

Отчет о выполнении лабораторной работы 2.1.3

Определение C_p/C_v по скорости звука в газе

Исламов Сардор, группа Б02-111

31 января 2022 г.

Аннотация. В работе измерены частота и длина волны при резонансе звуковых колебаний в газе, заполняющем трубу. Также с помощью уравнения состояния идеального газа определен показатель адиабаты.

Теоретические сведения

Один из наиболее точных методов измерения показателя адиабаты γ основан на зависимости от него скорости распространения звуковой волны в газе. Последняя в газах определяется формулой $c = \sqrt{\frac{\gamma RT}{\mu}}$, из которой можно выразить показатель адиабаты:

$$\gamma = \frac{\mu}{RT} c^2, \quad (1)$$

где T — температура газа, μ — его молярная масса, а R — газовая постоянная. Скорость c звука связана с его частотой f и длиной волны λ соотношением

$$c = \lambda f. \quad (2)$$

С волнами в трубке удобнее всего работать при резонансе. Условие резонанса выглядит как

$$L = n \frac{\lambda}{2}, \quad (3)$$

где L — длина трубки, λ — длина волны, n — целое число.

Подбор условий резонанса можно поризвести двояко:

1. При неизменной частоте f генератора можно изменять длину трубы L , резонанс легко заметить при резком увеличении амплитуды колебаний на осциллографе. Для последовательных резонансов имеем

$$L_1 = \frac{\lambda}{2}, L_2 = 2\frac{\lambda}{2}, \dots, L_n = n\frac{\lambda}{2},$$

таким образом $\lambda/2$ равно угловому коэффициенту графика зависимости длины трубы L от номера резонанса k .

2. При постоянной длине трубки изменяется частота звуковых колебаний f , а с ней и длина звуковой волны λ . Для последовательных резонансов можно записать

$$L = n \frac{\lambda_1}{2} = (n+1) \frac{\lambda_2}{2} = \dots = (n+k) \frac{\lambda_{k+1}}{2},$$

С учётом (2) имеем

$$f_{t+1} = \frac{c}{\lambda_{t+1}} = f_1 + \frac{c}{2L} t \quad (t = 0, 1, \dots, k) \quad (4)$$

Таким образом, $c/2L$ можно найти как угловой коэффициент графика зависимости частоты от номера резонанса.

Экспериментальные методы

В работе используются: звуковой генератор ГЗ; электронный осциллограф ЭО; микрофон; телефон; раздвижная труба; теплоизолированная труба, обогреваемая водой из термостата; баллон со сжатым углекислым газом; газгольдер.

Схема установки, используемой в первом случае приведена на рис. 1.

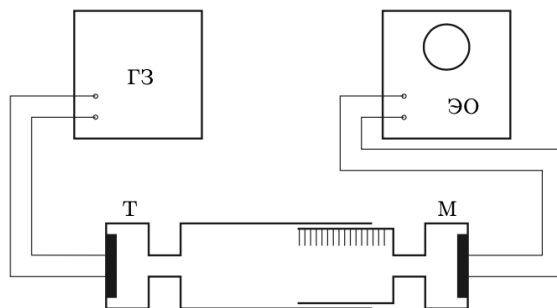


Рис. 1: Схема установки для измерения скорости звука при помощи раздвижной трубы

Схема установки, используемой во втором случае приведена на рис. 2.

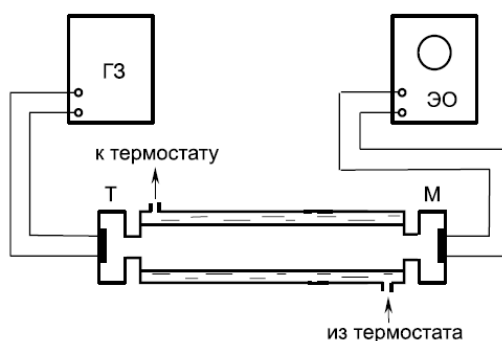


Рис. 2: Схема установки для изучения зависимости скорости звука от температуры

Звуковые колебания в трубе возбуждаются телефоном Т и улавливаются микрофоном М. Мембрана телефона приводится в движение переменным током звуковой частоты. В качестве источника переменной ЭДС используется звуковой генератор ГЗ. Возникающий в микрофоне сигнал возникает на экране осциллографа ЭО.

Микрофон и телефон присоединены к установке через тонкие резиновые трубки. Такая связь достаточна для возбуждения и обнаружения звуковых колебаний в трубе и в то же время мало возмущает эти колебания: при расчетах оба конца трубы можно считать неподвижными, а влиянием соединительных отверстий пренебречь.

