

# **Классификатор логистическая регрессия**

Евгений Борисов

# логистическая регрессия

$$\begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1n} & y_1 \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2n} & y_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ x_{m1} & x_{m2} & \cdots & x_{mn} & y_m \end{bmatrix}$$

$x$  - вектор-признак

$y$  - метка класса

$n$  - размер пространства признаков

$m$  - количество примеров

# логистическая регрессия

$$\theta = \begin{bmatrix} \theta_0 \\ \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_n \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1n} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{m1} & x_{m2} & \cdots & x_{mn} \end{bmatrix} \quad y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_m \end{bmatrix}$$

$x$  - вектор-признак

$y$  - метка класса (0 или 1)

$n$  - размер пространства признаков

$m$  - количество примеров

$\theta$  - параметры

# логистическая регрессия

$$z(x, \theta) = \theta_0 + \theta_1 \cdot x_1 + \dots + \theta_n \cdot x_n$$

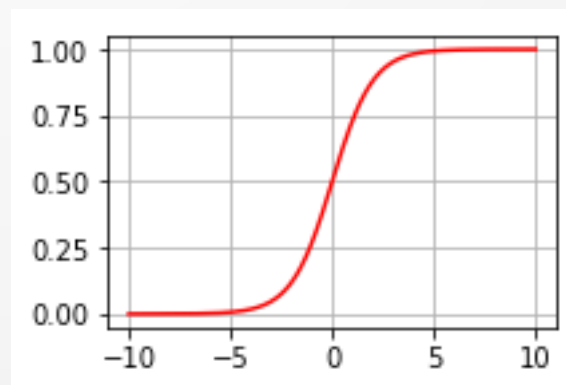
$x$  - вектор-признак

$n$  - размер пространства признаков

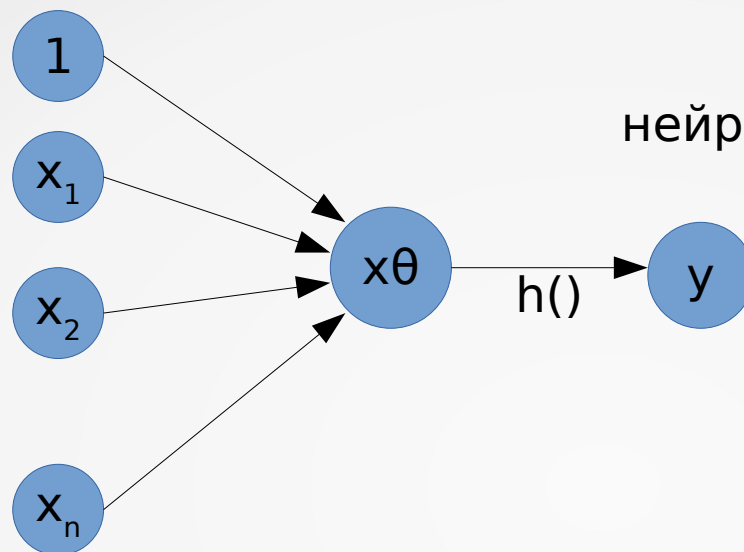
$\theta$  - параметры

функция- сигмоид

$$h(z) = \frac{1}{1 + \exp(-z)}$$



# логистическая регрессия



нейросеть из одного нейрона

$x$  - вектор-признак

$n$  - размер пространства признаков

$\theta$  - параметры

$h$  - функция сигмоид

$y$  - выход

# логистическая регрессия

функция потерь - перекрёстная энтропия (cross entropy)

$$J(\theta) = -\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \left[ y_i \cdot \log_2(h(x_i, \theta)) + (1 - y_i) \cdot \log_2(1 - h(x_i, \theta)) \right]$$

