



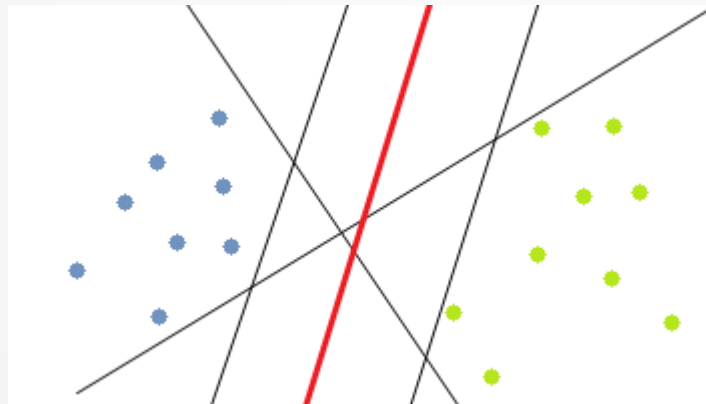
Линейные методы: SVM

Евгений Борисов

Линейные методы: SVM

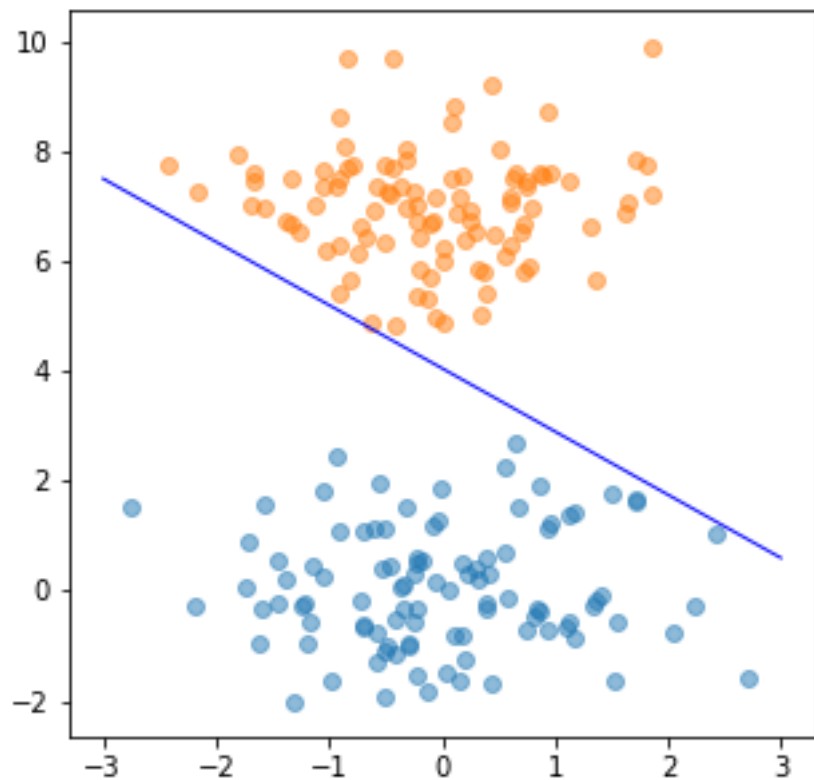
Метод опорных векторов (SVM, support vector machine)

В.Н.Вапник, А.Я.Червоненкис, (1963)