Первая установка (рис. 1) содержит раздвижную трубу с миллиметровой шкалой. Через патрубков (на рисунке не показан) труба может наполняться воздухом или углекислым газом из газгольдера. На этой установке производятся измерения γ для воздуха и для CO_2 . Вторая установка содержит теплоизолированную трубу постоянной длины. Воздух в трубке нагревается водой из термостата. Температура газа принимается равной температуре омывающей трубу воды.

Результаты измерений и обработка данных

1. Измерение скорости звука при помощи раздвижной трубы.

- Исходя из примерного значения скорости звука $c = 300$ м/с оценим диапазон частот, в котором необходимо вести измерения, чтобы можно было наблюдать 4 резонанса:

$$\lambda = \frac{2\Delta L_k}{k}, \Delta L \leq 23 \text{ см} \Rightarrow \lambda \leq 0.115 \text{ м} \Rightarrow f \geq 2600 \text{ Гц}.$$

- Для углекислого газа будем снимать показания только при уменьшении длины, чтобы избежать попадания воздуха в трубку.

f, Гц	2498.8		4000.2		4503.4		3094.2	
	l_1 , см	L_1 , см	l_2 , см	L_2 , см	l_3 , см	L_3 , см	l_4 , см	L_4 , см
	20.7	18.0	10.9	10.0	21.3	8.8	17.2	13.0
	14.8	12.1	7.6	6.7	18.4	5.9	12.9	8.7
	8.7	6.0	4.2	3.3	15.4	2.9	8.5	4.3
	2.7	0	0.9	0	12.5	0	4.2	0

Здесь l_k - значение на разметке трубы, L_k - нормировка по минимальному значению.

- Изобразим полученные результаты на графике

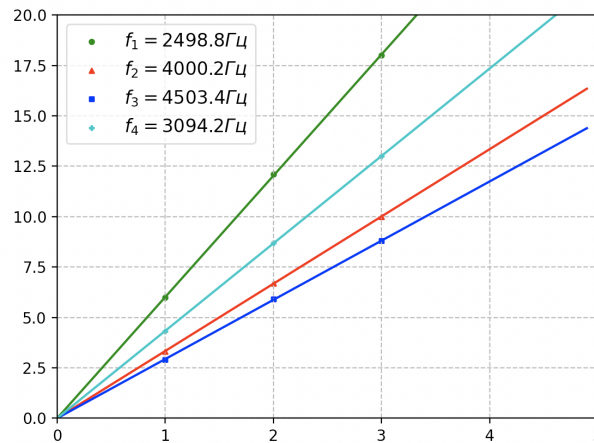


Рис. 3: График зависимости L_k от k для CO_2

Угловые коэффициенты получены методом наименьших квадратов:

$$k_\lambda = \frac{\langle L_k k \rangle}{\langle k^2 \rangle}, \sigma_k = \frac{1}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\langle L_k^2 \rangle}{\langle k^2 \rangle} - k_\lambda^2}$$

Таким образом:

$$k_1 = 6.01 \pm 0.02 \text{ см}, k_2 = 3.34 \pm 0.01 \text{ см}, k_3 = 2.94 \pm 0.01 \text{ см}, k_4 = 4.34 \pm 0.01 \text{ см}$$

Т.к. $k_\lambda = \frac{\lambda}{2}$, то из формулы (2) следует:

$$c_1 = 300.6 \text{ м/с}, c_2 = 266.8 \text{ м/с}, c_3 = 264.2 \text{ м/с}, c_4 = 268.3 \text{ м/с}$$

Отклонение значения, полученного в первом опыте можно объяснить плохим продувом трубки перед началом эксперимента (в трубке был воздух), поэтому учитывать его в расчетах не имеет смысла.

$$c_{cp} = 266.43 \text{ м/с}, \sigma_{сл} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (c_i - c_{cp})^2} \approx 1.2 \text{ м/с}, \sigma_{сист} \ll \sigma_{сл}$$

Таким образом, полученная скорость распространения звука в углекислом газе равна $c = (266.4 \pm 1.2) \text{ м/с}$.

По формуле (1) найдём $\gamma_{co_2} = C_p/C_v = 1.270$ (Температура в помещении $22.6 \pm 0.1^\circ\text{C}$),

$$\sigma_\gamma = \sqrt{2 \left(\frac{\sigma_c}{c} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_T}{T} \right)^2} \approx 0.006 \Rightarrow \gamma_{co_2} = 1.270 \pm 0.006$$

4. Теперь аналогично проведем расчеты для воздуха. В ходе эксперимента выяснено, что данные при увеличении и уменьшении длины трубы отличаются несильно, поэтому можно использовать данные только при убывающей длине.

