MATEMÁTICA

AULA 02

Prof. Me. Julio Cesar Naves Fernandes

OLÁ!

Eu sou o Prof. Julio Cesar

Bacharel em Sistemas de Informação
Licenciatura Plena em Matemática
Pós Graduação em Ensino de Matemática
Mestrado em Ensino de Ciências, Matemática e Tecnologia

“Todas as coisas são números.”

- Pitágoras

NOSSO CRONOGRAMA

1º BIMESTRE
28/03 - AVALIAÇÃO 40 PONTOS
25/04 - AVALIÃÇÃO 40 PONTOS
26/04 - AVA 20 PONTOS
TOTAL = 100 PONTOS

2º BIMESTRE
30/05 - AVALIAÇÃO 40 PONTOS
22/06 – SIMULADO SEMESTRAL 10 PONTOS
27/06 - AVALIÃÇÃO 30 PONTOS
28/06 - AVA 20 PONTOS
TOTAL = 100 PONTOS

PROVA FINAL
04/06 - AVALIAÇÃO 30 PONTOS

I

INTRODUÇÃO À RADICIAÇÃO

INTRODUÇÃO À RADICIAÇÃO

Já vimos que $5^2 = 25$, mas agora pensa comigo, e se já temos o valor 25 e queremos saber que número foi elevado ao quadrado para chegarmos nele?

Pra descobrimos isso, vamos usar um negocinho chamado **raiz quadrada.**

Já sabemos que nesse caso basta elevar 5 ao quadrado para chegarmos ao valor de 25, ou seja :

$$\sqrt[2]{25} = 5$$

INTRODUÇÃO À RADICIAÇÃO

$$\sqrt[2]{25} = 5$$

Esse símbolo no número 25 é como expressamos uma raiz e lemos assim: A raiz quadrada de 25 é 5.

Gente, a raiz nada mais é a operação inversa da potência. Assim como a soma e subtração, multiplicação e divisão...

INTRODUÇÃO À RADICIAÇÃO

Uma raiz é composta dos seguintes elementos:

$$\sqrt[n]{a} = b$$

O <u>**n**</u> é o índice da nossa raiz, <u>**a**</u> é o radicando e o <u>**b**</u> é a raiz.

INTRODUÇÃO À RADICIAÇÃO

Raízes

TODA vez que você se deparar com uma raiz, você vai se perguntar: “Que número foi elevado ao índice, para que eu tenha o valor do radicando?”.

Por exemplo:

$$\sqrt[4]{81}$$

INTRODUÇÃO À RADICIAÇÃO

$$\sqrt[4]{81}$$

Vamos pensar, em que número que foi elevado a quatro (índice), e chegamos ao valor 81 (radicando)?

Vamos testar alguns, começando por 2:

$$2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$$

16 é um pouco longe do 81 que queremos, vamos testar o número 4 :

INTRODUÇÃO À RADICIAÇÃO

$$4^4 = 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 256$$

Quando testamos o 2 o resultado é 16, que é menor que 81. E com 4, temos por resultado 256, que é maior que 81. Assim, vamos escolher um número entre 2 e 4, ou seja, o 3:

INTRODUÇÃO À RADICIAÇÃO

$$3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$$

EEEE achamos o número que estávamos procurando, assim temos que:

$$\sqrt[4]{81} = 3$$

INTRODUÇÃO À RADICIAÇÃO

Aah, mais uma coisinha quando não temos nenhum índice na nossa raiz, consideramos como uma raiz quadrada (índice 2).

