微分

1.7.泰勒公式

推论:

由微分可得, $\triangle y \approx f'(x)\triangle x$, 又 $\because dy = f'(x)dx$

$\therefore f(x) - f(x_0) \approx f'(x)(x - x_0)$

可得:

$f(x) = f(x_0) + f'(x)(x - x_0) \Rightarrow$ 一次表达式

$P_n(x) = a_0 + a_1(x - x_0) + a_2(x - x_0)^2 + a_3(x - x_0)^3 + ... + a_n(x - x_0)^n +$ 余项 $= f(x)$

解的:

$a_0 = f(x_0), a_1 = f'(x_0), 2!a_2 = f''(x_0), n!a_n = f^{(n)}(x_0)$

$a_0 = f(x_0), a_1 = f'(x_0), a_2 = \frac{f''(x_0)}{2!}, a_n = \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}$

定理1:

$f(x_0)$在x_0处可导, $\exists x_0$的一个邻域, 则：

$f(x) = f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1!}(x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x - x_0)^2 + ... + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x - x_0)^n + R_n(x)$

定理2:

$R_n = 0((x - x_0)^n), R_n$为余项

$R_n(x) = \frac{f^{(n+1)}\xi}{(n+1)!}(x - x_0)^{(n+1)}, \xi$介于$x_0$与$x$

麦克劳林公式:

当$x_0 = 0$, 那么$f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!}x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + ... + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n + \frac{f^{(n+1)}\theta x}{(n+1)!}x^{(n+1)}, 0 < \theta < 1$

解决方案:

一直求导,知道n阶导,然后加上余项,然后再进行麦克劳林变换即可

1.8.函数单调性

定理:

$y = f(x), [a, b]$ 连续, (a, b) 可导

1. $f'(x) \geq 0,$ 等号在有限个点上成立, 那么函数为增函数
2. $f'(x) \leq 0,$ 等号在有限个点上成立, 那么函数为减函数