# MNUM-PROJEKT, zadanie 3.17

## Marcin Dziedzic

# $7~\mathrm{maja}~2018$

# Spis treści

1	$\mathbf{Z}\mathbf{ad}$	anie I	2
	1.1	Tre zadania	2
	1.2	Metoda bisekcji	2
		1.2.1 Opis teoretyczny	2
		1.2.2 Realizacja w programie Matlab	2
	1.3	Metoda siecznych	3
		1.3.1 Realizacja w programie Matlab	4
	1.4	Metoda Newtona	5
		1.4.1 Opis teoretyczny	5
		1.4.2 Realizacja w programie Matlab	5
	1.5	Analiza danych wejciowych	6
		1.5.1 Realizacja w programie Matlab	6
	1.6	Rozwizanie	9
		1.6.1 Metoda bisekcji	9
		1.6.2 Metoda siecznych	1
		1.6.3 Metoda Newtona	1
	1.7	Wnioski	2
2	Zad	anie II	2
	2.1	Tre zadania	2
	2.2	Opis teorytyczny	3
	2.3	Rozwizanie	3
	2.4	Wyniki	õ
	2.5	Wnioski	õ

## 1 Zadanie I

## 1.1 Tre zadania

Prosz znale wszystkie zera funkcji

$$f(x) = 0.7x\cos(x) - \ln(x+1)$$

w przedziale [2,11], uywajc dla kadego zera programu z implementacj:

- a) metody bisekcji
- b) metody siecznych
- c) metody Newtona

## 1.2 Metoda bisekcji

#### 1.2.1 Opis teoretyczny

Teoretyczny zarys metody bisekcji moemy przybliy poniszym algorytmem:

- 1. Poczwszy od przedziau startowego  $[a,b] = [a_0,b_0]$  obliczamy rodek przedziau  $c_n$ ,  $c_n = \frac{a_n + b_n}{2}$  i obliczamy warto f(x) w tym punkcie.
- 2. Obliczamy iloczyny  $f(a_n) * f(c_n)$  oraz  $f(b_n) * f(c_n)$  i jako nowy przedzia  $[a_{n=1}, b_{n+1}]$  wybieramy argumenty tego iloczynu którego warto jest ujemna.

Kroki te powtarzamy a do momentu uzyskania  $f(c_n) < \delta$  gdzie  $\delta$  to oczekiwana dokadno rozwizania. W przypadku "paskich" funkcji warto te kontrolowa dugo rozpatrywanego przedziau. Dokadno wyniku zaley jedynie od iloci iteracji dlatego metoda jest zbiena liniowo z ilorazem zbienoci 0.5, co czyni j stosunkowo wolno zbien w przypadku wyboru szerokiego przedziau pocztkowego.

#### 1.2.2 Realizacja w programie Matlab

Listing 1: Implementacja metody bisekcji

```
% Funkcja wyznaczajaca punkty zerowe funkcji metoda bisekcji
%
% IN:
% a0, b0 - zakres
% fun - funkcja
% iter - maksymalna liczba iteracji
%
% OUT:
% solution - wyznaczone miejsce zerowe
```

```
function soluiton = md bisection (fun, a0, b0, iter)
  a = a0;
  b = b0:
  % inicjalizacja wartosciami poczatkowymi
  fa = feval(fun, a);
  fb = feval(fun,b);
  for k=1:iter
    \% obliczenie srodka odcinka
    xm = a + 0.5*(b-a);
    % f(xm)
    fm = feval(fun,xm);
    fprintf('%3d_____[%12.10f;%12.10f]____%12.16f_____%12.3e\n',k,a,b,xm,fm);
    if (fm == 0)
        return
    end
       Zero lezy w przedziale [xm, b], zamiana a
    if sign(fm)==sign(fa)
        a = xm;
        fa = fm;
    % Zero lezy w przedziale [a,xm], zamiana b
    else
        b = xm:
        fb = fm;
    %dodatkowy warunek zakonczenia wykonywania
    if (fm == 0)
        return
    end
  end
  soluiton = xm;
  return
end
```