оценка близости распределений правильных и фактических ответов

$y$  - номер класса объекта  $x$

$o = h(x, \theta)$  - ответ классификатора

*if (y==1) log(o) else log(1-o)*

**задача оптимизации**

$$\min_{\theta} J(\theta)$$

# логистическая регрессия

метод градиентного  
спуска

инициализировать  $\theta$

вычисляем потерю  $J(\theta)$

корректируем  
параметры  
 $\theta := \theta - \eta \cdot \nabla J(\theta)$

$J < \text{порога}$

конец  
работы

значение  
градиента  
 $\nabla J(\theta)$

# логистическая регрессия

градиент и изменение параметров

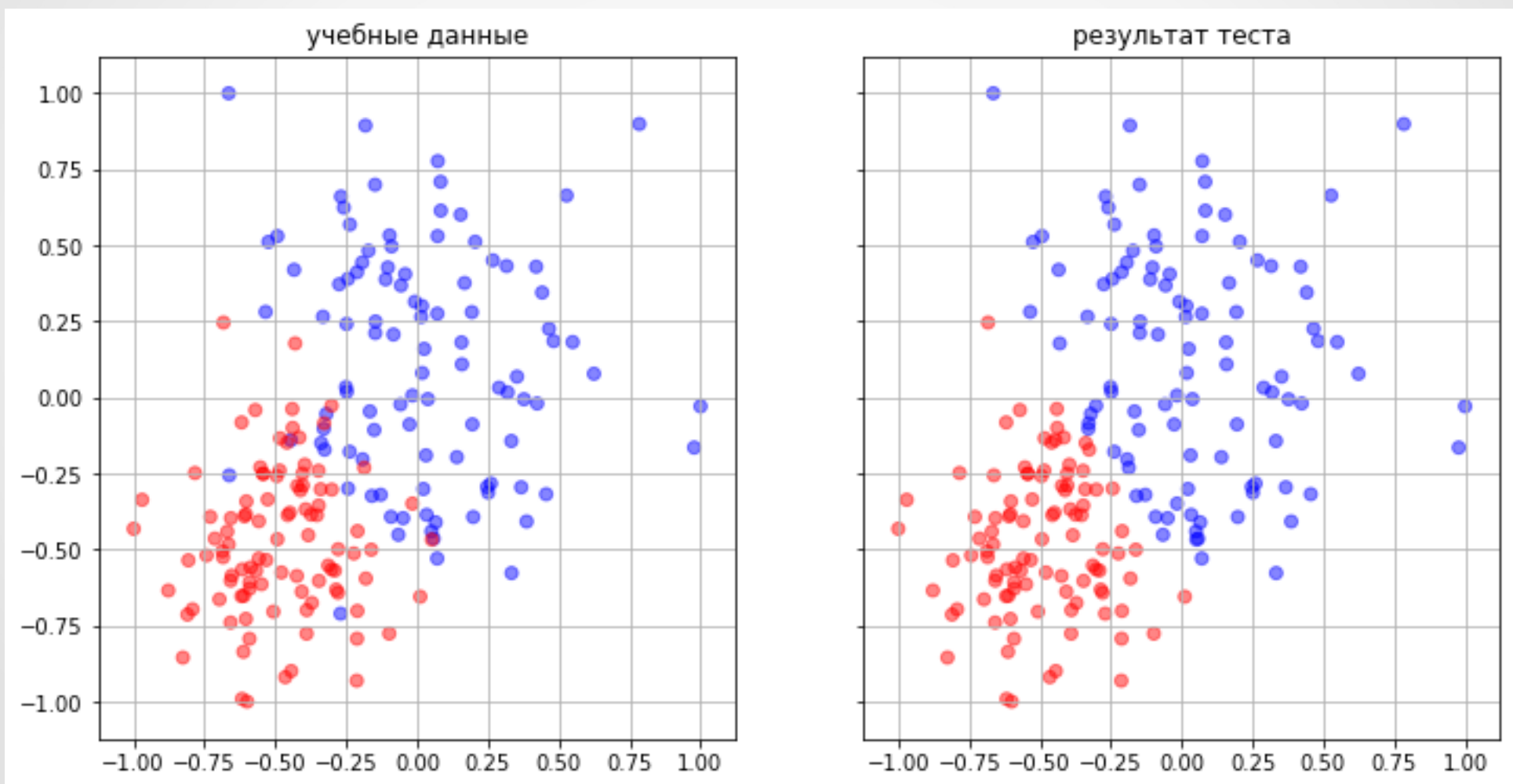
$$\theta_j := \theta_j - \alpha \cdot \sum_{i=1}^m (h(x_i, \theta) - y_i) \cdot x_{ij}$$