f, Гц	1993.6		3100.0		3456.0		5017.0	
	l_1 , см	L_1 , см	l_2 , см	L_2 , см	l_3 , см	L_3 , см	l_4 , см	L_4 , см
	21.1	17.3	21.7	16.7	22.9	19.7	22.5	13.7
	12.4	8.6	16.2	11.2	18.0	14.8	17.1	8.3
	3.8	0	10.6	5.6	13.0	9.8	15.7	6.9
			5.0	0	8.1	4.9	12.2	3.4
					3.2	0	8.8	0

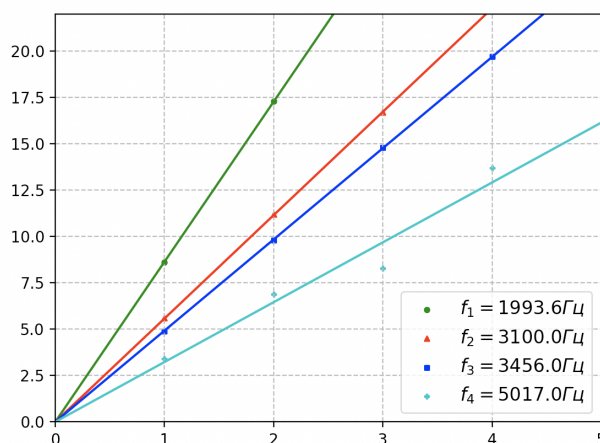


Рис. 4: График зависимости L_k от k для воздуха

$$k_1 = 8.64 \pm 0.02 \text{ см}, k_2 = 5.58 \pm 0.02 \text{ см}, k_3 = 4.92 \pm 0.01 \text{ см}, k_4 = 3.23 \pm 0.3 \text{ см}$$

$$c_1 = 344.5 \text{ м/с}, c_2 = 345.9 \text{ м/с}, c_3 = 340.3 \text{ м/с}, c_4 = 324.1 \text{ м/с}$$

$$c_{\text{ср}} = 338.7 \text{ м/с}, \sigma_{\text{сл}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (c_i - c_{\text{ср}})^2} \approx 5.0 \text{ м/с}, \sigma_{\text{сист}} \ll \sigma_{\text{сл}}$$

Таким образом, полученная скорость распространения звука в воздухе равна $c = (338.7 \pm 5) \text{ м/с}$.

По формуле (1) найдём $\gamma_{\text{в}} = C_p/C_v = 1.35$,

$$\sigma_{\gamma} = \sqrt{2 \left(\frac{\sigma_c}{c}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_T}{T}\right)^2} \approx 0.02 \Rightarrow \gamma_{\text{в}} = 1.35 \pm 0.02$$

2. Изучение зависимости скорости звука от температуры.

1. Проведем теперь измерения и расчеты для второй установки. Длина трубы составляет $700 \pm 1 \text{ мм}$.

В таблице представлены значения полученных резонансных частот.

$t, ^\circ\text{C}$	22.6		38.8		44.0		54.0	
k	$f_1, \text{Гц} \uparrow$	$f_1, \text{Гц} \downarrow$	$f_2, \text{Гц} \uparrow$	$f_2, \text{Гц} \downarrow$	$f_3, \text{Гц} \uparrow$	$f_3, \text{Гц} \downarrow$	$f_4, \text{Гц} \uparrow$	$f_4, \text{Гц} \downarrow$
1	263.70	263.82	273.62	273.38	277.46	276.95	280.25	279.36
2	498.11	498.23	509.00	508.87	512.58	513.90	521.85	522.34
3	738.81	739.15	758.20	758.37	767.51	767.49	774.00	774.71
4	987.55	987.87	1012.9	1013.1	1023.1	1023.4	1039.4	1035.7
5	1229.1	1229.3	1264.2	1264.2	1277.1	1277.1	1295.2	1295.2

Здесь стрелкой вверх обозначены резонансные частоты, полученные при повышении частоты, стрелкой вниз - при понижении.

Как видно, они отличаются несильно, что доказывает повторяемость результатов опыта. Для точности усредним полученные значения.

$t, ^\circ\text{C}$	22.6		38.8		44.0		54.0	
k	$f_1, \text{Гц}$	$F_1, \text{Гц}$	$f_2, \text{Гц}$	$F_2, \text{Гц}$	$f_3, \text{Гц}$	$F_3, \text{Гц}$	$f_4, \text{Гц}$	$F_4, \text{Гц}$
1	263.76	0	273.50	0	277.21	0	279.81	0
2	498.17	234.41	508.94	235.44	513.24	236.03	522.10	242.29
3	738.98	475.22	758.29	484.79	767.50	490.29	774.36	494.55
4	987.7	723.9	1013.0	739.5	1023.3	746.1	1037.6	757.8
5	1229.2	965.4	1264.2	990.7	1277.1	999.9	1295.2	1015.4

Здесь f_k - усредненное значение полученных частот, F_k - нормированное значение по первой гармонике.