#### 1.3 Metoda siecznych

Metoda siecznch jest bardzo podobna do metody bisekcji, róni si tym, i przez krace aktualnego przedziau prowadzimy prost, która przecina o rzdnych w punkcie  $x_0$ . Nastpnie prowadzimy kolejn prost przez punkt  $f(x_n)$  i poprzedni punkt  $f(x_{n-1})$ . Warto zaznaczy, e nie dbamy tutaj o przedzia izolacji pierwiastka, ani nawet o znak iloczynu wartoci na kracach aktualnego przedziau.

```
Wzór na n+1 punkt, przez który ma przej prosta: x_{n+1} = \frac{x_{n-1}f(x_n) - x_nf(x_{n-1})}{f(x_n) - f(x_{n-1})}
```

Rzd zbienoci metody siecznych wynosi  $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$  zatem metoda ta jest szybsza od metody bisekcji, lecz w praktyce moe okaza si niezbiena kiedy przedzia izolacji nie jest dostatecznie may, gdy jest ona zbiena tylko lokalnie, a nie globalnie jak poprzednia metoda.

#### 1.3.1 Realizacja w programie Matlab

Listing 2: Implementacja metody siecznych

```
% Funkcja wyznaczająca punkty zerowe funkcji metoda siecznych
% IN:
\% a0, b0 - zakres
% fun - funkcja
% iter - maksymalna liczba iteracji
%
% OUT:
\% solution - wyznaczone miejsce zerowe
function solution = md_secans(fun, a0, b0, iter)
  a = a0;
  b = b0;
  % poczatkowa wartosc funkcji
  fa = feval(fun,a);
  for k = 1:iter
    fb = feval(fun,b);
    dx = fb * (b-a) / (fb-fa);
    xm = b-dx;
    if(isnan(xm))
        return
    end
    a = b;
    b = xm;
    fa = fb;
    solution = b;
    fprintf('%3d______[%12.10f;%12.10f]_____%12.16f_____%12.3e\n',k,a,b,xm,fb);
    \% dodatkowy warunek zakonczenia wykonywania
    if(fb == 0)
        return
    end
  end
```

end

#### 1.4 Metoda Newtona

#### 1.4.1 Opis teoretyczny

Metoda Newtona polega na wyznaczeniu czciowego (ucitego) rozwinicia w szereg Taylora danej funkcji, które moemy traktowa jak liniowe przyblienie funkcji wedug wzoru:

$$f(x) \approx f(x_n) + f'(x_n)(x - x_n)$$

Nastpnie wyznaczamy kolejne punkty iteracji poprzez przyrównanie do zera otrzymanej aproksymacji:

$$f(x_n) + f'(x_n)(x_{n+1} - x_n) = 0$$

Prowadzi to do zalenoci iteracyjnej danej nastpujcym wzorem:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

Metoda Newtona jest zbiena jedynie lokalnie, poniewa wyznaczajc styczn do wykresu w danym punkcie moemy w przypadku ujemnego znaku pochodnej dojs do rozbienoci. Dla przypadków pochodnej wikszej od zera metoda jest zbiena kwadratowo. Rzd zbienoci wynosi 2.

#### 1.4.2 Realizacja w programie Matlab

Listing 3: Implementacja metody Newtona

```
% Funkcja wyznaczajaca punkty zerowe funkcji metoda Newtona
%
IN:
% a0 - lewa strona zakresu
% fun - funkcja
% iter - maksymalna liczba iteracji
%
OUT:
% solution - wyznaczone miejsce zerowe
function solution = md_newton(fun, a0, iter)
x0 = a0;
for k = 1:iter
  [fold, fpold] = feval(fun, x0);
```

```
dx = fold / fpold;
x0 = x0 - dx;
fprintf('%3d_\undersetannown \%12.10f_\undersetannown \%12.16f_\undersetannown \%12.3e_\undersetannown \%12.3e_\
```