Линейные методы: SVM

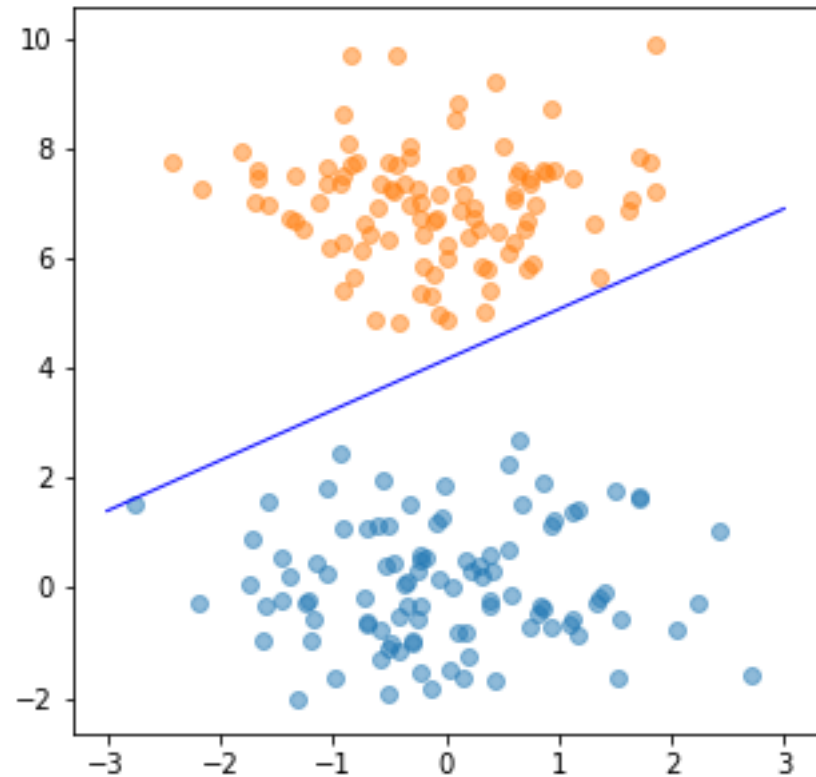
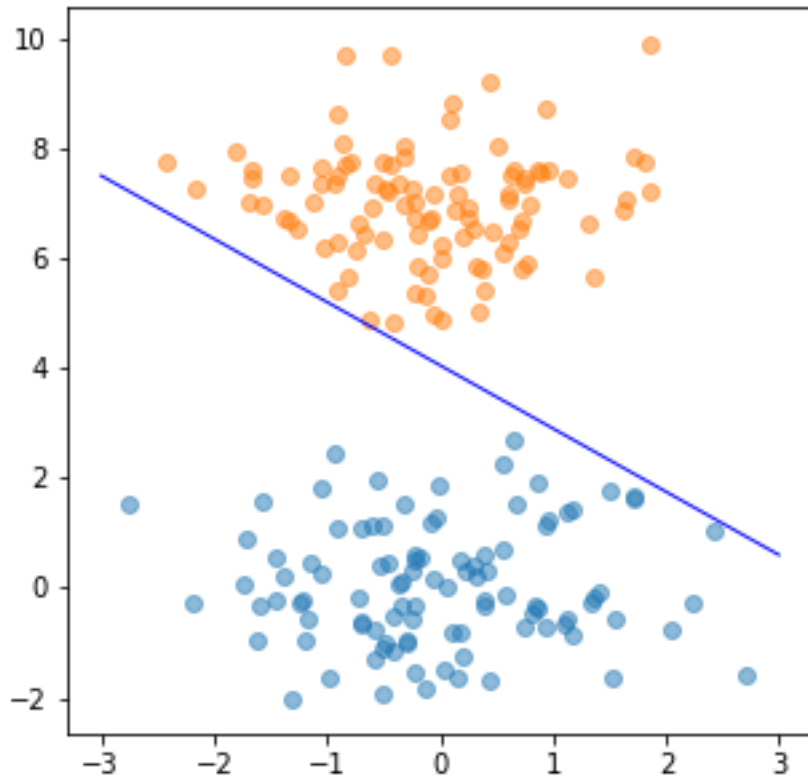
рассмотрим линейно разделимый набор



