

# Отчет о выполнении лабораторной работы 2.1.6

## Эффект Джоуля-Томсона.

Исламов Сардор, группа Б02-111

14 марта 2022 г.

**Аннотация.** Определено изменение температуры углекислого газа при протекании через малопроницаемую перегородку при разных начальных значениях давления и температуры; по результатам опытов вычислены коэффициенты Ван-дер-Ваальса «а» и «b».

### Теоретическое введение

Эффектом Джоуля–Томсона называется изменение температуры газа, медленно протекающего из области высокого в область низкого давления в условиях хорошей тепловой изоляции. В разреженных газах, которые приближаются по своим свойствам к идеальному газу, при таком течении температура газа не меняется. Эффект Джоуля–Томсона демонстрирует отличие исследуемого газа от идеального.

Рассмотрим стационарный поток газа между произвольными сечениями I и II трубки (до перегородки и после неё). Пусть, для определённости, через трубку прошёл 1 моль углекислого газа;  $\mu$  — его молярная масса. Молярные объёмы газа, его давления и отнесённые к молью внутренние энергии газа в сечениях I и II обозначим соответственно  $V_1, P_1, U_1$  и  $V_2, P_2, U_2$ . Для того чтобы ввести в трубку объём  $V_1$ , над газом нужно совершить работу  $A_1 = P_1 V_1$ . Проходя через сечение II, газ сам совершает работу  $A_2 = P_2 V_2$ . Так как через боковые стенки не происходит ни обмена теплом, ни передачи механической энергии, то

$$A_1 - A_2 = \left( U_2 + \frac{\mu v_2^2}{2} \right) - \left( U_1 + \frac{\mu v_1^2}{2} \right) \quad (1)$$

В уравнении (1) учтено изменение как внутренней (первые члены в скобках), так и кинетической (вторые члены в скобках) энергии газа. Подставляя в (1) написанные выражения для  $A_1$  и  $A_2$  и перегруппировывая члены, найдём

$$H_1 - H_2 = (U_1 + P_1 V_1) - (U_2 + P_2 V_2) = \frac{1}{2} \mu (v_2^2 - v_1^2). \quad (2)$$

Сделаем несколько замечаний. Прежде всего отметим, что в процессе Джоуля–Томсона газ испытывает в пористой перегородке существенное трение, приводящее к её нагреву. Потери энергии на нагрев трубки в начале процесса могут быть очень существенными и сильно искажают ход явления. После того как температура трубки установится и газ станет уносить с собой все выделенное им в пробке тепло, формула (1) становится точной, если, конечно, теплоизоляция трубки достаточно хороша и не происходит утечек тепла наружу через её стенки.

Второе замечание связано с правой частью (2). Процесс Джоуля–Томсона в чистом виде осуществляется лишь в том случае, если правой частью можно пренебречь, т. е. если макроскопическая скорость газа с обеих сторон трубки достаточно мала. У нас сейчас нет

критерия, который позволил бы установить, когда это можно сделать. Поэтому мы отложим на некоторое время обсуждение вопроса о правой части (2), а пока будем считать, что энтальпия газа не меняется в соответствии с формулой. В соответствии с этим получаем

$$\mu_{\text{д-т}} = \frac{\Delta T}{\Delta P} \approx \frac{\frac{2a}{RT} - b}{C_p} \quad (3)$$

Из формулы (3) видно, что эффект Джоуля–Томсона для не очень плотного газа зависит от соотношения величин  $a$  и  $b$ , которые оказывают противоположное влияние на знак эффекта. Если силы взаимодействия между молекулами велики, так что превалирует «поправка на давление», то основную роль играет член, содержащий  $a$ , и

$$\frac{\Delta T}{\Delta P} > 0$$

т. е. газ при расширении охлаждается ( $\Delta T < 0$ , т. к. всегда  $\Delta P < 0$ ).