Por exemplo:

$$\sqrt{144} = \sqrt[2]{144}$$

Para resolver vamos pensar "que número elevado ao quadrado (índice) dá 144 (radicando)"

INTRODUÇÃO À RADICIAÇÃO

O número $10^2 = 10 \times 10 = 100$, assim sabemos que o valor que estamos procurando é maior que 10, vamos testar o 12.

$$12^2 = 12 \times 12 = 144$$

Pronto, achamos o que estamos procurando. Logo, temos:

$$\sqrt{144} = 12$$

PROPRIEDADES

1. Independente do índice, a raiz de 0 é 0:

$$\sqrt[n]{0} = 0$$

PROPRIEDADES

1. Independente do índice, a raiz de 0 é 0:

$$\sqrt[n]{0} = 0$$

2. Independente do índice, a raiz de 1 é 1:

$$\sqrt[n]{1} = 1$$

PROPRIEDADES

3. A raiz de índice n, de um número elevado a n é ele mesmo:

$$\sqrt[n]{a^n} = a$$

PROPRIEDADES

3. A raiz de índice n, de um número elevado a n é ele mesmo:

$$\sqrt[n]{a^n} = a$$

4. Toda raiz pode ser escrita em forma de potência, basta elevar o radicando pelo seu próprio expoente dividido pelo índice:

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

PROPRIEDADES

5. Quando temos uma raiz dentro da outra podemos colocar o radicando em uma raiz só e multiplicar os índices

$$\sqrt[p]{\sqrt[q]{a}} = \sqrt[p \times q]{a}$$

PROPRIEDADES

5. Quando temos uma raiz dentro da outra podemos colocar o radicando em uma raiz só e multiplicar os índices

$$\sqrt[p]{\sqrt[q]{a}} = \sqrt[p \times q]{a}$$

6. Quando temos um expoente elevando uma raiz, esse expoente "entra" para dentro do radicando:

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$$

PROPRIEDADES

Observações

Agora se prepara que vou te dar umas dicas pra que na hora de lidar com as raízes, você mande suuuper bem:

- Se a raiz que estamos calculando tem índice par (2,4,6 ...), e o radicando é negativo. Essa raiz NÃO VAI EXISTIR.

  Ex:

  $$\sqrt{-4}$$

  Podemos afirmar que essa raiz NÃO EXISTE, ou seja, não há nenhum número que vamos elevar ao quadrado que vai dar -4.

PROPRIEDADES

Na operação $\sqrt[3]{125} = 5$, pede-se:

1. O radicando;

2. A raiz;

3. O índice;

II

OPERAÇÕES COM RAÍZES

SOMA E SUBTRAÇÃO

Seguinte, tanto para soma quanto para subtração, não temos nenhuma regra especial, você resolve as raízes e faz a conta:

Exemplo:

$$\sqrt[3]{125} + \sqrt{81} - \sqrt[5]{1}$$

Vamos resolver cada uma das raízes:

SOMA E SUBTRAÇÃO

$$\sqrt[3]{125} + \sqrt{81} - \sqrt[5]{1}$$

<u>Primeira raiz:</u>

$$\sqrt[3]{125}$$

Pensando em que número elevado ao cubo (índice), resulta em 125 (radicando).

Se tentarmos $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ veremos que o valor é menor que 125, assim vamos testar o 5

$$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$$

Logo

$$\sqrt[3]{125} = 5$$

SOMA E SUBTRAÇÃO

$$\sqrt[3]{125} + \sqrt{81} - \sqrt[5]{1}$$

Segunda raiz:

$$\sqrt{81}$$

Vamos pensar em um número elevado ao quadrado vale 81.

Sabemos que $10^2 = 10 \times 10 = 100$, logo o número que estamos procurando é menor que 10, vamos testar 9

$$9^2 = 9 \times 9 = 81$$

Assim, temos:

$$\sqrt{81} = 9$$

SOMA E SUBTRAÇÃO

$$\sqrt[3]{125} + \sqrt{81} - \sqrt[5]{1}$$

Terceira raiz:

$$\sqrt[5]{1}$$

Independente do índice, a raiz de 1 sempre vai ser 1:

$$\sqrt[5]{1} = 1$$

SOMA E SUBTRAÇÃO

$$\sqrt[3]{125} + \sqrt{81} - \sqrt[5]{1}$$

Agora é só resolver a expressãozinha:

$$\sqrt[3]{125} + \sqrt{81} - \sqrt[5]{1} = 5 + 9 - 1 = 13$$

MULTIPLICAÇÃO

Para fazer a multiplicação com o macete, é necessário que as raízes tenham o mesmo índice. Se não tiver, você resolve as raízes separadamente e faz a multiplicação.

