



**PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA  
DO RIO GRANDE DO SUL – PUCRS  
FACULDADE DE ENGENHARIA**

**PROJETOS DE SISTEMAS DE CONTROLE**

**LABORATÓRIO TRÊS**

Gabriel Chiele e Maiki Buffet  
Bancada – 5

**TURMA - 460**

Porto Alegre, 12 de maio de 2017.

## 1. DESCRIÇÃO DA TAREFA

O objetivo desta tarefa é a de projetar um compensador de atraso de fase utilizando o método gráfico. Para isto a função de transferência apresentada na sequência, sob o nome de Função 1, será a base para o experimento. O resultado final deve atingir os requisitos de máximo sobressinal e erro em regime permanente à rampa, os quais estão descritos logo abaixo.

$$G(s) = \frac{1}{20} \frac{(s + 12)(s + 50)}{s(s + 0,8)(s + 7)(s + 8)}$$

Função 1: Função de transferência base para a atividade.

Os requisitos desejados para o desenvolvimento do compensador são:

- Máximo sobressinal = 5%;
- Erro em regime permanente à rampa  $\leq 1.0 \times 10^{-2}$ .

## 2. RESULTADOS E ANÁLISE

Como todo o desenvolvimento deve ser efetuado através do método gráfico, abaixo serão apresentados os diagramas de Bode gerados durante o experimento, demonstrando os dados utilizados e a interpretação destes através dos diagramas.

A primeira etapa foi expandir todos os termos da função de transferência proposta e inserir os termos em um uma função de transferência do MATLAB:

$$G(s) = \frac{1}{20} \frac{(s + 12)(s + 50)}{s(s + 0,8)(s + 7)(s + 8)} = \frac{0,05s^2 + 3,1s + 30}{s^4 + 15,8s^3 + 68s^2 + 44,8s}$$

Função 2: Função de transferência da função base expandida.

Traçando-se o diagrama de Bode da Função 2, uma análise inicial foi realizada para obter certas informações sobre o sistema.

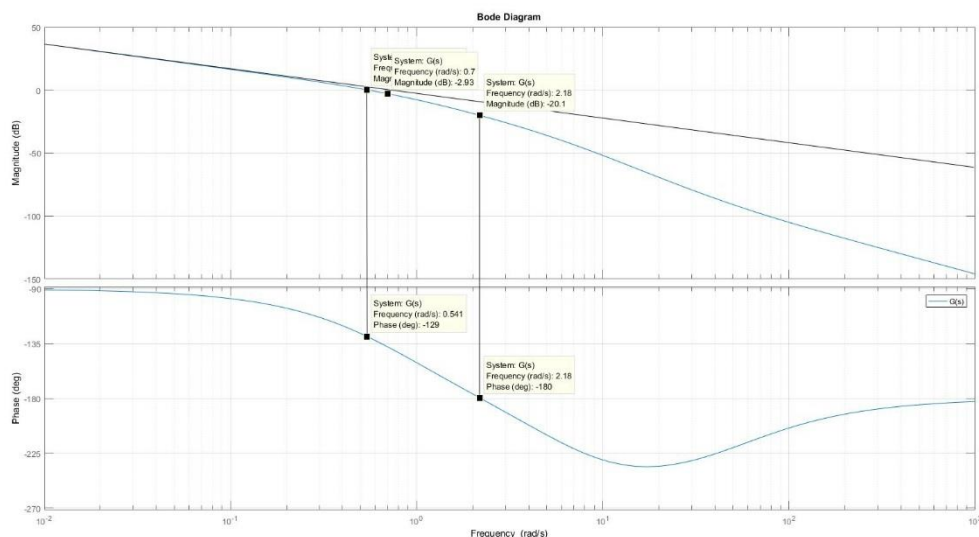


Gráfico 1: Gráfico do diagrama de Bode da Função 2.

