle: as funções quadráticas são usadas para modelar sistemas de controle que envolvem feedback, como sistemas de controle de temperatura, pressão e fluxo.

FUNÇÃO QUADRÁTICA

ENGENHARIA

Estimativa de custos: as funções quadráticas podem ser usadas para estimar o custo de construção de estruturas e sistemas com base em variáveis como tamanho, material e complexidade.

FUNÇÃO QUADRÁTICA

ENGENHARIA

Análise de sistemas mecânicos: as funções quadráticas são usadas para modelar e analisar sistemas mecânicos complexos, como motores, turbinas e bombas.

FUNÇÃO QUADRÁTICA

ENGENHARIA

Análise de circuitos elétricos: as funções quadráticas são usadas para modelar e analisar circuitos elétricos, como circuitos ressonantes e filtros passa-baixa.

FUNÇÃO QUADRÁTICA

ENGENHARIA

Em resumo, as funções quadráticas são uma ferramenta essencial na engenharia para modelar, analisar e projetar uma ampla variedade de sistemas e fenômenos.

FUNÇÃO QUADRÁTICA

ECONOMIA

Podemos usar funções quadráticas para modelar a relação entre oferta e demanda e para analisar o equilíbrio do mercado. Ou seja, permite entender a relação entre preço e quantidade ofertada e demandada em um mercado.

FUNÇÃO QUADRÁTICA

ECONOMIA

Ao utilizar funções quadráticas para modelar a relação entre oferta e demanda, é possível realizar previsões sobre a variação dos preços e das quantidades transacionadas em um mercado, e avaliar o impacto de diferentes políticas econômicas sobre o equilíbrio do mercado.

FUNÇÃO QUADRÁTICA

OTIMIZAÇÃO

As funções quadráticas são usadas em problemas de otimização, como encontrar o valor mínimo ou máximo de uma função.

Por exemplo, no aprendizado de máquina, as funções quadráticas são usadas na programação linear e quadrática para encontrar os melhores parâmetros para um modelo que minimiza uma função de erro.

FUNÇÃO QUADRÁTICA

OTIMIZAÇÃO

Essa técnica é comumente usada em algoritmos de aprendizado supervisionado, como regressão linear e logística, e em algoritmos de aprendizado não supervisionado, como análise de componentes principais (PCA).

FUNÇÃO QUADRÁTICA

GEOMETRIA

As funções quadráticas são usadas para definir e analisar parábolas, que são o conjunto de todos os pontos equidistantes de um ponto fixo e de uma linha fixa.

FUNÇÃO QUADRÁTICA

PROCESSAMENTO DE SINAIS

Sinais de áudio e imagem podem ser modelados e processados usando funções quadráticas. Por exemplo, no processamento de sinais de áudio, funções quadráticas são usadas para modelar a resposta de frequência de filtros e equalizadores de áudio

FUNÇÃO QUADRÁTICA

PROCESSAMENTO DE SINAIS

Além disso, funções quadráticas também são utilizadas no processamento de imagens para ajustar o contraste e brilho de imagens, bem como para modelar curvas de níveis em mapas de relevo e topográficos.

FUNÇÃO QUADRÁTICA

MECÂNICA QUÂNTICA

Na mecânica quântica, as funções quadráticas (em alguns casos) são usadas para descrever o comportamento das propriedades ondulatórias das partículas subatômicas.

II

CONCEITOS DE FUNÇÃO QUADRÁTICA

FUNÇÃO QUADRÁTICA

A função quadrática é chamada assim porque a sua expressão matemática envolve um termo de grau 2, ou seja, um termo elevado ao quadrado.

A forma geral da função quadrática é:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

FUNÇÃO QUADRÁTICA

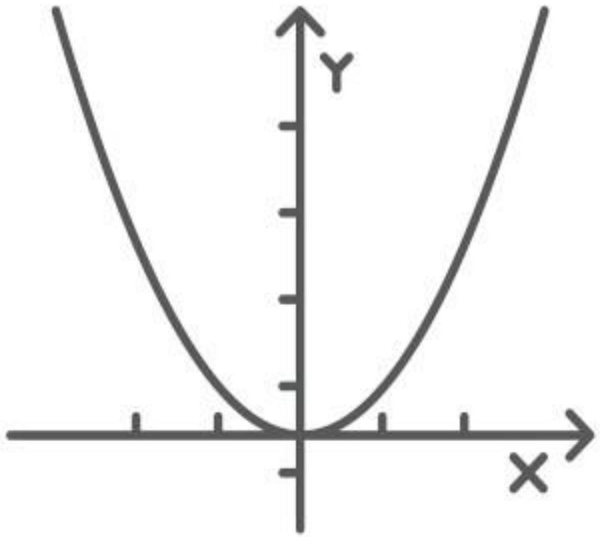
$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

onde a, b e c são constantes, e x é a variável independente.