В обратном случае (малые  $a$ )

$$\frac{\Delta T}{\Delta P} < 0$$

т. е. газ нагревается. Как следует из формулы 3, при температуре  $T_i = \frac{2a}{Rb}$  коэффициент  $\mu_{\text{д-т}}$  обращается в нуль. Тогда по формулам связи параметров газа Ван-дер-Ваальса с критическими параметрами получаем:

$$T_{\text{инв}} = \frac{27}{4} T_{\text{кр}}. \quad (4)$$

При температуре  $T_{\text{инв}}$  эффект Джоуля–Томсона меняет знак: ниже температуры инверсии эффект положителен ( $\mu_{\text{д-т}} > 0$ , газ охлаждается), выше  $T_{\text{инв}}$  эффект отрицателен ( $\mu_{\text{д-т}} < 0$ , газ нагревается).

Вернёмся к влиянию правой части уравнения (2) на изменение температуры расширяющегося газа. Для этого сравним изменение температуры, происходящее вследствие эффекта Джоуля–Томсона, с изменением температуры, возникающим из-за изменения кинетической энергии газа. Увеличение кинетической энергии газа вызывает заметное и приблизительно одинаковое понижение его температуры как у реальных, так и у идеальных газов. Поэтому при оценках нет смысла пользоваться сложными формулами для газа Ван-дер-Ваальса.

Заменяя в формуле (2)  $U$  через  $C_V T$  и  $PV$  через  $RT$ , найдём

$$(R + C_V)(T_1 - T_2) = \mu \frac{v_2^2 - v_1^2}{2}$$

или

$$\Delta T = \frac{\mu}{2C_p}(v_2^2 - v_1^2).$$

В условиях нашего опыта расход газа  $Q$  на выходе из пористой перегородки не превышает  $10 \text{ см}^3/\text{с}$ , а диаметр трубки равен  $3 \text{ мм}$ . Поэтому

$$v_2 \leq \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 10 \text{ см}^3/\text{с}}{3.14 \cdot (0.9)^2 \text{ см}^2} \approx 140 \text{ см}/\text{с}.$$

Скорость  $v_1$  газа у входа в пробку относится к скорости  $v_2$  у выхода из неё как давление  $P_2$  относится к давлению  $P_1$ . В нашей установке  $P_1 = 4 \text{ атм}$ , а  $P_2 = 1 \text{ атм}$ , поэтому

$$v_1 = \frac{P_2}{P_1} v_2 = \frac{1 \text{ атм}}{4 \text{ атм}} \cdot 140 \text{ см}/\text{с} = 35 \text{ см}/\text{с}.$$

Для углекислого газа имеем  $\mu = 44$  г/моль,  $C_p = 40 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \Rightarrow \Delta T = 7 \cdot 10^{-4} \text{ К}$  Это изменение температуры ничтожно мало по сравнению с измеряемым эффектом (несколько градусов).

В данной лабораторной работе исследуется коэффициент дифференциального эффекта Джоуля–Томсона для углекислого газа. По экспериментальным результатам оценивается коэффициент теплового расширения, постоянные в уравнении Ван-дер-Ваальса и температура инверсии углекислого газа. Начальная температура газа  $T_1$  задаётся термостатом. Измерения проводятся при трёх температурах: комнатной,  $30^\circ\text{С}$  и  $40^\circ\text{С}$ .