Com base no Gráfico 1, o sistema em sua forma natural, possui  $\omega_{0dB} \cong 0,541 \text{ rad/s}$  e  $\omega_{180} \cong 2,18 \text{ rad/s}$ . Traça-se uma reta paralela aos primeiros pontos do diagrama – representando uma década de decaimento – a fim de encontrar o ponto em que essa reta auxiliar cruza a magnitude em  $0\text{db}$ . Pode-se assim, aproximar o valor de qual será o  $Kv$  do sistema, e como visto na imagem anterior,  $Kv \cong 0,7 \text{ rad/s}$ .

O  $Kv^*$  (constante de velocidade desejada) do sistema será calculado utilizando as especificações do projeto, que determina o erro em regime permanente à rampa.

$$erro_{rampa} = \frac{1}{Kv^*} \rightarrow 0,01 = \frac{1}{Kv^*} \rightarrow Kv^* = 100 \text{ rad/s}$$

Função 3: Função do cálculo de  $Kv^*$ .

Conhecendo-se  $Kv$  e  $Kv^*$ , pode-se obter o valor de  $Kkv$  pela igualdade abaixo:

$$Kv^* = Kv * Kkv \rightarrow Kkv = \frac{100}{0.7} \cong 142,8571 \text{ rad/s}$$

Função 4: Função do cálculo de  $Kkv$ .

Multiplicando o sistema pelo ganho  $Kkv$ , obtemos o comportamento descrito pelo diagrama abaixo. Analisando-o, obtemos os novos valores das margens de fase e de ganho do sistema.

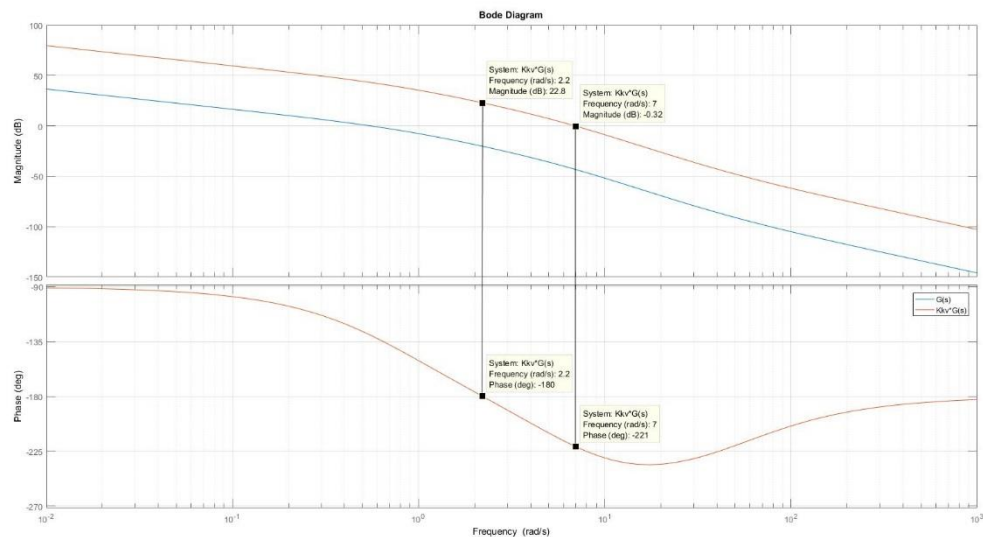


Gráfico 2: Gráfico do diagrama de Bode da função  $Kkv * G(s)$ .

$$\Phi_M \cong -221 \rightarrow -180 - (-221) = 41^\circ$$

$$\Phi_G \cong 22,8 \rightarrow 0 - (-22,8) = 22,8 \text{ dB}$$

O sistema encontrado é instável – pois se analisou a frequência de 180° e o fato do ganho no ponto equivalente ser  $> 0 \text{ dB}$ .