O termo ax^2 é chamado de termo quadrático, e é ele que confere à função a sua forma de parábola. Dependendo do valor de a, a parábola pode abrir para cima ou para baixo.

FUNÇÃO QUADRÁTICA

O gráfico da função do 2º grau é sempre uma parábola.



FUNÇÃO QUADRÁTICA

Identifique “a, b e c” nas funções abaixo:

$a)\ f(x) = 2x^2 + 3x + 1$

$b)\ g(x) = -x^2 + 4$

$c)\ h(x) = x^2 - x$

FUNÇÃO QUADRÁTICA

Identifique “a, b e c” nas funções abaixo:

$a)\ f(x) = 2x^2 + 3x + 1$

a = 2, **b =** 3, **c =** 1

$b)\ g(x) = -x^2 + 4$

a = -1, **b =** 0, **c =** 4

$c)\ h(x) = x^2 - x$

a = 1, **b =** -1, **c =** 0

FUNÇÃO QUADRÁTICA

De modo geral, as funções possuem dois elementos básicos:

1) Domínio, que corresponde ao conjunto dos valores possíveis das abscissas (x).

2) Imagem, que é o conjunto de valores das ordenas (y), estabelecida pela aplicação de f(x).

FUNÇÃO QUADRÁTICA

Valor numérico de uma função:

Para encontrar o valor numérico de qualquer função, conhecendo a sua lei de formação, basta realizarmos a substituição do valor de x para encontrar a imagem $f(x)$.

FUNÇÃO QUADRÁTICA

Exemplos:

Dada a função $f(x) = x^2 + 2x - 3$, calcule:

a) $f(0)$

b) $f(1)$

c) $f(2)$

d) $f(-2)$

FUNÇÃO QUADRÁTICA

Exemplos:

Dada a função $f(x) = x^2 + 2x - 3$, calcule:

a) $f(0) = 0^2 + 2 \cdot 0 - 3 = 0 + 0 - 3 = -3$

b) $f(1)$

c) $f(2)$

d) $f(-2)$

FUNÇÃO QUADRÁTICA

Exemplos:

Dada a função $f(x) = x^2 + 2x - 3$, calcule:

a) $f(0) = 0^2 + 2 \cdot 0 - 3 = 0 + 0 - 3 = -3$

b) $f(1) = 1^2 + 2 \cdot 1 + 3 = 1 + 2 - 3 = 0$

c) $f(2)$

d) $f(-2)$

FUNÇÃO QUADRÁTICA

Exemplos:

Dada a função $f(x) = x^2 + 2x - 3$, calcule:

a) $f(0) = 0^2 + 2 \cdot 0 - 3 = 0 + 0 - 3 = -3$

b) $f(1) = 1^2 + 2 \cdot 1 + 3 = 1 + 2 - 3 = 0$

c) $f(2) = 2^2 + 2 \cdot 2 + 3 = 4 + 4 - 3 = 5$

d) $f(-2)$

FUNÇÃO QUADRÁTICA

Exemplos:

Dada a função $f(x) = x^2 + 2x - 3$, calcule:

a) $f(0) = 0^2 + 2 \cdot 0 - 3 = 0 + 0 - 3 = -3$

b) $f(1) = 1^2 + 2 \cdot 1 + 3 = 1 + 2 - 3 = 0$

c) $f(2) = 2^2 + 2 \cdot 2 + 3 = 4 + 4 - 3 = 5$

d) $f(-2) = (-2)^2 + 2 \cdot (-2) - 3 = 4 - 4 - 3 = -3$

FUNÇÃO QUADRÁTICA

Raízes da função de 2º grau

Para encontrar as raízes da função quadrática, conhecidas também como zero da função, é necessário o domínio das equações do segundo grau. Para resolver uma equação do segundo grau, há vários métodos, como a fórmula de Bhaskara e a soma e produto.