## Экспериментальная установка

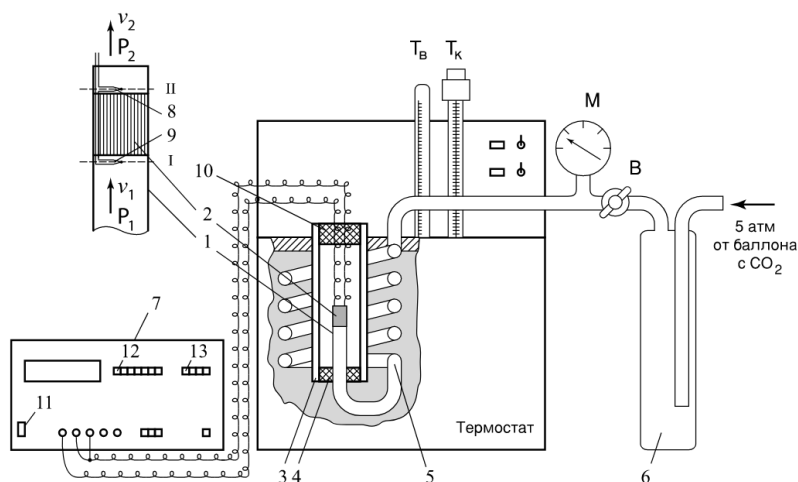


Рис. 1: Схема установки

Схема установки для исследования эффекта Джоуля–Томсона в углекислом газе представлена на рисунке 1. Основным элементом установки является трубка 1 с пористой перегородкой 2, через которую пропускается исследуемый газ. Трубка имеет длину 80 мм и сделана из нержавеющей стали, обладающей, как известно, малой теплопроводностью. Диаметр трубки  $d = 3$  мм, толщина стенок 0,2 мм. Пористая перегородка расположена в конце трубки и представляет собой стеклянную пористую пробку со множеством узких и длинных каналов. Пористость и толщина пробки ( $l = 5$  мм) подобраны так, чтобы обеспечить оптимальный поток газа при перепаде давлений  $\Delta P \leq 4$  атм (расход газа составляет около  $10 \text{ см}^3/\text{с}$ ); при этом в результате эффекта Джоуля–Томсона создаётся достаточная разность температур.

Углекислый газ под повышенным давлением поступает в трубку через змеевик 5 из балластного баллона 6. Медный змеевик омывается водой и нагревает медленно протекающий через него газ до температуры воды в термостате. Температура воды измеряется термометром  $T_v$ , помещённым в термостате. Требуемая температура воды устанавливается и поддерживается во время эксперимента при помощи контактного термометра  $T_k$ .

Давление газа в трубке измеряется манометром М и регулируется вентилем В (при открывании вентиля В, т. е. при повороте ручки против часовой стрелки, давление  $P_1$  повышается). Манометр М измеряет разность между давлением внутри трубки и наружным (атмосферным) давлением. Так как углекислый газ после пористой перегородки выходит в область с атмосферным давлением  $P_2$ , то этот манометр непосредственно измеряет перепад давления на входе и на выходе трубки  $\Delta P = P_1 - P_2$ .

Разность температур газа до перегородки и после неё измеряется дифференциальной термопарой медь — константан. Константановая проволока диаметром 0,1 мм соединяет

спай 8 и 9, а медные проволоки (того же диаметра) подсоединены к цифровому вольтметру 7. Отвод тепла через проволоку столь малого сечения пренебрежимо мал. Для уменьшения теплоотвода трубка с пористой перегородкой помещена в трубу Дьюара 3, стенки которой посеребрены, для уменьшения теплоотдачи, связанной с излучением. Для уменьшения теплоотдачи за счёт конвекции один конец трубы Дьюара уплотнен кольцом 4, а другой закрыт пробкой 10 из пенопласта. Такая пробка практически не создаёт перепада давлений между внутренней полостью трубы и атмосферой.

## Результаты изменений и обработка данных

1. Запишем величину показаний вольтметра при  $\Delta P = 0$ . Используем эту величину для корректировки показаний вольтметра в дальнейших измерениях:  $\varepsilon = U(P) - U(0)$ ,  $U(0) = 0.005$  мВ

$$\alpha_{20^\circ C} = 40.7 \text{ мВ}/^\circ C, \alpha_{30^\circ C} = 41.6 \text{ мВ}/^\circ C, \alpha_{40^\circ C} = 42.5 \text{ мВ}/^\circ C$$

2. После установления избыточного давления  $\Delta P \approx 4$  атм и прекращения переходных процессов (10-15 мин) запишем показания вольтметра. Далее будем снимать показания каждые 0.5 - 1 атм. Проведем измерения для нескольких значений температуры.  $\sigma_p \approx 0.25/16$  Па  $\approx 0.015$  Па, однако, в связи с тем, что разметка на манометре нестандартная, возможна дополнительная ошибка при выставлении значений. Возьмем  $\sigma_p = 0.02$  Па

Занесем полученные значения в таблицы.