#### 1.5 Analiza danych wejciowych

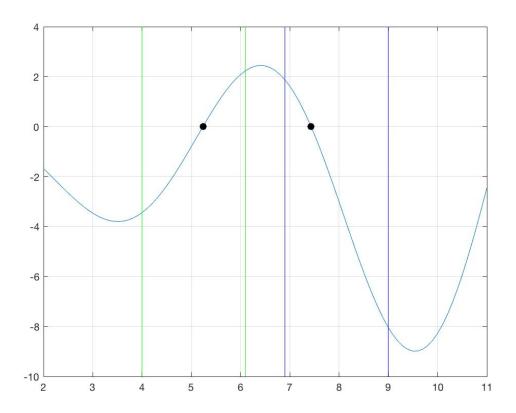
W celu wyznaczenia przedziaów izolacji miejsc zerowych zosta wykorzystany algorytm opisany w skrypcie prof. Tatjewskiego. Wstpna analiza danych rozpoczyna si od wygenerowania wykresu funkcji w danym przedziale i na tej podstawie wyboru przedziau startowego dla algorytmu. Nastpnie w podanym przedziale w ptli badany jest znak iloczynu funkcji w punktach granicznych. Jeeli jest on ujemny, oznacza to wystpowanie miejsca zerowego w danym przedziale. Jeeli nie, to przedzia jest rozszerzany do momentu przekroczenia przedziau danego w zadaniu. Poniej wykres funkcji z zaznaczonymi przedziaami izolacji wyznaczonymi przez algorytm.

#### 1.5.1 Realizacja w programie Matlab

Listing 4: Skrypt rozwizujcy zadanie nr 1

```
% zadanie nr 1

clear;
x = 2 : 0.1 : 11;
plot(x, md_fun_1(x))
grid on
axis([2 11 -10 4])
hold on
plot([4 4], [-10 4], 'g-');
plot([6.1 6.1], [-10 4], 'g-');
plot([6.9 6.9], [-10 4], 'b-');
plot([9 9], [-10 4], 'b-');
```



```
plot (5.2353163129141116, 0, '.', 'MarkerSize', 24, 'MarkerEdge', 'k');
plot (7.4317177653721664, 0, '.', 'MarkerSize', 24, 'MarkerEdge', 'k');

n=100;
x1 = 4;
x2 = 5;

% algorytmiczne wyznaczanie przedzialow izolacji
for k=1:2
    for j=1:n
        if md_fun_1(x1)*md_fun_1(x2)<0
            a = x1;
            b = x2;
            fprintf('Wyniki_dla_\%d_\miejsca_\zerowego_\w_\przedziale_\[%d,\%d]\n',k,a bisection('md_fun_1',a,b,100);</pre>
```

```
secant('md\_fun\_1',a,b,100);
                  newton('md_fun_1',a,100);
                  x1 = 8;
                  x2 = 9;
                  break;
            \mathbf{elseif} \ \mathbf{abs} (\mathrm{md\_fun\_1}(\mathrm{x1})) \! < \! \mathbf{abs} (\mathrm{md\_fun\_1}(\mathrm{x2}))
                  x1 = x1+1.1*(x1-x2);
            _{
m else}
                  x2 = x2+1.1*(x2-x1);
            \mathbf{end}
            \%wyjscie z petli po przekroczeniu przedzialu
            if(x1>11)&&(x2<(2))
                  break;
            \quad \text{end} \quad
      \mathbf{end}
end
```