FUNÇÃO QUADRÁTICA

Exemplo:

$$f(x) = x^2 + 2x - 3$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

FUNÇÃO QUADRÁTICA

Exemplo:

$$f(x) = x^2 + 2x - 3$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 * 1 * (-3)}}{2 * 1}$$

FUNÇÃO QUADRÁTICA

Exemplo:

$$f(x) = x^2 + 2x - 3$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 * 1 * (-3)}}{2 * 1}$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 12}}{2}$$

FUNÇÃO QUADRÁTICA

Exemplo:

$$f(x) = x^2 + 2x - 3$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4+12}}{2}$$

$$x = \frac{-2 \pm 4}{2}$$

FUNÇÃO QUADRÁTICA

Exemplo:

$$f(x) = x^2 + 2x - 3$$

$$x = \frac{-2 \pm 4}{2}$$

$$x' = \frac{2}{2} = 1 \qquad x'' = -\frac{6}{2} = -3$$

FUNÇÃO QUADRÁTICA

Exemplo:

$$f(x) = x^2 + 2x - 3$$

$$x' = \frac{2}{2} = 1 \qquad\qquad x'' = -\frac{6}{2} = -3$$

Então, os zeros da função são {1, -3}.

FUNÇÃO QUADRÁTICA

O valor do delta nos permite saber quantos zeros a função quadrática vai ter. Podemos separar em três casos:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$\Delta > 0 \rightarrow$ a função possui duas raízes reais distintas;
$\Delta = 0 \rightarrow$ a função possui uma única raiz real;
$\Delta < 0 \rightarrow$ a função não possui raiz real.

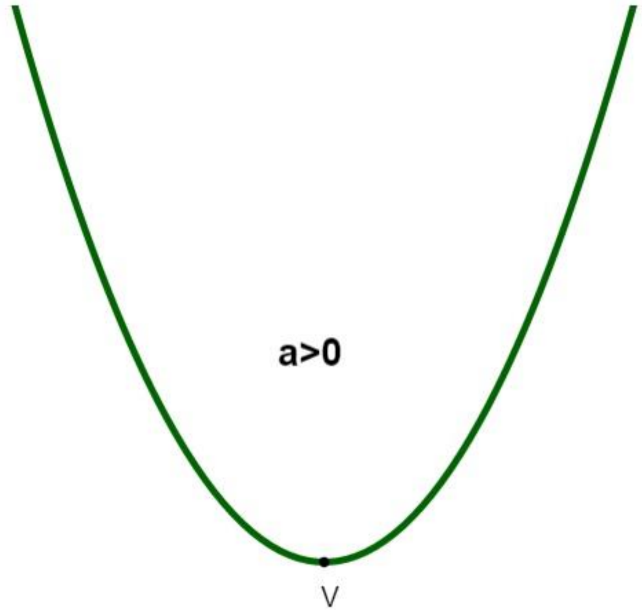
FUNÇÃO QUADRÁTICA

Gráfico de uma função do 2º grau

O gráfico de uma função do 2º grau é representado sempre por uma parábola. Existem duas possibilidades, dependendo do valor do coeficiente “a”: a concavidade da parábola pode ser para cima ou para baixo.

FUNÇÃO QUADRÁTICA

Se a > 0, a concavidade é para cima:

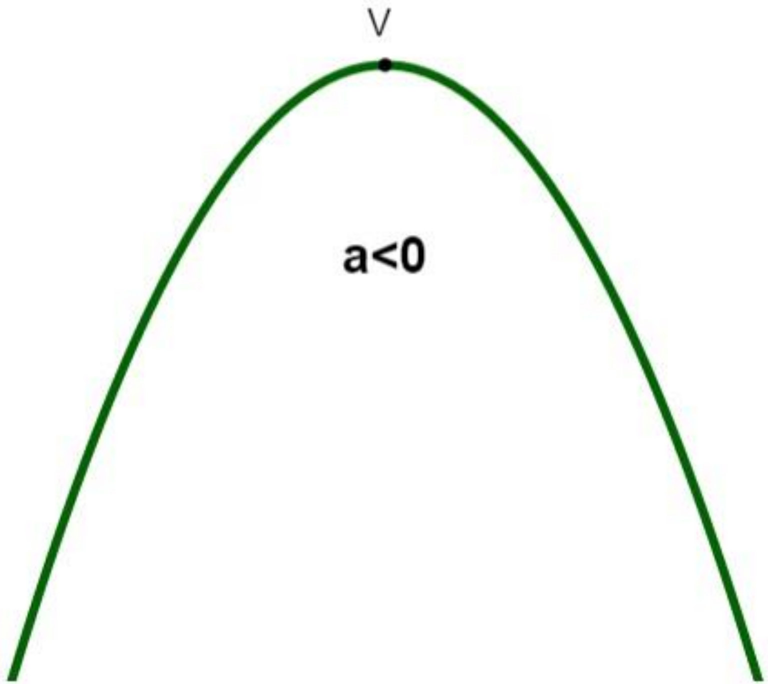


FUNÇÃO QUADRÁTICA

O ponto V representa o que conhecemos como vértice da parábola, que, nesse caso, é o ponto de mínimo, ou seja, o menor valor que f(x) pode assumir.