$T = 20^\circ C$					
$\Delta P$ , атм	$\sigma_p$ , атм	$U$ , - 1 мВ	$\sigma_U$ , мВ	$\Delta T$ K	$\sigma_{\Delta T}$ , K
4.00	0.02	0.150	0.001	3.56	0.02
3.00	0.02	0.103	0.001	2.41	0.02
2.50	0.02	0.084	0.001	1.94	0.02
2.00	0.02	0.063	0.001	1.43	0.02

$T = 30^\circ C$					
$\Delta P$ , атм	$\sigma_p$ , атм	$U$ , - 1 мВ	$\sigma_U$ , мВ	$\Delta T$ K	$\sigma_{\Delta T}$ , K
4.00	0.02	0.144	0.001	3.34	0.02
3.00	0.02	0.098	0.001	2.24	0.02
2.50	0.02	0.076	0.001	1.71	0.02
2.00	0.02	0.055	0.001	1.20	0.02

$T = 40^\circ C$					
$\Delta P$ , атм	$\sigma_p$ , атм	$U$ , - 1 мВ	$\sigma_U$ , мВ	$\Delta T$ K	$\sigma_{\Delta T}$ , K
4.00	0.02	0.134	0.001	3.04	0.02
3.00	0.02	0.091	0.001	2.02	0.02
2.50	0.02	0.072	0.001	1.58	0.02
2.00	0.02	0.051	0.001	1.08	0.02

3. Отложим точки на графике и по коэффициенту наклона найдём коэффициенты Джоуля-Томсона.

