Команда Tensor

Тума Анна, Малышкина Марина, Никитин Кирилл

II ВСЕРОССИЙСКИЙ КВАНТОВЫЙ ХАКАТОН

15 ноября 2024 г.

Введение

Задачи

- Задача 1. Формирование инвестиционного портфеля
- Задача 2. Оптимизация туристических маршрутов
- Задача 3. Семантический анализ отзывов о продукте

Формирование инвестиционного портфеля

метод QUBO

$-(\Omega_n - \Omega_1)D_n\overline{x} \to min$, при условии, что

$\forall j \ \sum\limits_i x_{i,j} \leq 1, x_{i,j} \in \{0, 1\}$, $(\Omega_1)D_n\overline{x} \leq N$,

$\sqrt{m\sum\limits_{i=1}^{m}\frac{(r_i - \overline{r})^2}{m-1}} \leq 0.2$,

Квадратичный штраф для системы $\forall j \ \sum\limits_i x_{ij} \leq 1$:

$$\frac{\alpha}{2}\sum_j\sum_{i_1 \neq i_2} x_{j,i_1}x_{j,i_2} = \frac{\alpha}{2}\overline{x}^T(E_m \otimes (I_{n\times n} - E_n))\overline{x}, \alpha > 0$$

Формирование инвестиционного портфеля

метод QUBO

Целевая функция с учётом штрафа:

$$\frac{\alpha}{2}\overline{x}^T(E_m \otimes (I_{n\times n} - E_n))\overline{x} - (\Omega_n - \Omega_1)D_n\overline{x} =$$

$$\frac{\alpha}{2}\overline{x}^T(E_m \otimes (I_{n\times n} - E_n))\overline{x} - \overline{f}^T\overline{x} \to min.$$

$$\frac{\beta}{2}||\overline{f}^T\overline{x} + L\overline{y} - N||^2 = \frac{\beta}{2}u^T Q_N u + \beta v_N^T u + \frac{\beta}{2}||N||^2, \beta > 0$$

$$Q_N = \begin{pmatrix} D_n^T\Omega^T\Omega D_n & D_n^T\Omega^T \otimes L \\ L^T \otimes \Omega D_n & L^T L \end{pmatrix}, \qquad (1)$$

$$v_N = \begin{pmatrix} \Omega D_n \otimes (I_{n\times 1} \otimes N) \\ L^T \otimes (I_{n\times 1} \otimes N) \end{pmatrix}, \qquad (2)$$

Формирование инвестиционного портфеля

Постановка задачи в форме QUBO

$$\frac{1}{2}u^T Qu + v^T u \to min,$$

где

$$Q = \begin{pmatrix} \alpha(E_m \otimes (I_{n\times n} - E_n)) + \beta(D_n^T \Omega^T \Omega D_n) & \beta(D_n^T \Omega^T \otimes L) \\ \beta(L^T \otimes \Omega D_n) & \beta(L^T L) \end{pmatrix}, \tag{3}$$

$$v = \begin{pmatrix} -(\Omega_n - \Omega)D_n - \beta(\Omega D_n \otimes (I_{n\times 1} \otimes N)) \\ \beta(L^T \otimes (I_{n\times 1} \otimes N)) \end{pmatrix}. \tag{4}$$

Формирование инвестиционного портфеля

С ограничением на σ

квадратичный штраф равен:

$$\frac{\gamma}{2} u^T \sum_i (r_i - \overline{r}) u,$$

$$Q + \frac{\gamma}{2} u^T \sum_i (r_i - \overline{r}) u \tag{5}$$

$$v = \begin{pmatrix} -(\Omega_n - \Omega_1) D_n - \beta(\Omega_1 D_n \otimes (I_{n \times 1} \otimes N)) \\ \beta(L^T \otimes (I_{n \times 1} \otimes N)) \end{pmatrix}. \tag{6}$$

Оптимизация туристических маршрутов

Ограничения

- последовательные переходы автобусов возможны только между соединенными узлами:

$$\sum_{v=1}^{m} \sum_{p=1}^{P-1} \sum_{(i,j)\notin E} x_{v,p,i} x_{v,p+1,j} = 0$$

