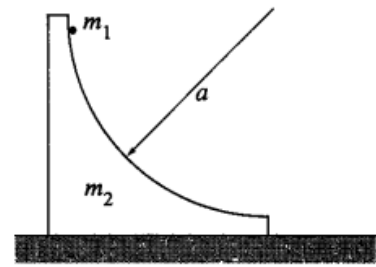


Exámen Final

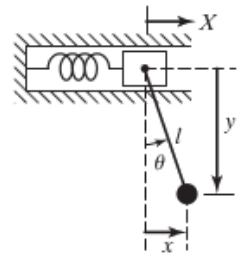
Nombre: _____

Fecha: _____

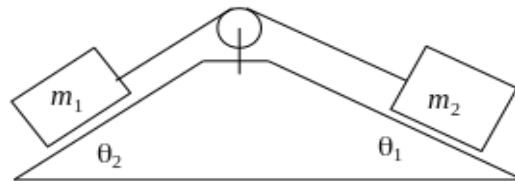
1. Una partícula de masa **m1** se desliza por una superficie circular con radio de curvatura **a**. Esta superficie es parte de un cuerpo de masa **m2** que es libre de moverse horizontalmente sin fricción sobre la superficie horizontal en la que se encuentra.
- A) Encuentre la expresión de la energía potencial (5 puntos)
- B) Encuentre la expresión de la energía cinética (5 puntos)



2. Las expresiones de energía potencial y cinética para el sistema de la figura son: $U = \frac{k}{2} X^2 - mgl \cos \theta$ $T = \frac{M}{2} \dot{X}^2 + \frac{m}{2} [(\dot{X} + l \dot{\theta} \cos \theta)^2 + (l \dot{\theta} \sin \theta)^2]$
- A) Exprese las ecuaciones de movimiento a partir del Lagrangiano del sistema (10 puntos)
- B) Exprese el Hamiltoniano del sistema (5 puntos)



3. En cuál de los siguientes casos usar el Hamiltoniano representa una ventaja con respecto a otros métodos como el de Newton o Lagrange. Justifique. (5 puntos)
- A) En sistemas de poleas, porque permite hallar las tensiones de la cuerda
- B) En sistemas de oscilaciones pequeñas
- C) En sistemas de fuerzas centrales
- D) No presenta ninguna ventaja especial, porque se puede usar en cualquier caso.
4. Usando el método de los multiplicadores de Lagrange:
- A) Encuentre las expresiones de aceleración del sistema (5 puntos)
- B) Encuentre la tensión de la cuerda (5 puntos)



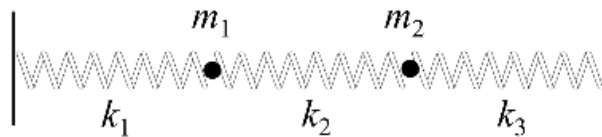
El conjunto actúa bajo la acción de la gravedad **g**.

Considere que la polea tiene masa despreciable y las superficies carecen de rozamiento

5. La forma más eficiente de mandar una nave a la luna es aumentar su velocidad mientras está en una órbita circular en la tierra, de modo tal que su nueva órbita sea una elipse. Calcule el valor del cociente entre la velocidad antes y después v_2/v_1 . Considere que la nave comienza con una órbita circular de baja altura aproximadamente igual al radio de la tierra $r_t = 6.4 \cdot 10^6 m$ y la luna se encuentra a una distancia $r_1 = 60 \cdot r_t$ (10 puntos)
6. considere una lámina cuadrada de masa **m** y lado **a**
- A) Encuentre el tensor de inercia para la lámina (5 puntos)
- B) Encuentre el momento de inercia en su diagonal (10 puntos)

7. Las ecuaciones de movimiento para el sistema de la figura pueden expresarse como:

$$m_1 \ddot{x}_1 = k_2 x_2 - (k_1 + k_2) x_1 \quad m_2 \ddot{x}_2 = k_2 x_1 - (k_2 + k_3) x_2$$

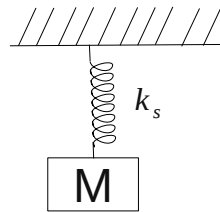


Considere $m_1=m$, $m_2=m$, $k_1=2*k$, $k_2=k$ y $k_3=k$

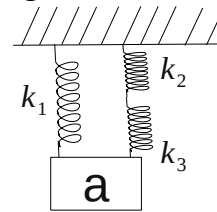
- A) Encuentre las frecuencias normales del sistema (10 puntos)
 B) Indique cuáles de las siguientes posiciones iniciales produce oscilaciones armónicas. Considere velocidades iniciales nulas. Justifique (5 puntos)

- (a) $x_1 = 2,1034$ $x_2 = 1,3$
 (b) $x_1 = 0,37567$ $x_2 = 0,37567$
 (c) $x_1 = -0,8$ $x_2 = 1,3$
 (d) $x_1 = -0,333335$ $x_2 = 0,333335$
 (e) Ninguna de las anteriores

8. Considere que el sistema de la figura es sometido a una fuerza $F(t) = F^0 \cdot e^{i\omega_f t}$. La frecuencia Natural del sistema es ω_{sist} $M = 1000$ kg $k_s = 125$ N/m



Sistema



Amortiguador

- A) Se propone usar un amortiguador como el de la figura. Indique cuál de los siguientes valores para sus componentes recomienda. Justifique. (5 puntos)
- (a) $k_1 = 2$ N/m $k_2 = 1$ N/m $k_3 = 1$ N/m $m = 20$ kg
 (b) $k_1 = 1$ N/m $k_2 = 2$ N/m $k_3 = 2$ N/m $m = 10$ kg
 (c) $k_1 = 1$ N/m $k_2 = 2$ N/m $k_3 = 2$ N/m $m = 20$ kg
 (d) $k_1 = 1$ N/m $k_2 = 0,5$ N/m $k_3 = 0,5$ N/m $m = 20$ kg
 (e) $k_1 = 1$ N/m $k_2 = 0,5$ N/m $k_3 = 0,5$ N/m $m = 10$ kg

9. En el brazo robótico de la figura tenemos, una articulación giratoria en la unión 1 y una prismática en la 2.

- (a) Encuentre las transformaciones que realizan los marcos de referencia 1 y 2 desde la base del marco 0 (5 puntos)

- (b) Relacione el punto $q^2(1,1,2)$ en el sistema de referencia 0 (10 puntos)