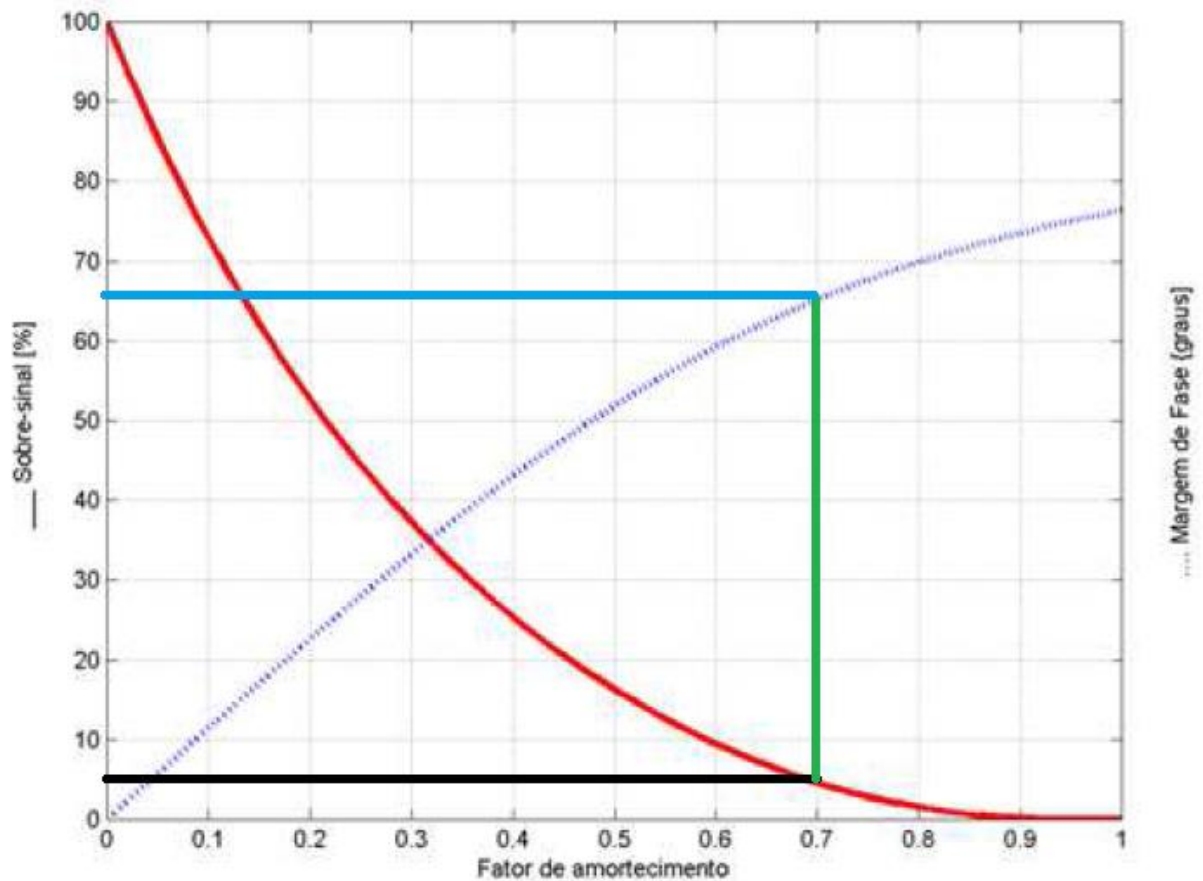


Gráfico 3: Gráfico utilizado para calcular o fator de amortecimento e a margem de fase.