## 1.6 Rozwizanie

# 1.6.1 Metoda bisekcji

Pierwsze miejsce zerowe				
nr	przedzial	rozwiazanie	warto	
1	[4.0000000000; 6.1000000000]	5.0499999999999998	-6.291e-01	
2	[5.0500000000; 6.1000000000]	5.574999999999999	1.081e+00	
3	[5.0500000000; 5.5750000000]	5.31250000000000000	2.576e-01	
4	[5.0500000000; 5.3125000000]	5.18125000000000004	-1.826e-01	
5	[5.1812500000; 5.3125000000]	5.24687500000000002	3.884e-02	
6	[5.1812500000; 5.2468750000]	5.21406250000000007	-7.163e-02	
7	[5.2140625000;5.2468750000]	5.23046875000000000	-1.631e-02	
8	[5.2304687500;5.2468750000]	5.2386718749999996	1.129e-02	
9	[5.2304687500;5.2386718750]	5.2345703124999998	-2.510e-03	
10	[5.2345703125;5.2386718750]	5.2366210937499993	4.389e-03	
11	[5.2345703125;5.2366210937]	5.2355957031250000	9.399e-04	
12	[5.2345703125; 5.2355957031]	5.2350830078125004	-7.849e-04	
13	[5.2350830078; 5.2355957031]	5.2353393554687502	7.752e-05	
14	[5.2350830078; 5.2353393555]	5.2352111816406257	-3.537e-04	
15	[5.2352111816; 5.2353393555]	5.2352752685546875	-1.381e-04	
16	[5.2352752686; 5.2353393555]	5.2353073120117184	-3.028e-05	
17	[5.2353073120; 5.2353393555]	5.2353233337402347	2.362e-05	
18	[5.2353073120;5.2353233337]	5.2353153228759766	-3.331e-06	
19	[5.2353153229;5.2353233337]	5.2353193283081056	1.014e-05	
20	[5.2353153229; 5.2353193283]	5.2353173255920407	3.407e-06	
21	[5.2353153229; 5.2353173256]	5.2353163242340086	3.808e-08	
22	[5.2353153229; 5.2353163242]	5.2353158235549930	-1.646e-06	
23	[5.2353158236; 5.2353163242]	5.2353160738945004	-8.041e-07	
24	[5.2353160739; 5.2353163242]	5.2353161990642541	-3.830e-07	
25	[5.2353161991;5.2353163242]	5.2353162616491318	-1.725e-07	
26	[5.2353162616; 5.2353163242]	5.2353162929415706	-6.719e-08	
27	[5.2353162929; 5.2353163242]	5.2353163085877892	-1.455e-08	
28	[5.2353163086; 5.2353163242]	5.2353163164108985	1.176e-08	
29	[5.2353163086;5.2353163164]	5.2353163124993438	-1.395e-09	
30	[5.2353163125;5.2353163164]	5.2353163144551207	5.184e-09	
31	[5.2353163125;5.2353163145]	5.2353163134772327	1.894e-09	
32	[5.2353163125;5.2353163135]	5.2353163129882887	2.495e-10	
33	[5.2353163125;5.2353163130]	5.2353163127438158	-5.729e-10	
34	[5.2353163127;5.2353163130]	5.2353163128660523	-1.617e-10	
35	[5.2353163129;5.2353163130]	5.2353163129271705	4.393e-11	
36	[5.2353163129;5.2353163129]	5.2353163128966109	-5.887e-11	
37	[5.2353163129;5.2353163129]	5.2353163129118911	-7.469e-12	
38	$[5.2353163129; 5.2353163129]_{\mathfrak{S}}$	7	1.823e-11	
39	[5.2353163129;5.2353163129]	5.2353163129157112	5.382e-12	
40	[5.2353163129;5.2353163129]	5.2353163129138007	-1.045e-12	