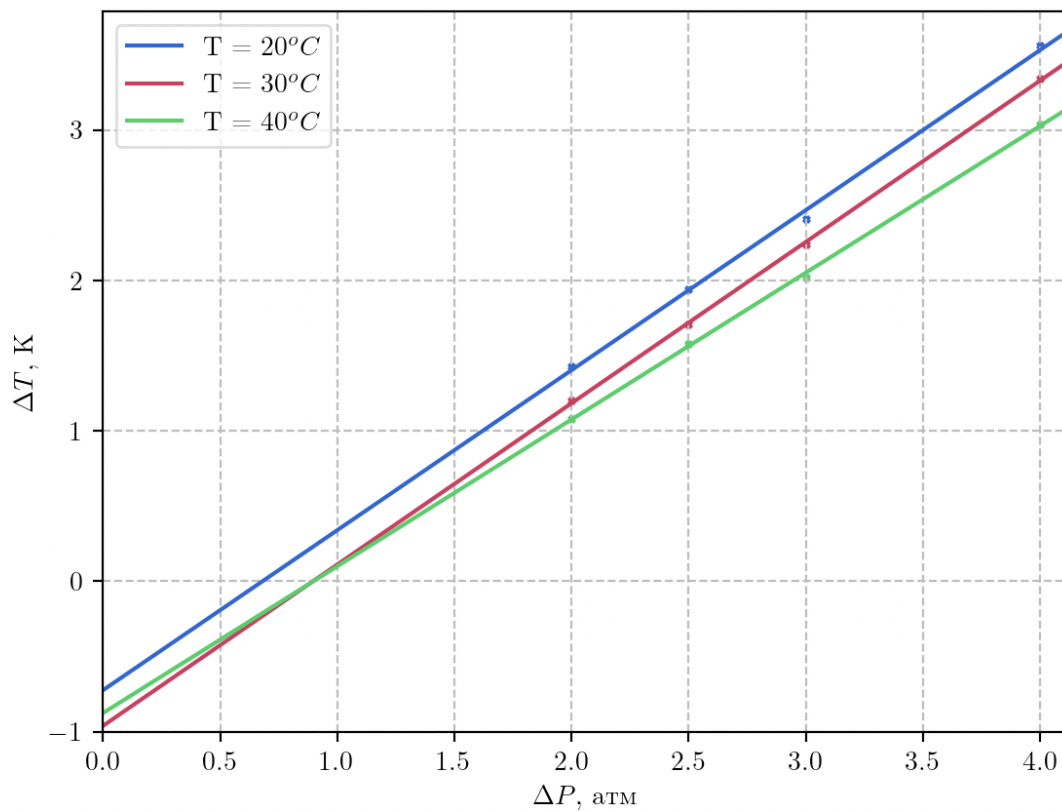


Рис. 2: График зависимости  $\Delta T(\Delta P)$

$$\mu_1 = 1.067 \pm 0.024 \text{ К/атм}, \mu_2 = 1.073 \pm 0.011 \text{ К/атм}, \mu_3 = 0.973 \pm 0.011 \text{ К/атм}.$$

4. По формуле (3) вычислим параметры  $a$  и  $b$  газа:

$$\begin{cases} a = \frac{(\mu_1 - \mu_2)C_p R T_1 T_2}{2(T_2 - T_1)} \\ b = \frac{C_p(T_2 \mu_2 - T_1 \mu_1)}{T_1 - T_2} \end{cases}$$

$$\sigma_a = \frac{\partial a}{\partial(\mu_1 - \mu_2)} = \frac{a}{|\mu_1 - \mu_2|} \sqrt{\sigma_{\mu_1}^2 + \sigma_{\mu_2}^2}$$

$$\sigma_b = \frac{\partial b}{\partial(T_2 \mu_2 - T_1 \mu_1)} = b \frac{\sqrt{(T_2 \sigma_{\mu_2})^2 + (T_1 \sigma_{\mu_1})^2}}{T_1 \mu_1 - T_2 \mu_2}$$

$$a_1 = 0.72 \pm 0.20 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^4}{\text{моль}^2}, b_1 = 161.92 \pm 156.7 \frac{\text{см}^3}{\text{моль}} \quad (\text{для } T_1 = 20^\circ\text{C} \text{ и } T_2 = 40^\circ\text{C})$$

$$a_2 = 1.58 \pm 0.25 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^4}{\text{моль}^2}, b_2 = 823.40 \pm 191.77 \frac{\text{см}^3}{\text{моль}} \quad (\text{для } T_1 = 30^\circ\text{C} \text{ и } T_2 = 40^\circ\text{C})$$

Из этих расчётов видно, что значения совсем не совпадают с табличными (при  $T = T_{\text{кр}} = 304.15\text{K}$ , что примерно совпадает с температурами, для которых проводился расчёт)  $a = 0.37 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^4}{\text{моль}^2}$ ,  $b = 42.79 \frac{\text{см}^3}{\text{моль}}$ , и погрешности велики.

## Вывод

В ходе выполнения работы выяснилась неприменимость модели газа Ван-дер-Ваальса для описания процессов, происходящих в данном опыте с углекислым газом. Полученные значения коэффициентов  $a_1 = 0.72 \pm 0.20 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^4}{\text{моль}^2}$  ( $\varepsilon = 30\%$ ),  $b_1 = 161.92 \pm 156.7 \frac{\text{см}^3}{\text{моль}}$  ( $\varepsilon = 97\%$ ) и  $a_2 = 1.58 \pm 0.25 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^4}{\text{моль}^2}$  ( $\varepsilon = 20\%$ ),  $b_2 = 823.40 \pm 191.77 \frac{\text{см}^3}{\text{моль}}$  ( $\varepsilon = 30\%$ ) в уравнении Ван-дер-Ваальса сильно разнятся с табличными значениями  $a = 0.37 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^4}{\text{моль}^2}$ ,  $b = 42.79 \frac{\text{см}^3}{\text{моль}}$ . Погрешности полученных значений очень велики, при том, что погрешности измеряемых в работе величин сравнительно малы, что также говорит о неприменимости данного метода расчёта значений. Также частично расхождение результатов может быть связано с тем, что баллон, использованный в работе, одновременно использовался для работы на другой установке.