Baseando-se na especificação do projeto, de que o máximo sobressinal deve ser 5%, e analisando o gráfico anterior, utilizando-se retas paralelas aos eixos, o fator de amortecimento ( $\xi$ ) e a margem de fase ( $\Phi_M$ ) desejados serão de:

$$\xi \cong 0.7$$

$$\Phi_M \cong 65^\circ$$

O passo seguinte para o início do projeto do compensador de atraso de fase, foi adicionar  $5^\circ$  na margem de fase desejada ( $\Phi_M^*$ ) do sistema:

$$\Phi_M^* \cong 70^\circ$$

No diagrama de bode podemos identificar a nova frequência de cruzamento ( $\omega_c$ ), garantindo a margem de fase desejada do sistema. A relação apresentada abaixo fora utilizada para que se encontrasse a nova margem de fase:

$$\Phi_M = -180 + \Phi_M^* + 5 = -110^\circ$$

Conhecendo-se a nova margem de fase do sistema, podemos utilizar o diagrama de Bode para identificar  $\omega_c$ , que será igual a  $\omega_{0dB}$ . Portanto a nova  $\omega_c$  será aproximadamente de  $0,25 \text{ rad/s}$ .

$$|G(j\omega)| = 142,8571 \frac{1}{20} \frac{(\sqrt{\omega^2 + 12^2})(\sqrt{\omega^2 + 50^2})}{\sqrt{\omega^2} (\sqrt{\omega^2 + 0,8^2})(\sqrt{\omega^2 + 7^2})(\sqrt{\omega^2 + 8^2})} \Big|_{\omega = 0,25}$$

$$|G(j\omega)|_{\omega = 0,25} = 364,9076$$

$$K_{MP} = \frac{1}{364,9076} = 0.0027$$

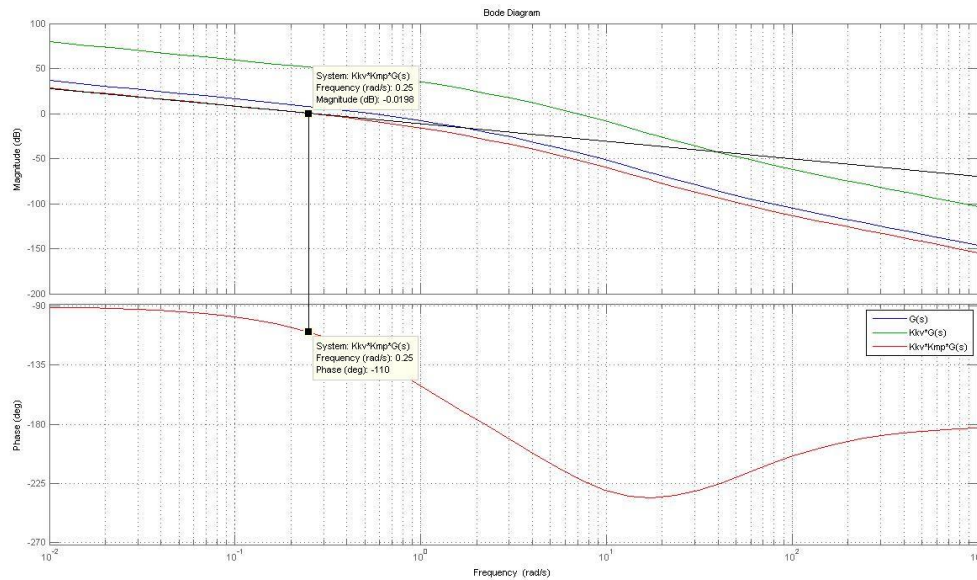


Gráfico 4: Gráfico do diagrama de Bode da função  $K_{mp} * K_{kv} * G(s)$ .

Utilizando o diagrama de Bode do sistema com o novo ganho aplicado, achou-se que o  $K_v \cong 0,25$ . Sendo assim, é possível extrair o valor de  $\alpha$  para projetarmos o compensador de atraso do sistema.

$$\alpha = \frac{K_v^*}{K_v} = \frac{100}{0,25} = 400$$

$$zero_{atraso} = \frac{0,25}{10} = 0,025 \text{ rad/s}$$

$$polo_{atraso} = \frac{0,025}{400} = 0,0000625$$

$$K_{atraso} = \frac{0,0000625}{0,025} = 0,0025$$

Já com os três valores necessários para determinar a estrutura do compensador calculados, teremos que o compensador  $C(s)$  será:

$$C(s) = K_{atraso} \frac{s + zero_{atraso}}{s + polo_{atraso}} = 0,0025 \frac{s + 0,025}{s + 0,0000625}$$