FUNÇÃO QUADRÁTICA

Se a < 0, a concavidade é para baixo:



FUNÇÃO QUADRÁTICA

Quando isso ocorre, perceba que, nesse caso, o vértice é o ponto de máximo da função, ou seja, maior valor que f(x) pode assumir.

Para fazer o esboço do gráfico, precisamos encontrar:

- os zeros da função;
- o ponto em que a função intercepta o eixo y;
- o ponto de máximo ou de mínimo da parábola, que conhecemos como vértice da parábola.

FUNÇÃO QUADRÁTICA

Vértice da parábola

Como vimos anteriormente, o vértice da parábola é o ponto de mínimo ou de máximo do gráfico. Para encontrar o valor de x e y no vértice, utilizamos uma fórmula específica. Vale ressaltar que o vértice é um ponto V, logo ele possui coordenadas, representadas por Xv e Yv.

FUNÇÃO QUADRÁTICA

Para calcular o valor de V (Xv, Yv), utilizamos as fórmulas:

$$X_v = \frac{-b}{2a}$$

$$y_v = \frac{-\Delta}{4a}$$

FUNÇÃO QUADRÁTICA

Exemplo:

Encontre o vértice da parábola $f(x) = -x^2 + 4x - 3$.

FUNÇÃO QUADRÁTICA

Exemplo:

Encontre o vértice da parábola $f(x) = -x^2 + 4x - 3$.

Calculando o Δ e aplicando a fórmula de Bhaskara, temos que:

$\Delta = b^2 - 4ac$
$\Delta = 4^2 - 4(-1)(-3)$
$\Delta = 16 - 12$
$\Delta = 4$

FUNÇÃO QUADRÁTICA

Exemplo:

Encontre o vértice da parábola $f(x) = -x^2 + 4x - 3$.

$$x_v = \frac{-b}{2a} \qquad x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2 \cdot (-1)} = \frac{-4}{-2} = 2$$

$$y_v = \frac{-\Delta}{4a} \qquad y_v = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-4}{4(-1)} = \frac{-4}{-4} = 1$$

FUNÇÃO QUADRÁTICA

Exercícios

Questão 1 – (Enem 2013 – PPL) Uma pequena fábrica vende seus bonés em pacotes com quantidades de unidades variáveis. O lucro obtido é dado pela expressão $L(x) = -x^2 + 12x - 20$, onde x representa a quantidade de bonés contidos no pacote. A empresa pretende fazer um único tipo de empacotamento, obtendo um lucro máximo.

Para obter o lucro máximo nas vendas, os pacotes devem conter uma quantidade de bonés igual a:

A) 4 B) 6 C) 9 D) 10 E) 14

FUNÇÃO QUADRÁTICA

Sabendo que a função lucro L(x) é uma função do 2º grau, a = -1, ou seja, o seu gráfico é uma parábola com concavidade para baixo, queremos encontrar o ponto de máximo da função, ou seja, o vértice. Como x representa a quantidade de bonés, então a quantidade de bonés que maximiza o lucro é o xv.

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-12}{2 \cdot (-1)} = \frac{-12}{-2} = 6$$

FUNÇÃO QUADRÁTICA

Exercícios

Questão 2 – (Enem 2009) Um posto de combustível vende 10.000 litros de álcool por dia a R$ 1,50 cada litro. Seu proprietário percebeu que, para cada centavo de desconto que concedia por litro, eram vendidos 100 litros a mais por dia. Por exemplo, no dia em que o preço do álcool foi R$ 1,48, foram vendidos 10.200 litros.

Considerando x o valor, em centavos, do desconto dado no preço de cada litro, e V o valor, em R$, arrecadado por dia com a venda do álcool, então qual a expressão que relaciona V e x?

Obrigado!

Alguma dúvida?

juliocesarnaves@hotmail.com
+35 99985 2104
@juliocesarnf