- каждый автобус после прибытия на вокзал остается там:

$$\sum_{v=1}^{m} \sum_{p=2}^{P-1} \sum_{j=1}^{n} x_{v,p,n+1} x_{v,p+1,j} = 0$$

Оптимизация туристических маршрутов

Ограничения

- последовательности узлов начинаются и заканчиваются на вокзале:

$$\sum_{v=1}^{m}(1 - x_{v,1,n+1}x_{v,P,n+1}) = 0$$

- за один такт в одном узле может стоять не более одного автобуса, за исключением вокзала:

$$\sum_{v=1}^{m} x_{v,p,i} \leq 1, i \in \overline{2, n}$$

Оптимизация туристических маршрутов

Ограничения

- автобус может посетить только и только достопримечатетельности своих групп ровно 1 раз: $\forall v\ \exists!\ (g_v \in \mathbb{N})\&(g_v \leq \left[\dfrac{N}{G_{min}}\right])$, g_v – количество групп в v автобусе. Разобьем все узлы на 2 группы: перекрестки (l) и достопримечательности (h), их множества L и H соответственно, $|L| + |H| = n$, $|H| = 35, |L| = 22$.

$$\sum_{h \in H} x_{v,p,h} = g_v$$

Оптимизация туристических маршрутов

Ограничения

- Распределение $\{x_{v,p,h} = 1\}_{h \in H} = h_v$ порождает множество достопримечательностей $(h_v, |h_v| = g_v)$, которые должен посетить автобус v. Тогда $\forall((v,h) \in (M \otimes h_v) : x_{v,p,h} = 1)\&((v,h) \notin (M \otimes h_v) : x_{v,p,h} = 0)$.

$$\sum_{(v,h) \in (M \otimes h_v)} x_{v,p,h} = |H|$$

Оптимизация туристических маршрутов

Квадратичные штрафы

- $$\frac{\alpha_1}{2}\sum_{v=1}^{m}\sum_{p=1}^{P-1}\sum_{(i,j)\in E} x_{v,p,i}x_{v,p+1,j} = \frac{\alpha_1}{2}\overline{x}^T(\overline{A}\otimes D\otimes E_m)\overline{x}, \alpha_1 > 0, \tag{7}$$

  $\overline{A}$ – логическое отрицание матрицы взаимодействия между узлами $(0 \to 1, 1 \to 0)$.

- $$\frac{\alpha_2}{2}\sum_{v=1}^{m}\sum_{p=2}^{P-1}\sum_{j=1}^{n} x_{v,p,n+1}x_{v,p+1,j} = \frac{\alpha_2}{2}\overline{x}^T(B\otimes E_m)\overline{x}, \alpha_2 > 0, \tag{8}$$

  B – матрица $(n+1)P \times (n+1)P$ – в пространстве выбора путей из возможных подграфов.

Оптимизация туристических маршрутов

Квадратичные штрафы

- $$\frac{\alpha_3}{2}\sum_{v=1}^{m}(1-x_{v,1,n+1}x_{v,P,n+1}) = \frac{\alpha_3}{2}\overline{x}^T(E''_{n+1}\otimes H\otimes E_m)\overline{x}+\frac{\alpha_3}{2}m, \tag{9}$$

  элементы $H(1,P)$ и $H(P,1)$ матрицы H размера $P\times P$ равны 0.5, остальные элементы равны 0;
  E''_{n+1} – матрица размера $(n+1)\times(n+1)$,
  $E''_{n+1}(n+1,n+1)=1, \forall i\neq(n+1) E''_{n+1}(i,i)=0, \alpha_3>0.$

Оптимизация туристических маршрутов

Квадратичные штрафы

При условии, что $\sum_{v=1}^{m} x_{v,p,i} \leq 1, i \in \overline{2, n}$:

положим

$\sum_{v=1}^{m} x_{v,p,i} + z = E_{(n+1)P}, z \in [0, 1], pr_i = [log_2(z_i + 1)], z = L\overline{y}$,

$pr = \sum_{i} pr_i$, y – бинарный вектор-столбец размера pr, L – диагональная матрица из PR_i,