Quando temos o mesmo índice, por exemplo:

$$\sqrt[3]{4} \times \sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{8}$$

MULTIPLICAÇÃO

$$\sqrt[3]{4} \times \sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{8}$$

Podemos juntar todos como uma raiz e multiplicamos dentro dela

$$\sqrt[3]{4 \times 2 \times 8} = \sqrt[3]{64}$$

Agora é só resolver, vamos pensar em que número elevado ao cubo dá 64, podemos testar o 4

$$4 \times 4 \times 4 = 64$$

Assim, temos:

$$\sqrt[3]{4} \times \sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{64} = 4$$

MULTIPLICAÇÃO

Essa ideia, lembrando que só vale para **índices iguais**. Você também pode usar quando tem uma raiz com um número em que o resultado não seja exato (ou muito grande) e enxergar ele como uma multiplicação ajuda a simplifição.

Por exemplo:

$$\sqrt{32}$$

MULTIPLICAÇÃO

$$\sqrt{32}$$

Se pensarmos em que numero elevado ao quadrado vale 32, não vamos encontrar um número inteiro, por que $5^2 = 25$ e $6^2 = 36$, logo o resultado para a raiz de 32 é um número decimal entre 5 e 6.

Mas podemos usar a multiplicação ao nosso favor, podemos pensar que $32 = 16 \times 2$, com isso fazemos

$$\sqrt{32} = \sqrt{16 \times 2}$$

MULTIPLICAÇÃO

$$\sqrt{32} = \sqrt{16 \times 2}$$

Agora nesse caso temos uma raiz podemos considerar ela como duas raízes do mesmo índice se multiplicarmos:

$$\sqrt{16 \times 2} = \sqrt{16} \times \sqrt{2}$$

MULTIPLICAÇÃO

$$\sqrt{16 \times 2} = \sqrt{16} \times \sqrt{2}$$

A raiz quadrada de 16 é 4, mas não existe um número inteiro que a raiz dê 2 (por isso vamos deixá-la assim mesmo). Nossa simplificação vai ficar:

$$\sqrt{32} = \sqrt{16} \times \sqrt{2} = 4 \times \sqrt{2}$$

Logo nosso resultado simplificado é $4\sqrt{2}$, observe que não colocamos o símbolo de multiplicação, mas quando temos um número antes de uma raiz, já fica entendido que eles estão se multiplicando.

DIVISÃO

Para fazermos a divisão é necessário novamente ter ÍNDICES IGUAIS. Se você não tiver, é só resolver as raízes individualmente e depois fazer a divisão.

Seguinte quando você tem duas raízes de mesmo índice se dividindo, você pode fazer uma raiz só, com os números se dividindo.

Exemplo:

$$\frac{\sqrt[3]{81}}{\sqrt[3]{3}}$$

DIVISÃO

$$\frac{\sqrt[3]{81}}{\sqrt[3]{3}}$$

Agora aplicando e fazendo uma única raiz, temos:

$$\frac{\sqrt[3]{81}}{\sqrt[3]{3}} = \sqrt[3]{\frac{81}{3}} = \sqrt[3]{27}$$

DIVISÃO

$$\frac{\sqrt[3]{81}}{\sqrt[3]{3}} = \sqrt[3]{\frac{81}{3}} = \sqrt[3]{27}$$

Pronto, agora é só resolver, vamos pensar em que número elevado ao cubo vale 27. Testaremos o 3:

$$3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$$

Pronto, assim temos:

$$\frac{\sqrt[3]{81}}{\sqrt[3]{3}} = \sqrt[3]{\frac{81}{3}} = \sqrt[3]{27} = 3$$

III

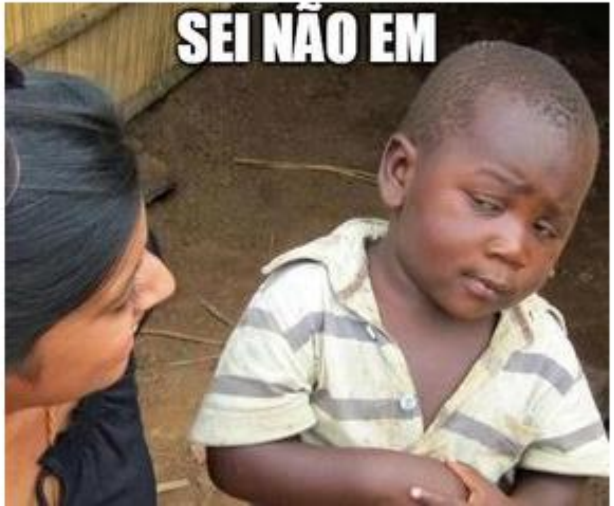
RACIONALIZAÇÃO DE DENOMINADORES

INTRODUÇÃO

Falaa ae meus queridosss, saca só essas duas fraçõezinhas:

$\frac{1}{\sqrt{3}}$ e $\frac{\sqrt{3}}{3}$

E se eu te contar que elas são equivalentes??



INTRODUÇÃO

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \text{ e } \frac{\sqrt{3}}{3}$$

É Isso mesmo gente, se você resolver essas contas, o resultado vai ser o mesmoooo pra ambas as frações.

Da uma olhada na primeira fração:

$$\frac{1}{\sqrt{3}}$$

INTRODUÇÃO

$$\frac{1}{\sqrt{3}}$$

Podemos observar que no denominador temos uma raiz, e quando se trata de frações, por uma questão de facilitar os cálculos manuais, VOCÊ NUNCA VAI QUERER TER RAIZES NO DENOMINADOR.

É serio mesmo, sempre que você se deparar com uma fração com uma ou mais raízes no denominador, pula fora dessa.

Mas pra fazer isso, vamos aprender a usar uma coisinha chamada **RACIONALIZAÇÃO.**

INTRODUÇÃO

A racionalização, nada mais é do que você pegar a fração com o denominador contendo raízes, e multiplicar o numerador e denominador por um FATOR RACIONALIZANTE.

Esse fator vai fazer com que a nossa fração passe a ter um denominador sem raízes.

Voltando ao nosso exemplo de inicio, a fração foi racionalizada multiplicando $\sqrt{3}$ (fator racionalizante), no numerador e denominador da nossa fração:

$$\frac{1 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Belezinha, mas como que vamos saber que fator é esse que vamos usar ???

Relaxa, vamos ver três casos. Ai quando você se deparar com exercícios, basta ver em que caso entra.

FATOR RACIONALIZANTE

- **1° Caso :** Denominador com uma raiz quadrada

Por exemplo:

$$\frac{5}{2\sqrt{5}}$$

Vamos olhar somente para o denominador, temos uma raiz quadrada, logo entra nesse primeiro caso.

FATOR RACIONALIZANTE

O fator racionalizante nesses casos, sempre vai ser a própria raiz. Assim, no nosso exemplo o fator será $\sqrt{5}$, agora bastam multiplicarmos o numerador e denominador da nossa fração original por ele:

$$\frac{5 \times \sqrt{5}}{2\sqrt{5} \times \sqrt{5}}$$

Agora é só resolver:

$$\frac{5 \times \sqrt{5}}{2\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{5\sqrt{5}}{2 \times 5} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

Então não se esqueça de nesse caso o fator é a própria raiz quadrada que está no denominador.

FATOR RACIONALIZANTE

2° Caso: Denominador com uma raiz, onde o índice é diferente de dois.

