[MNUM] – projekt nr 2

Marcin Dziedzic

Spis treści

[Zadanie 1 2](#_Toc512236502)

[Treść 2](#_Toc512236503)

[Teoria 2](#_Toc512236504)

[Metoda Gramma-Schmidta 2](#_Toc512236505)

# Zadanie 1

## Treść

Proszę napisać procedurę służącą do obliczania wartości własnych macierzy nieosobliwych metoda rozkładu QR w dwóch wersjach: bez przesunięć i z przesunięciami dla macierzy symetrycznej oraz z przesunięciami dla macierzy niesymetrycznej. Następnie proszę przetestować skuteczność (zbieżność) obu wersji algorytmu dla 30 różnych macierzy losowych o wymiarach: 5x5, 10x10 i 20x20. Proszę podać średnia liczbę iteracji dla metody bez przesunięć i z przesunięciami. Dla wybranych macierzy proszę porównać otrzymane wyniki z wartościami własnymi obliczonymi poleceniem eig.

## Teoria

Rozkład QR macierzy kwadratowej A polega na tym, aby macierz A zapisać w postaci iloczynu QR, gdzie macierz Q jest macierzą ortogonalna, a R jest macierzą trójkątna górna. Macierz Q o wyrazach rzeczywistych nazywamy ortogonalna, jeżeli spełnia warunek QQT = I. Rozkład QR można uzyskać stosując różne algorytmy zależne od wyboru przekształceń. Jeżeli założymy, że macierz A jest nieosobliwa i ze na przekątnej macierzy R są wyrazy dodatnie, to rozkład jest jednoznaczny, a więc nie zależy od wyboru algorytmu.

## Metoda Gramma-Schmidta

A 2 Rm,n jest macierza o liniowo niezaleznych kolumnach ~a1, . . . ,~an 2 Rn. Przeprowadzajac ortogonalizacje

Grama-Schmidta tych kolumn, otrzymujemy ortonormalny układ wektorów ~q1, . . . , ~qn

Wtedy Q jest macierza o ortogonalnych kolumnach, R jest macierza trójkatna górna i A = QR. Poniewazwyzej przedstawiona medota ma gorsze własnosci numeryczne od tzw. zmodyfikowanej metodyGramma-Schmidta, to na potrzeby realizacji zadania zostanie uzyta metoda o lepszych własnosciachnumerycznych. Modyfikacja polega na zmianie kolejnosci ortogonalizacji. Zamiast ortogonalizowac kolumny po kolei, algorytm najpierw wyznacza współczynnik dla pierwszej kolumny a nastepnie ortogonalizuje

wzgledem niego pozostałe.

%funkcja rozkladu qr macierzy zmodyfikowanym algorytmem Grama-Schmidta

%Na podstawie ksiazki prof. Tatjewskiego

function [Q,R] = qrgsm(A)

[m n] = size(A);

Q = zeros(m,n);

R = zeros(n,n);

d = zeros(1,n);

%rozklad A kolumnowo ortogonalny

for i=1:n

Q(:,i) = A(:,i);

R(i,i) = 1;

d(i) = Q(:,i)'\*Q(:,i);

for j=i+1:n

R(i,j) = (Q(:,i)'\*A(:,j))/d(i);

A(:,j) = A(:,j)-R(i,j)\*Q(:,i);

end

end

%normowanie

for i=1:n

dd = norm(Q(:,i));

Q(:,i) = Q(:,i)/dd;

R(i,i:n) = R(i,i:n)\*dd;

end

end