$$\theta := \theta - \alpha \cdot X^T \cdot (h(x, \theta) - y)$$



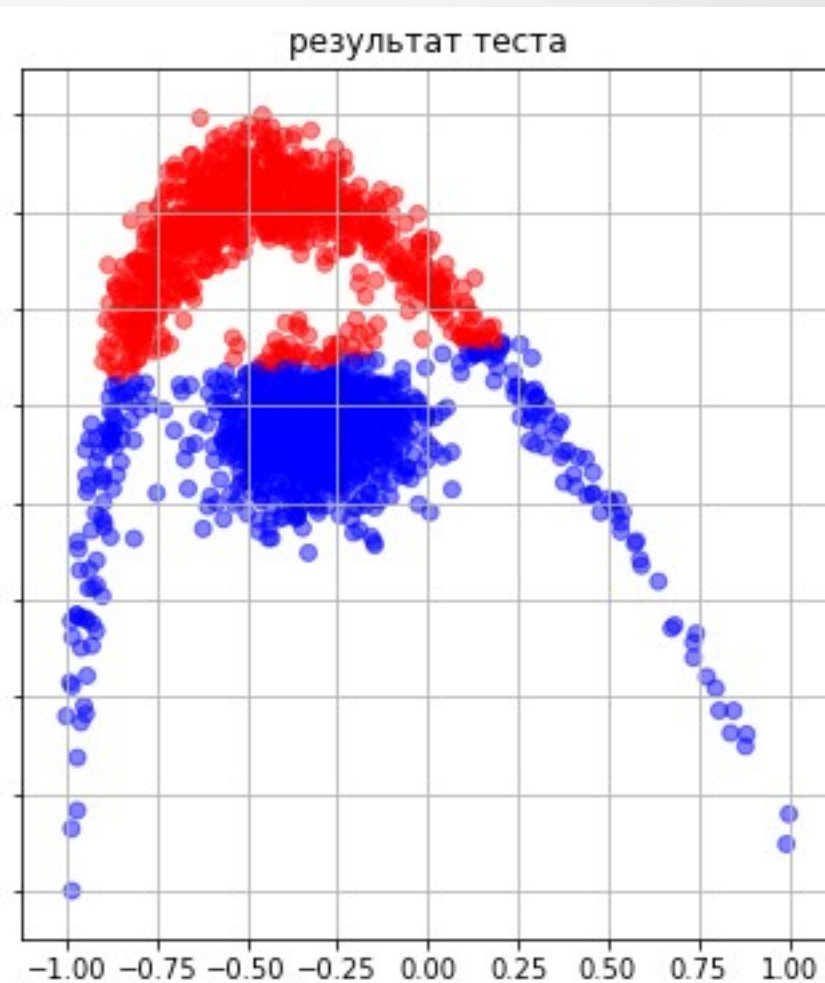
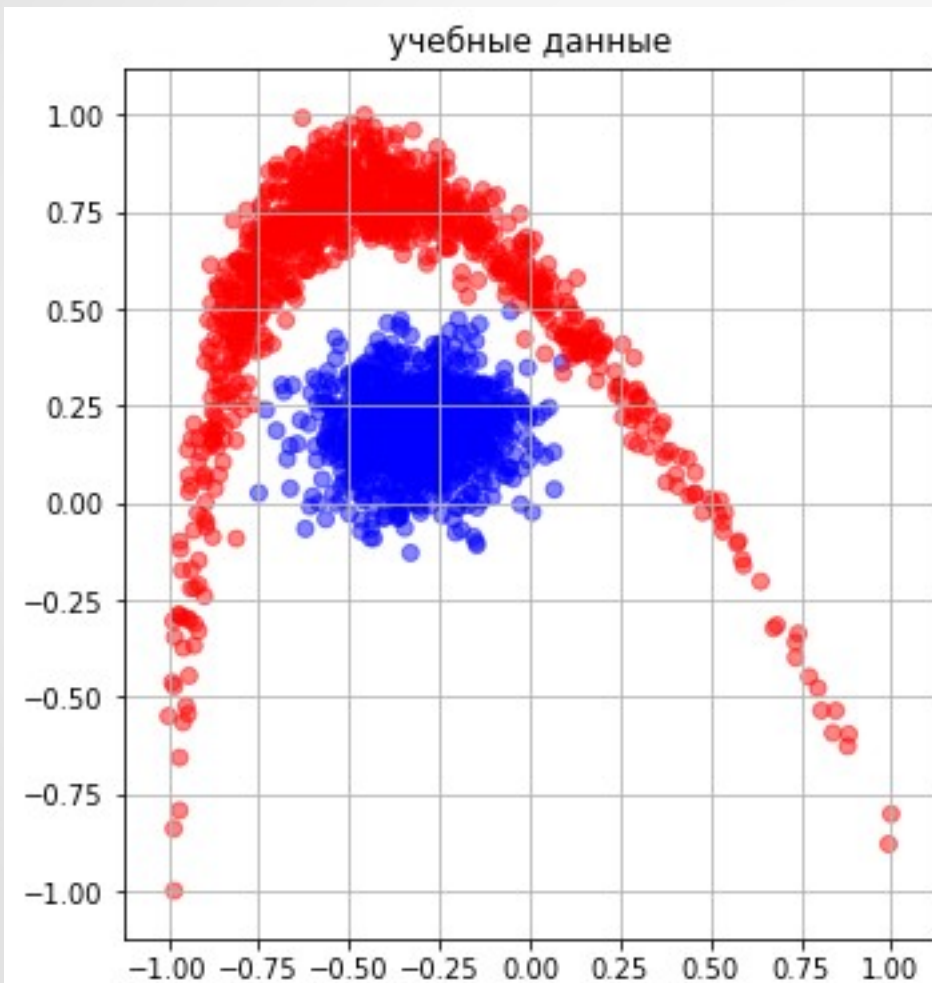
# логистическая регрессия