2. Построим график по полученным значениям (рис. 5) и занесем данные в таблицу.

По МНК:

$$k_1 = 240.6 \pm 1.7 \text{ Гц}, k_2 = 246.2 \pm 2.6 \text{ Гц}, k_3 = 248.5 \pm 2.8 \text{ Гц}, k_4 = 252.2 \pm 2.8 \text{ Гц}$$

Из формулы (4) $c = 2Lk$.

Видно, что в рассматриваемом диапазоне температур показатель адиабаты остается постоянным. Таким образом, усреднив значения, получаем $\gamma = 1.33 \pm 0.22$.

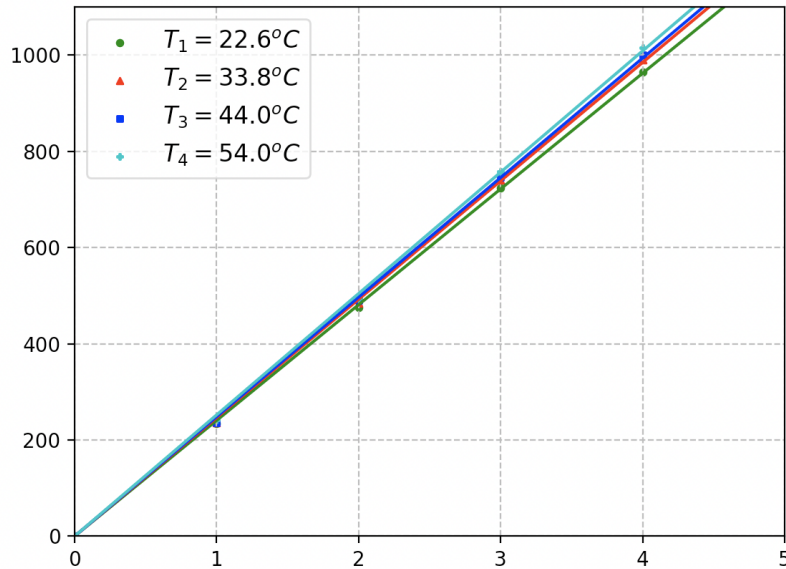


Рис. 5: График зависимости F_k от k

$T, ^\circ C$	$\sigma_T, ^\circ C$	$k, \text{Гц}$	$\sigma_k, \text{Гц}$	$c, \text{м/с}$	$\sigma_c, \text{м/с}$	γ	σ_γ
22.6	0.1	240.6	1.7	336.8	2.4	1.34	0.12
33.8	0.1	246.2	2.6	344.7	3.7	1.33	0.12
44.0	0.1	248.5	2.8	347.9	3.9	1.33	0.12
54.0	0.1	252.2	2.8	353.1	4.0	1.33	0.12

Вывод

В ходе выполнения работы были получены частоты и длины волн при резонансе звуковых колебаний в воздухе и углекислом газе. На основе полученных данных определены значения скорости распространения звука и показателей адиабат для указанных газов.

Для воздуха значения были получены двумя методами: при фиксированных частотах и переменной длине трубы, и при неизменной длине трубы, но различных температурах. Во втором эксперименте было определено, что в рассматриваемом диапазоне температур ($20^\circ C - 60^\circ C$) показатель остается постоянным и равен $\gamma_{вТ} = 1.33 \pm 0.22$ ($\varepsilon \approx 15\%$), что согласуется с числом, полученным первым методом $\gamma_{вф} = 1.35 \pm 0.02$ ($\varepsilon \approx 2\%$). Результат второго эксперимента в пределах погрешности совпадает с табличным $\gamma = 1.4$, большая погрешность может быть объяснена большой чувствительностью ручки звукового генератора, в связи с чем определение момента резонанса может быть неточным. В первом эксперименте значение несильно отличается от табличного, что может быть связано с отличием температуры воздуха в трубке от комнатной (показатель адиабаты от температуры не зависит, но зависит скорость звука, по которой и проводился расчет).

Для углекислого газа значение было получено одним методом: при фиксированных частотах и переменной длине трубы. Во избежание попадания в трубку воздуха, измерения проводились только при убывающей длине трубы, после каждого опыта трубка заново продувалась углекислым газом. Полученное значение $\gamma_{co_2} = 1.270 \pm 0.006$ ($\varepsilon \approx 1\%$) несильно отличается от табличного $\gamma = 1.3$, что может быть связано с причиной, описанной для воздуха. Причину, связанную с возможным содержанием воздуха в трубке можно исключить, т.к. значение отличается от табличного в меньшую сторону, в то время как $\gamma_{в} = 1.4 > \gamma_{co_2} = 1.3$.