Com o compensador de atraso pronto, e o inserindo na malha do sistema, pode-se observar a funcionalidade do compensador no diagrama de Bode apresentado logo abaixo:

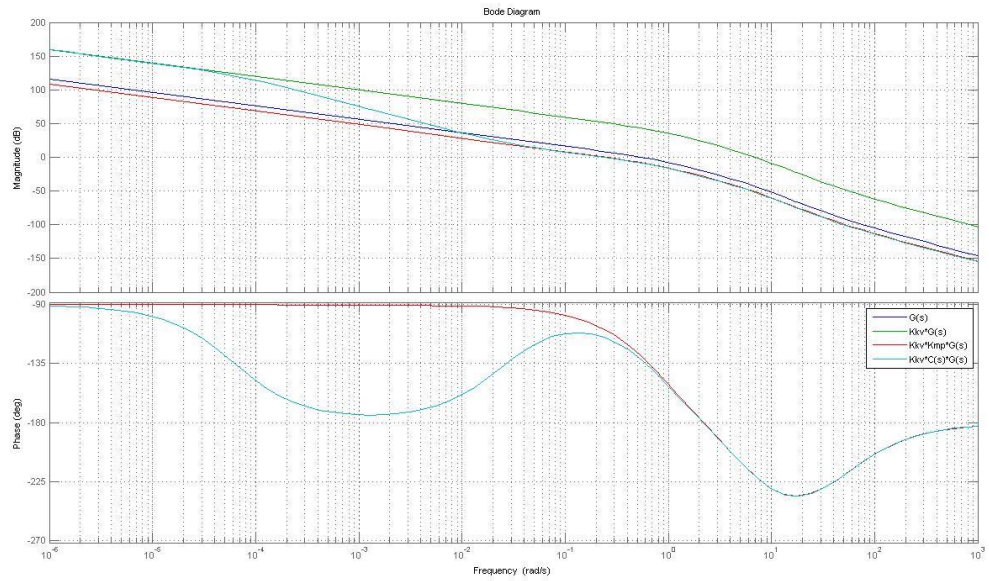


Gráfico 5: Gráfico do diagrama de Bode da função  $Kkv * C(s) * G(s)$ .

Para checarmos se os requisitos especificados foram corretamente atendidos, os gráficos de Resposta ao Degrau e Resposta à rampa foram gerados com fins de análise gráfica, ambos se encontram disponíveis abaixo:

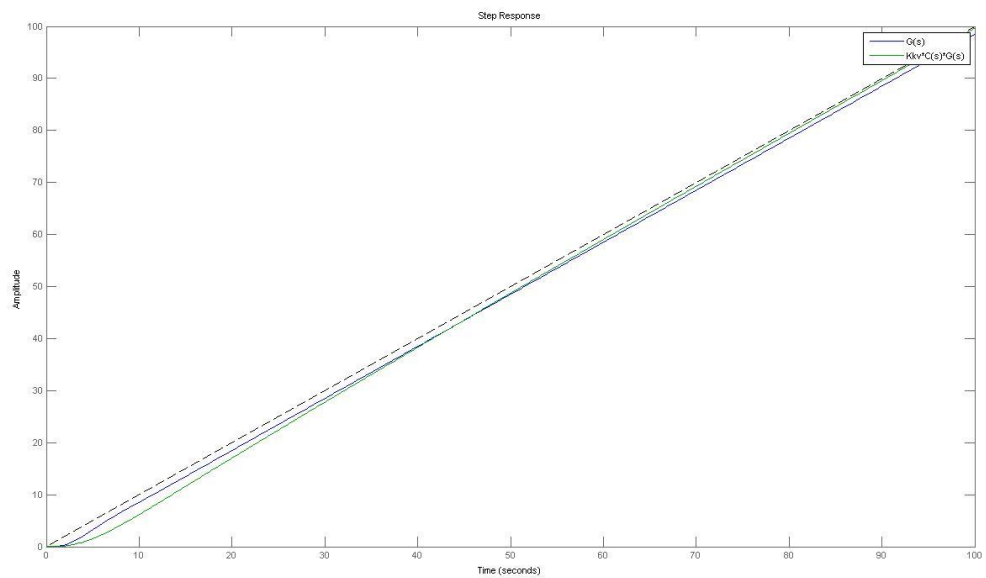


Gráfico 6: Gráfico da Resposta à Rampa.