Drugie miejsce zerowe				
nr	przedzial	rozwiazanie warto		
1	[6.9000000000;9.00000000000]	7.950000000000000000	-2.725e+00	
2	[6.9000000000; 7.95000000000]	7.42500000000000007	3.067e-02	
3	[7.4250000000;7.95000000000]	7.687500000000000000	-1.270e+00	
4	[7.4250000000;7.6875000000]	7.55625000000000004	-5.950e-01	
5	[7.4250000000;7.5562500000]	7.49062500000000005	-2.754e-01	
6	[7.4250000000;7.4906250000]	7.4578125000000011	-1.206e-01	
7	[7.4250000000;7.4578125000]	7.4414062500000009	-4.450e-02	
8	[7.4250000000;7.4414062500]	7.4332031250000004	-6.802e-03	
9	[7.4250000000;7.4332031250]	7.4291015625000005	1.196e-02	
10	[7.4291015625;7.4332031250]	7.4311523437500000	2.587e-03	
11	[7.4311523438;7.4332031250]	7.4321777343750002	-2.106e-03	
12	[7.4311523438;7.4321777344]	7.4316650390624996	2.413e-04	
13	[7.4316650391;7.4321777344]	7.4319213867187504	-9.320e-04	
14	[7.4316650391;7.4319213867]	7.4317932128906250	-3.453e-04	
15	[7.4316650391;7.4317932129]	7.4317291259765623	-5.200e-05	
16	[7.4316650391;7.4317291260]	7.4316970825195305	9.466e-05	
17	[7.4316970825;7.4317291260]	7.4317131042480469	2.133e-05	
18	[7.4317131042;7.4317291260]	7.4317211151123050	-1.533e-05	
19	[7.4317131042;7.4317211151]	7.4317211101120000	3.001e-06	
20	[7.4317171092;7.4317211151]	7.4317171030001700	-6.165e-06	
21	[7.4317171097;7.4317211191]	7.4317131123302403	-0.109c-00 -1.582e-06	
22	[7.4317171097;7.4317131124]	7.4317171110302000	7.095e-07	
23	[7.4317176104;7.4317181110]	7.4317170103931919	-4.363e-07	
24	[7.4317176104;7.4317178607]	7.4317176000980998	1.366e-07	
25	[7.4317177355;7.4317178607]	7.4317177981138229	-1.499e-07	
26	[7.4317177355;7.4317177981]	7.4317177668213841	-6.633e-09	
27	[7.4317177355;7.4317177668]	7.4317177505213641	6.498e-08	
28	[7.4317177595,7.4317177668]	7.4317177511751045	2.917e-08	
29	[7.4317177590;7.4317177668]	7.4317177629098294	1.127e-08	
30	[7.4317177629;7.4317177668]	7.4317177648656063	2.319e-09	
31	[7.4317177649;7.4317177668]	7.4317177658434952	-2.157e-09	
32	[7.4317177649;7.4317177658]	7.4317177653545503	8.063e-11	
33	[7.4317177654;7.4317177658]	7.4317177655990232	-1.038e-09	
34	[7.4317177654;7.4317177656]	7.4317177654767868	-4.788e-10	
35	[7.4317177654;7.4317177655]	7.4317177654156685	-1.991e-10	
36	[7.4317177654;7.4317177654]	7.4317177653851090	-5.924e-11	
37	[7.4317177654;7.4317177654]	7.4317177653698296	1.070e-11	
38	[7.4317177654;7.4317177654]	7.4317177653774689	-2.427e-11	
39	[7.4317177654;7.4317177654]	7.4317177653774089	-6.789e-12	
40	[7.4317177654; 7.4317177654] $[7.4317177654; 7.4317177654]$	7.4317177653730497	1.952e-12	
41	[7.4317177654;7.4317177654]		-2.419e-12	
42	[7.4317177654;7.4317177654]	$0^{7.4317177653720949}$	-2.419e-12 -2.354e-13	
43	[7.4317177654;7.4317177654]	7.4317177653722180	8.584e-13	
43	[7.4317177654;7.4317177654]	7.4317177653719790	3.091e-13	
45	[7.4317177654; 7.4317177654] $[7.4317177654; 7.4317177654]$	7.4317177653720989	3.642e-14	
46	[7.4317177654; 7.4317177654] $[7.4317177654; 7.4317177654]$	7.4317177653721878	-9.726e-14	
47	[7.4317177654;7.4317177654]	7.4317177653721775	-3.720e-14 -3.242e-14	
48	[7.4317177654;7.4317177654]	7.4317177653721765	0.000e+00	
10	[1.101111004,1.4011111004]	1.1011111000121004	0.0000   00	

# 1.6.2 Metoda siecznych

	Pierwsze miejsce zerowe				
nr	przedzial	rozwiazanie	warto		
1	[6.1000000000;5.2721231045]	5.2721231045481129	2.238e+00		
2	[5.2721231045; 5.2238264588]	5.2238264587735248	1.234e-01		
3	[5.2238264588; 5.2353558422]	5.2353558421649877	-3.869e-02		
4	[5.2353558422;5.2353163517]	5.2353163517211909	1.330e-04		
5	[5.2353163517; 5.2353163129]	5.2353163129139766	1.306e-07		
6	[5.2353163129; 5.2353163129]	5.2353163129141116	-4.534e-13		
7	[5.2353163129;5.2353163129]	5.2353163129141116	8.882e-16		

Drugie miejsce zerowe				
nr	przedzial	rozwiazanie	warto	
1	[9.0000000000;7.2966891015]	7.2966891015391813	-8.043e+00	
2	[7.2966891015; 7.4122825051]	7.4122825051309968	5.855e-01	
3	[7.4122825051;7.4328117423]	7.4328117422994682	8.831e-02	
4	[7.4328117423; 7.4317097704]	7.4317097703803334	-5.009e-03	
5	[7.4317097704; 7.4317177621]	7.4317177621310275	3.659 e-05	
6	[7.4317177621; 7.4317177654]	7.4317177653721762	1.483e-08	
7	[7.4317177654; 7.4317177654]	7.4317177653721664	-4.396e-14	
8	[7.4317177654; 7.4317177654]	7.4317177653721664	0.000e+00	