Nesse caso, vamos ter uma fração onde o denominador é parecido com:

$$\sqrt[n]{a^m}$$

FATOR RACIONALIZANTE

$$\sqrt[n]{a^m}$$

O fator racionalizante será:

$$\sqrt[n]{a^{n-m}}$$

Exemplo:

$$\frac{1}{\sqrt[3]{7}}$$

No denominador agora temos uma raiz cúbica, assim, entramos no segundo caso.

FATOR RACIONALIZANTE

Vamos usar a formulazinha do fator integrante:

$$\sqrt[n]{a^{n-m}}$$

“n” é o índice da raiz que temos no nosso denominador.

“a” é o radicando da raiz que temos

“’m” é o valor que o radicando está sendo elevado.

Nesse casso nosso denominador é:

$$\sqrt[3]{7}$$

FATOR RACIONALIZANTE

$$\sqrt[3]{7}$$

Temos que n = 3, a =7 e m = 1.

Assim, nosso fator fica:

$$\sqrt[3]{7^{3-1}} = \sqrt[3]{7^2}$$

Agora é só multiplicar ele, no numerador e denominador da nossa fração original:

$$\frac{1 \times \sqrt[3]{7^2}}{\sqrt[3]{7} \times \sqrt[3]{7^2}}$$

FATOR RACIONALIZANTE

Vamos escrever essas raízes em forma de potenciação e resolver:

$$\frac{\sqrt[3]{7^2}}{\sqrt[3]{7} \times \sqrt[3]{7^2}} = \frac{\sqrt[3]{7^2}}{7^{\frac{1}{3}} \times 7^{\frac{2}{3}}} = \frac{\sqrt[3]{7^2}}{7^{\frac{1}{3}+\frac{2}{3}}} = \frac{\sqrt[3]{7^2}}{7}$$

Prontinho.

FATOR RACIONALIZANTE

- **3° Caso:** Denominador com soma ou subtração, onde pelo menos um dos elementos é uma raiz quadrada.

Seguinte à ideia é, que o fator racionalizante vai ser a mesma soma (ou subtração) que temos no denominador, a única coisa que vai trocar é o sinal, ou seja:

Se temos no denominador:	O fator racionalizante é :
$\sqrt{a} + \sqrt{b}$	$\sqrt{a} - \sqrt{b}$
$\sqrt{a} - \sqrt{b}$	$\sqrt{a} + \sqrt{b}$
$\sqrt{a} + b$	$\sqrt{a} - b$
$\sqrt{a} - b$	$\sqrt{a} + b$

FATOR RACIONALIZANTE

Se temos no denominador:	O fator racionalizante é :
$\sqrt{a}+\sqrt{b}$	$\sqrt{a}-\sqrt{b}$
$\sqrt{a}-\sqrt{b}$	$\sqrt{a}+\sqrt{b}$
$\sqrt{a}+b$	$\sqrt{a}-b$
$\sqrt{a}-b$	$\sqrt{a}+b$

Exemplo:

$$\frac{1}{\sqrt{11}-3}$$

Opaaa há uma subtração no denominador, logo entramos no terceiro e ultimo caso.

Como temos $\sqrt{11}-3$, o fator racionalizante vai ser $\sqrt{11}+3$ (só troca o sinal).

FATOR RACIONALIZANTE

Agora é só multiplicar o fator no denominador e numerador da nossa fração

$$\frac{1 \times \left(\sqrt{11} + 3\right)}{\left(\sqrt{11} - 3\right) \times \left(\sqrt{11} + 3\right)} = \frac{\sqrt{11} + 3}{11 - 9} = \frac{\sqrt{11} + 3}{2}$$

Então é isto, vamos sempre se lembrar de que quando chegarmos num exercício que é necessário racionalizar, primeiro você vai ver em qual caso ele entra. Feito isso, basta **descobrir o fator racionalizante**, depois é só **multiplicar ele pelo denominador e numerador da fração original que tínhamos.**

ATIVIDADE
QUE PODE OU NÃO VALER PONTO

DEPENDE DE VOCÊS!

Obrigado!

Alguma dúvida?

juliocesarnaves@hotmail.com
+35 99985 2104
@juliocesarnf