$PR = (1, 2, \dots 2^{pr-2}, N - 2^{pr-1} - 1)$,

пусть $u = (\overline{x}, \overline{y})$ – вектор столбец основных и вспомогательных переменных, тогда квадратичный штраф равен ($\alpha_4 > 0$):

$$\frac{\alpha_4}{2}||\sum_{v=1}^{m} x_{v,p,i} + L\overline{y} - E_{(n+1)P}||^2 = \frac{\alpha_5}{2}u^T Q_4 u + \alpha v_4^T u + \frac{\alpha}{2}||N||^2,$$

Оптимизация туристических маршрутов

Квадратичные штрафы

$(E_{n+1} \otimes E_P \otimes I_{m\times 1})\overline{x} = I_{(n+1)P}$

$$Q_4 = \left(\begin{array}{cc} E_{n+1}^T \otimes E_P^T \otimes I_{m\times 1}^T E_{n+1} \otimes E_P \otimes I_{m\times 1} & E_{n+1}^T \otimes E_P^T \otimes I_{m\times 1}^T \otimes \\ L^T \otimes E_{n+1} \otimes E_P \otimes I_{m\times 1} & L^T L \end{array} \right. \tag{13}$$

$$v_4 = \begin{pmatrix} E_{n+1} \otimes E_P \otimes I_{m\times 1} \otimes I_{(n+1)P} \\ L^T \otimes I_{(n+1)P}) \end{pmatrix}, \tag{14}$$

Оптимизация туристических маршрутов

Квадратичные штрафы

- $$\frac{\alpha_5}{2} x^T I_{mP \times mP} x - \alpha_5 g_v I_{mP \times 1} x + \frac{\alpha_5 g_v^2}{2}, \alpha_5 > 0 \qquad (15)$$

- $$\frac{\alpha_6}{2} x^T I_{P \times P} x - \alpha_6 |H| I_{P \times 1} x + \frac{\alpha_6 |H|^2}{2}, \alpha_6 > 0 \qquad (16)$$

Оптимизация туристических маршрутов

Постановка задачи QUBO

Собрав все штрафные коэффициенты получаем:

$$Q' = \frac{1}{2}(C \otimes D \otimes E_m + \alpha_1(\overline{A} \otimes D \otimes E_m) + \alpha_2(B \otimes E_m) + \\ + \alpha_3(E''_{n+1} \otimes H \otimes E_m) + \alpha_5 I_{mP \times mP} + \alpha_6 I_{P \times P}) \tag{17}$$

$$Q = \begin{pmatrix} E^T_{n+1} \otimes E^T_P \otimes I^T_{m\times 1} E_{n+1} \otimes E_P \otimes I_{m\times 1} + Q' & E^T_{n+1} \otimes E^T_P \otimes I^T_{m\times} \\ L^T \otimes E_{n+1} \otimes E_P \otimes I_{m\times 1} & L^T L \end{pmatrix} \tag{18}$$

Оптимизация туристических маршрутов

Постановка задачи QUBO

$$v' = -\alpha_5 g_v I_{mP\times 1} - \alpha_6 |H| I_{P\times 1} \tag{19}$$

$$v = \begin{pmatrix} E_{n+1} \otimes E_P \otimes I_{m\times 1} \otimes I_{(n+1)P} + v' \\ L^T \otimes I_{(n+1)P}) \end{pmatrix}. \tag{20}$$

Постановка задачи QUBO выглядит следующим образом:

$$\frac{1}{2} u^T Q u + v^T u \to min.$$

Семантический анализ отзывов о продукте

Обучение нейронной сети на датасете

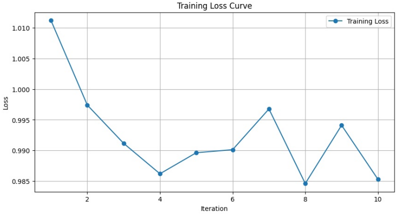

Рис.: QML

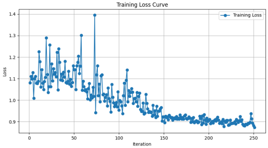

Рис.: ML

Спасибо за внимание!