## 1.6.3 Metoda Newtona

Pierwsze miejsce zerowe			
nr	przedzial	rozwiazanie	warto
1	2.291e+01	-1.891e+01	-3.440e+00
2	-2.907e+02	2.718e+02	-1.610e+01
3	6.998e + 52	-6.998e + 52	8.442e + 25
4	$\operatorname{Inf}$	-Inf	-Inf
5	NaN	NaN	NaN
6	NaN	NaN	NaN

Drugie miejsce zerowe			
nr	przedzial	rozwiazanie warto	
1	-10.6337977481	17.5337977481481566	1.873e + 00
2	-5.4087425453	22.9425402934045692	1.768e-01
3	457.6247656451	-434.6822253516609180	-1.250e+01
4	-94071.6545455790	93636.9723202273016796	-1.325e+02
5	NaN	NaN	Inf
6	NaN	NaN	NaN
7	NaN	NaN	NaN
8	NaN	NaN	NaN

#### 1.7 Wnioski

Dziki graficznej analizie wykresu funkcji w prosty sposób moemy wyznaczy otoczenie miejsc zerowych i zachowanie funkcji. Zauwayem, e funkcja posiada dwa miejsca zerowe. Wyznaczyem wie przedziay "badania"miejsc zerowych za pomoc algorytmu przedstawionego w ksice prof. Piotra Tatjewskiego.

Jak wynika z otrzymanych rezultatów metoda bisekcji w obu przypadkach potrzebowaa stosunkowo duzej ilosci iteracji (okoo 50), aby osiagac zadana dokadnosc. Jej zaletami jest niewrazliwosc na szczególne zachowania funkcji wiec mimo sabej zbieznosci nadaje sie do wyznaczania miejsc zerowych funkcji których przebiegu nie znamy w celu zabezpieczenia przez niezbieznosci.

Metoda siecznych potrzebowaa okoo 8 iteracji aby dojsc do wyniku. W przypadku badanej funkcji metoda ta okazaa si najlepsza. O wiele szybsza ni metoda bisekcji oraz zbiena dla podanej funkcji. Wynika to z wiekszego wspóczynnika zbienoci Niestety dla innych funkcji np. gdy ieczna przetnie wykres funkcji w wiekszej ilosci miejsc niz 2 razy moze okaza si niezbiena.

Metoda Newtona zupenie zawioda w moim rozwiazaniu. Rozpatrywany przedzia zawiera fragment funkcji z ujemna pochodna. Metoda okazaa sie rozbiena. Teorytycznie metoda ta powinna okaza si najszybsza, poniewa ma najwyszy wspóczynnik zbienoci.

### 2 Zadanie II

#### 2.1 Tre zadania

Uywajc metody Mullera MM1, prosz znale wszystkie pierwiastki rzeczywiste i zespolone wielomianu

$$f(x) = a_4 x^4 + a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0, \begin{bmatrix} a_4 & a_3 & a_2 & a_1 & a_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -7 & -4 & 2 & 9 \end{bmatrix}$$

## 2.2 Opis teorytyczny

Metoda Mullera : Powyzsze metody szukania zer funkcji jak najbardziej speniaja swoje zadanie, lecz dzieki nim nie znajdziemy pierwiastków zespolonych. Polecana metoda do znalezienia wszystkich pierwiastków jest metoda Mullera zbiezna lokalnie. MM1 Pierwsza metoda Mullera polega na aproksymacji funkcji w otoczeniu rozwiazania funkcja kwadratowa. Moze byc traktowana jako uogólnienie metody siecznych, gdyz zamiast interpolacji funkcja liniowa w dwóch punktach interpolujemy funkcja kwadratowa w trzech. Wezmy trzy punkty x0, x1 i x2 oraz wartosci funkcji w tych punktach. Istnieje dokadnie jedna funkcja kwadratowa przechodzaca przez te trzy wartosci f(x0), f(x1) i f(x2). Metoda polega na znajdowaniu pierwiastków funkcji kwadrtatowej i potraktowaniu jednego z nich jako kolejnego przyblizonego pierwiastka wyjsciowej funkcji. Na przykad mamy dwa pierwiastki w czwartej iteracji x4.1, x4.2 to wybieramy ten, który lezy blizej poprzedniego przyblizenia i tak dalej.