линейный классификатор и линейно разделимые данные



# логистическая регрессия

линейный классификатор и линейно **неразделимые** данные



# логистическая регрессия

$$z(x, \theta) = \theta_0 + \theta_1 \cdot x_1 + \theta_2 \cdot x_2 + \theta_3 \cdot x_1 \cdot x_2 + \theta_4 \cdot x_1^2 + \theta_5 \cdot x_2^2$$

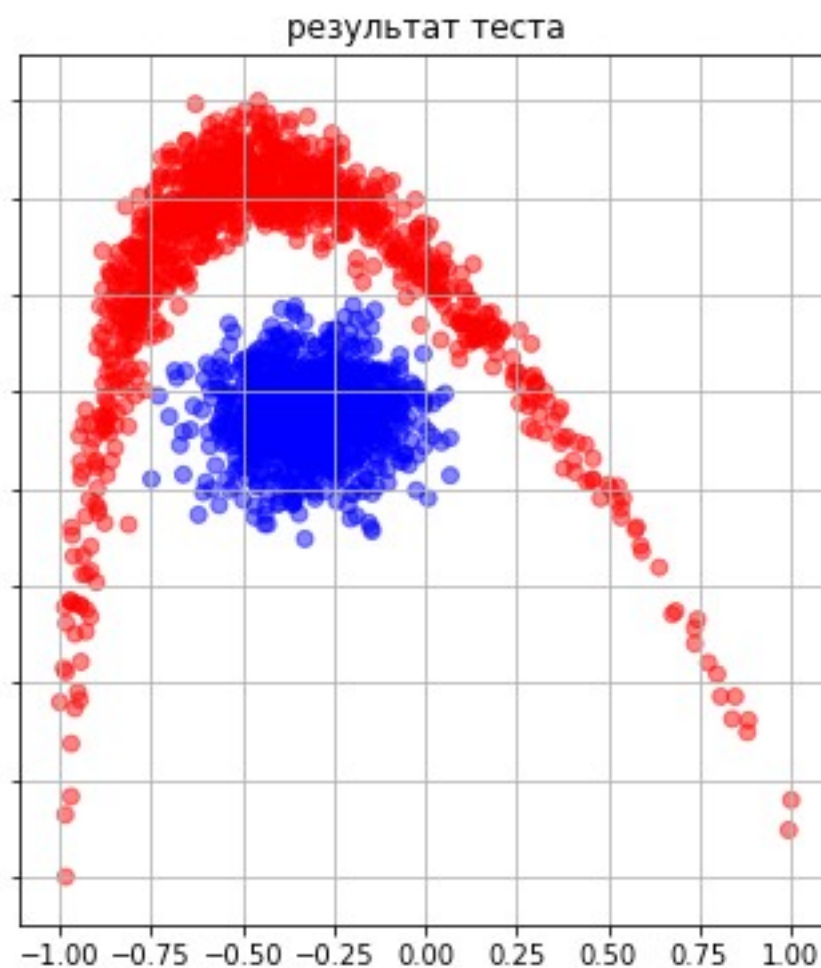
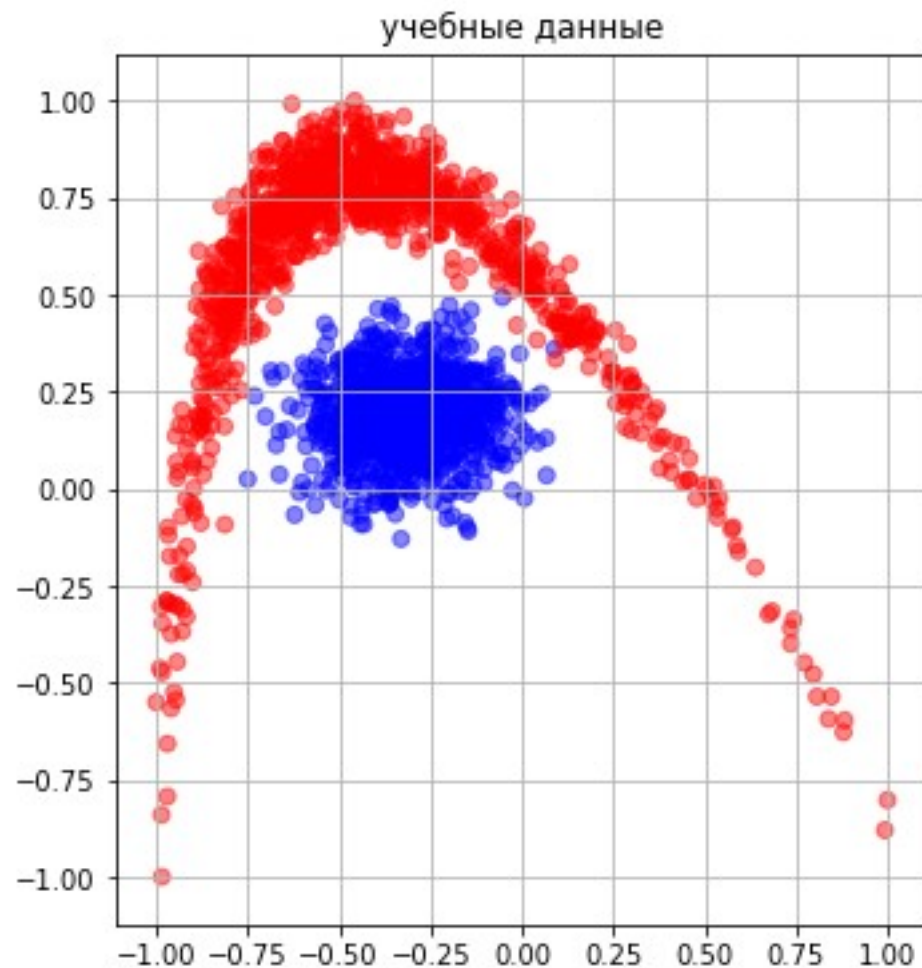
строим полином степени k на признаках X

повышаем размерность пространства признаков

увеличиваем число параметров  $\theta$

# логистическая регрессия

нелинейный классификатор и линейно **н**еразделимые данные



# логистическая регрессия

git clone [https://github.com/mechanoid5/ml\\_lectorium.git](https://github.com/mechanoid5/ml_lectorium.git)

*Борисов Е.С. Классификатор на основе логистической регрессии.  
<http://mechanoid.su/ml-regression-class.html>*