MECÁNICA RACIONAL

INGENIERÍA MECÁNICA

FACULTAD DE CIENCIAS APLICADAS A LA INDUSTRIA

Trabajo Práctico N° 4 **Hamiltoniano**

La función del Hamiltoniano en coordenadas generalizadas se puede expresar como:

$$H=\sum_i \dot{q}_i p_i - L$$

Para el caso en el que la energía cinética no depende de la velocidad podemos expresarlo como:

$$H=T+U$$

Comparando con el Lagrangiano tenemos que:

- El Lagrangiano es función de la posición y la velocidad en coordenadas generalizadas

$$L=L(q_i,\dot{q}_i)$$

- El Hamiltoniano es función de la posición y el momento

$$H=H(q_i,q_j)$$

Expresar las ecuaciones de movimiento en función del momento simplifica los cálculos en muchos casos, en especial fuera de las aplicaciones de la mecánica clásica

Para hallar la expresión del momento en coordenadas generalizadas se puede usar:

$$p=\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \quad , \quad p=\frac{\partial T}{\partial \dot{q}}$$

Una vez que obtuvimos el Hamiltoniano es necesario obtener las ecuaciones de movimiento:

$$\dot{q}_i=\frac{\partial H}{\partial p_i} \qquad \dot{P}_i=\frac{-\partial H}{\partial q_i}$$

1. Considere un oscilador armónico, formado por una partícula de masa m que oscila en el eje **x**, acoplada a un resorte de constante **k** de masa despreciable. Obtenga las ecuaciones de Hamilton

2. Considere un péndulo de longitud **L** y masa **m**, con momento de indercia **I=mL2**. Obtenga el Hamiltoniano y las ecuaciones de movimiento del sistema

3. Consideremos una partícula en un plano moviéndose sujeta a una fuerza conservativa central. Usaremos coordenadas polares, y la energía potencial es función del radio, U = U(r)
Encuentre las ecuaciones de movimiento a partir del Hamiltoniano

4. Encuentre el Hamiltoniano y las expresiones de movimiento para una máquina de Atwood Simple, con polea de masa despreciable, y luego considerando momento de inercia **I**

5. Encuentre el Hamiltoniano y las expresiones de movimiento para una partícula deslizándose por un plano inclinado sin fricción

6. Dos partículas de masas **m1** y **m2** están conectadas por un resorte de masa despreciable que en reposo tiene una longitud **l** y tiene una constante **k**. El sistema es libre de rotar y vibrar sobre una superficie plana horizontal sin rozamiento. Utilice coordenadas polares, y coloque el inicio de coordenadas el centro del resorte. Encuentre el Hamiltoniano y las ecuaciones de movimiento del sistema.