#### 2.3 Rozwizanie

Listing 5: Implementacja funkcji MM1

```
% implementacja algorytmu Mullera MM1
% Funkcja zwraca rozwiazanie oraz
% macierz wartości i punktow
function [x,mm] = MM1(fun,x0,x1,x2,pre)
  i = 1;
  x = 100;
  counter = 0;
  while abs(feval(fun, x))>pre
       counter = counter +1;
    z0 = x0 - x2;
    z1=x1-x2:
    c=feval(fun, x2); % Rozwiazujemy uklad rownan liniowych
% by otrzymac wszystkie wspołczynniki paraboli
    A = [z0^2, z0; z1^2, z1];
    B=[\mathbf{feval}(fun, x0)-c; \mathbf{feval}(fun, x1)-c];
    r=A\setminus B;
    a=r(1);
    b=r(2);
    % Wybor warunka minimalnego dla z
    if abs(b+sqrt(b.^2-4*a*c))>=abs(b-sqrt(b.^2-4*a*c))
      zmin = ((-2)*c)/(b+sqrt(b.^2-4*a*c));
    else
```

```
zmin = ((-2)*c)/(b-sqrt(b.^2-4*a*c));
    \% obliczenie szukanego pierwiastka x
    x=x2+zmin;
    mm(i, 1) = x;
    mm(i,2) = feval(fun,x);
    %szukamy najbliszego pierwiastka
    %ktory jest oddalony od x
    p0=abs(x-x0);
    p1=abs(x-x1);
    p2=abs(x-x2);
    if p0>p1 %gdy x0 jest dalej
      m=x1;
      x1=x0;
      x0=m;
    end
    if p1>p2 %gdy x1 jest dalej niz x2
    m=x2;
    x2=x1;
    x1=m;
    end
    x2=x;
    if isnan(c)
      break;
    end
    i = i +1;
  \mathbf{end}
  counter
\mathbf{end}
                   Listing 6: Skrypt rozwizujcy zadanie nr 2
%skrypt generujacy wyniki do zadania 2
clear;
x = -10: .1 : 20;
plot(x, md_fun_2(x))
grid on
\% \ axis([-5 \ 2 \ -100 \ 50])
hold on
plot (1.0420, 0, '.', 'MarkerSize', 24, 'MarkerEdge', 'k');
plot (7.4776, 0, '.', 'MarkerSize', 24, 'MarkerEdge', 'k');
n = 100;
```

```
x1 = -8;
x2 = -7;
% x1 = 4
% x2=5
% algorytmiczne wyznaczanie przedzialow izolacji
for k=1:10
     for j=1:n
          if md_fun_1(x1)*md_fun_1(x2)<0
               a = x1;
              b = x2;
               \mathbf{fprintf}(\ 'Wyniki_{\sqcup}dla_{\sqcup}\%d_{\sqcup}miejsca_{\sqcup}zerowego_{\sqcup}w_{\sqcup}przedziale_{\sqcup}[\%d,\%d]\setminus n',k,a
              md_MM1(\ 'md_fun_2', x1, (x1+x2)/2, x2, 0.001)
              x1 = x1+1;
              x2 = x2 +2;
              break;
          elseif abs(md_fun_1(x1)) < abs(md_fun_1(x2))
              x1 = x1+1.1*(x1-x2);
          else
               x2 = x2+1.1*(x2-x1);
         end
         \%wyjscie z petli po przekroczeniu przedzialu
          if (x1>11)&&(x2<(2))
               break;
          end
     end
end
```

### 2.4 Wyniki

Wyniki			
nr	cz. rzeczywista	cz. urojona	
1	1.0420	0i	
2	7.4776	0i	
3	-0.75982	0.76009i	
4	-0.75982	-0.76009 i	

### 2.5 Wnioski

Metoda Mullera dla wielomianu danego w zadaniu okazaa si bardzo skuteczna. Dziki aproksymacji kwadratowej metoda zawsze zbiegaa do bliszego od wierzchoka paraboli zera, co uniemoliwio pominicie rozwizania podczas badania kolejnych przedziaów. Jeeli chodzi o pierwiastki zespolone speniaj one warunek wzajemnego sprzenia. Wszystkich rozwiza

wyszo tyle ile wynosi stopie wielomianu co równie jest zgodne z teori.