Линейные методы: SVM

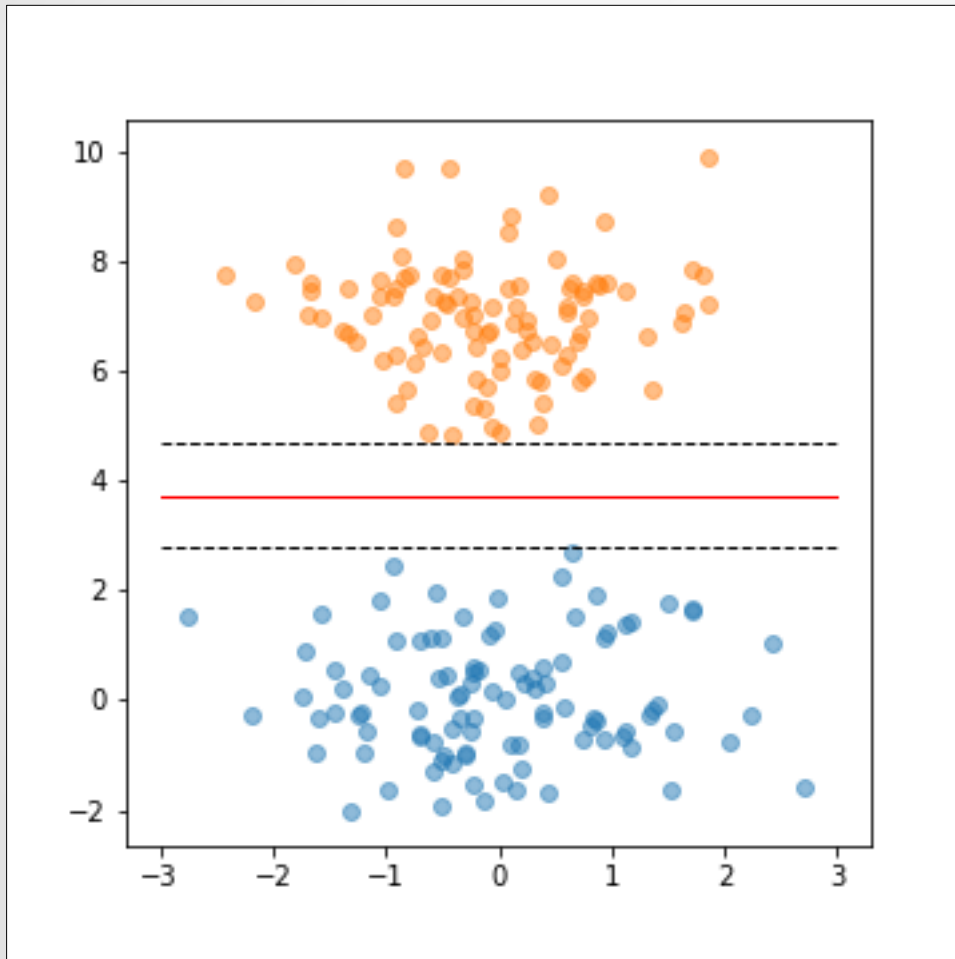
рассмотрим линейно разделимый набор

много разделяющих гиперплоскостей



Линейные методы: SVM

разделительная полоса



цель: увеличить отступы,
получить полосу максимальной ширины

Линейные методы: SVM

$$a(x) = \text{sign}\left(\sum_i \lambda_i y_i \langle x_i, x \rangle - w_0\right)$$

опорным назовём объект x_i , для которого $\lambda_i \neq 0$

для нахождения опорных объектов
применяется алгоритм SMO (sequential minimal optimization)

метод обучения SVM как задача выпуклой квадратичной
оптимизации имеет единственное решение

Линейные методы: SVM

нелинейное обобщение - kernel trick

вместо скалярного произведения

будем использовать функцию-ядро

$$a(x) = \text{sign} \left(\sum_i \lambda_i y_i K(x_i, x) - w_0 \right)$$

функция K - ядро

если для него существует отображение,
удовлетворяющее условиям скалярного произведения

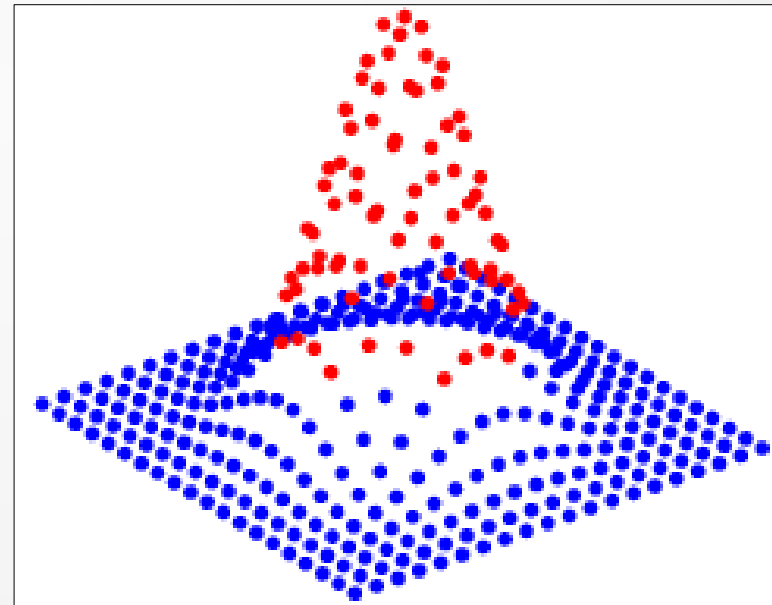
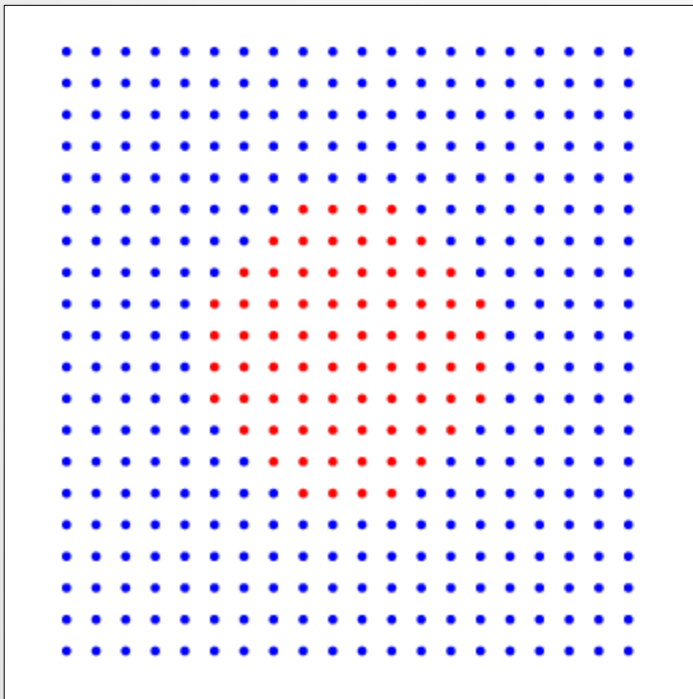
$$\exists \psi: K(x, x') = \langle \psi(x), \psi(x') \rangle$$