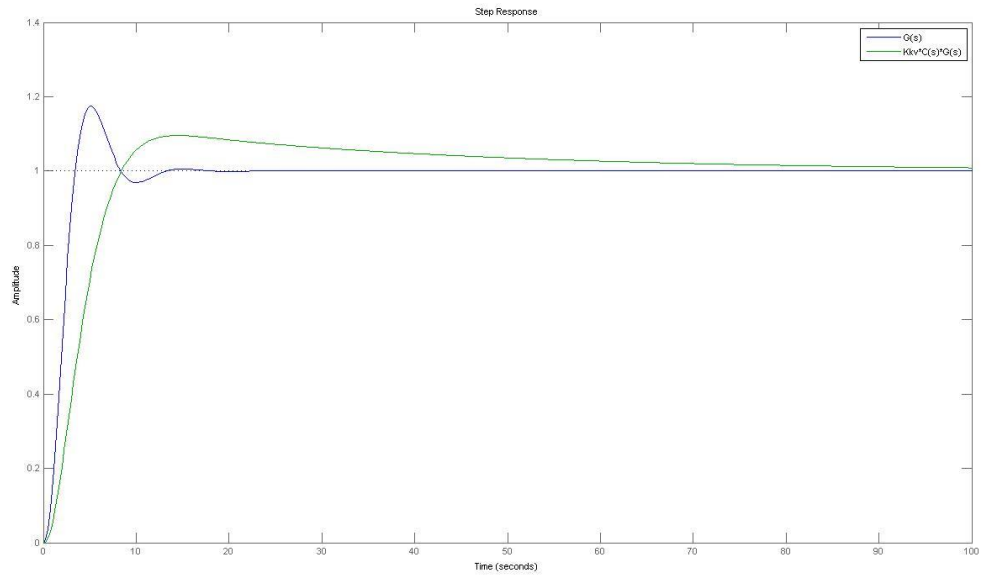


Gráfico 7: Gráfico da Resposta ao Degrau.

### 3. RESPOSTAS DO QUESTIONÁRIO

Utilizando os gráficos de Resposta ao Degrau unitário e Resposta a Rampa, analise se os requisitos foram atendidos? Se não, explique a possível causa.

O requisito de máximo sobressinal (5%) não foi atendido, visto que, se analisarmos o gráfico de Resposta ao Degrau, é possível retirar que o máximo sobressinal é de aproximadamente 1,1. Para se adequar ao requisito exigido, este valor não poderia ultrapassar o limite de 1,05. A possível causa disso, é que o  $zero_{atraso}$  encontrado para o compensador de atraso de fase tem a posição em um valor numericamente muito alto.

Afim de diminuir o máximo sobressinal, uma das soluções pode ser encontrada alterando o valor da margem de fase desejada do sistema. Utilizando de margem desejada de  $70^\circ$ , a análise da margem faz com que a nova frequência de corte  $\omega_c$  localize o zero do compensador em um ponto numericamente maior. Para determinar o erro em regime permanente à rampa, utilizaremos a relação:

### 4. CONCLUSÕES FINAIS

Conclui-se que para o requisito de sobressinal desejado (5%) ser atendido, será necessário alterar a correção de fase, colocando valores maiores do que o definido na especificação do projeto do sistema de  $G(s)$ . Não obstante, deverão ser revisados os valores de ganho, para que continuemos atendendo os requisitos de erro a rampa.