In [1]:

```
from sympy import *
```

Задания к уроку № 3

1) Пусть $x_n = n^{(-1)^n}$

Доказать, что последовательность x_n:

а) неограниченная; б) не является бесконечно большой.

In [2]:

```
x_n = []
for i in range(-10, 11):
    x_n.append(round(i**((-1)**i),3))

print(x_n)
```

```
[-10.0, -0.111, -8.0, -0.143, -6.0, -0.2, -4.0, -0.333, -2.0, -1.0, 0, 1.0, 2, 0.333, 4, 0.2, 6, 0.143, 8, 0.111, 10]
```

Найдем значение $\lim_{n\to+\infty} n^{(-1)^n}$

In [3]:

```
n = Symbol("n")
limit(n**(-1)**n, n, oo)
```

Out[3]: NaN

$\lim_{n\to+\infty} n^{(-1)^n}$ не имеет предела $\longrightarrow$ последовательность неограничена, а также не является бесконечно большой

2) Доказать, что последовательность $\{\sin n\}$ расходится.

In [4]:

```
x_n = []
for i in range(0, 361, 15):
    x_n.append(round(sin(i),3))

print(x_n)
```

```
[0, 0.650, -0.988, 0.851, -0.305, -0.388, 0.894, -0.971, 0.581, 0.088, -0.715, 0.998, -0.801, 0.219, 0.468, -0.930, 0.945, -0.506, -0.176, 0.774, -
1.00000000000000, 0.745, -0.132, -0.544, 0.959]
```

In [5]:

```
y = Symbol("y")
limit(sin(y), y, oo)
```

Out[5]: $\langle -1, 1\rangle$

$\lim_{n\to+\infty} \sin n$, при значении n из зоны определения, принимает значения от -1 до 1 $\longrightarrow$ не является расходящейся

3) Найти пределы:

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{10n}{n^2-1}$, имеем неопр. вида $\frac{\infty}{\infty}$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{10n}{n^2-1} = \lim_{n\to\infty} \frac{10n}{n^2} \Big/ \frac{n^2-1}{n^2} = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{10}{n} \to 0}{-\frac{1}{n^2} \to 0} = 0$$

в) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n^2-n}{n-\sqrt{n}}$, неопр. вида $\frac{\infty}{\infty}$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{n^2-n}{n-\sqrt{n}} = \cancel{\left[\lim_{n\to\infty} \frac{\frac{n^2-n}{n^2}}{\frac{n-\sqrt{n}}{n^2}} = \frac{-\frac{1}{n}}{} \right]}$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{\cancel{(n-\sqrt{n})}(n+\sqrt{n})}{\cancel{(n-\sqrt{n})}} = \lim_{n\to\infty} n+\sqrt{n} = \infty$$

с) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{5\cdot 3^n}{3^n-2} = 5\cdot \lim\limits_{n\to\infty} \frac{3^n}{3^n-2} =$

$$= 5 \cdot \lim_{n\to\infty} \frac{1}{1-\frac{2}{3^n} \to 0} = 5$$

4.) Найти предел $\lim\limits_{n\to\infty} (\sqrt{n^2+n} - n)$

$$\lim_{n\to\infty} (\sqrt{n^2+n} - n) = \{\infty - \infty\} = \frac{(\sqrt{n^2+n} - n)\cdot(\sqrt{n^2+n} + n)}{(\sqrt{n^2+n} + n)} =$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{\cancel{n^2}+n-\cancel{n^2}}{\sqrt{n^2+n}+n} = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{n}{n}}{\frac{\sqrt{n^2+n}}{n} + \frac{n}{n}} = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{\frac{\sqrt{n^2+n}}{\sqrt{n^2}} + 1} =$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{n}}+1} = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{2}$$

$\frac{1}{n} \to 0$

$-1 \le \cos n \le 1$

5) Вычислить $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{\sqrt{n}\cdot\cos n}{n+1} =$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{\sqrt{n}\cdot\cos n}{n}}{\frac{n}{n}+\frac{1}{n}} = \frac{\frac{1\cdot\cos n}{n}}{1+\frac{1}{n}} = 0$$

$\frac{1\cdot\cos n}{n} \to 0$, $\frac{1}{n} \to 0$