функция K симметрична и неотрицательно определена

Линейные методы: SVM

kernel trick

с помощью ядра отображаем данные
в пространство большей размерности
линейно неразделимая задача
превращается в линейно разделимую



Линейные методы: SVM

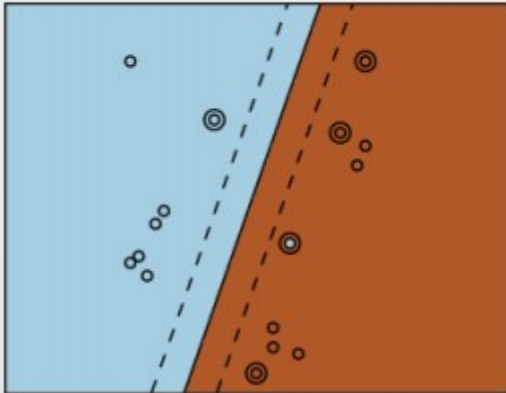
kernel trick

с помощью ядра отображаем данные
в пространство большей размерности
линейно неразделимая задача
превращается в линейно разделимую

Примеры с различными ядрами $K(x, x')$

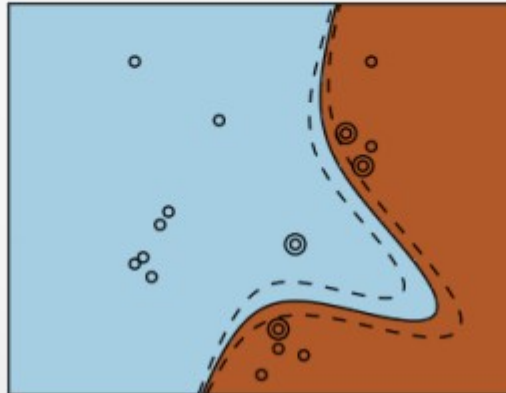
линейное

$$\langle x, x' \rangle$$



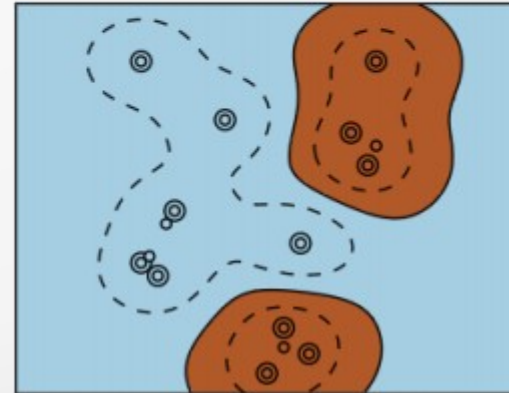
полиномиальное

$$(\langle x, x' \rangle + 1)^d, \quad d=3$$



гауссовское (RBF)

$$\exp(-\gamma \|x - x'\|^2)$$



Линейные методы: итог

- для обучения SVM применяется алгоритм SMO (sequential minimal optimization)
- применение ядер позволяет SVM разделять линейно неразделимые наборы, общих подходов для выбора ядер нет

Линейные методы: литература

git clone https://github.com/mechanoid5/ml_lectorium.git

- Борисов Е.С. Классификатор на основе машины опорных векторов. <http://mechanoid.su/ml-svm.html>
- К.В. Воронцов Метод опорных векторов. <http://www.machinelearning.ru>