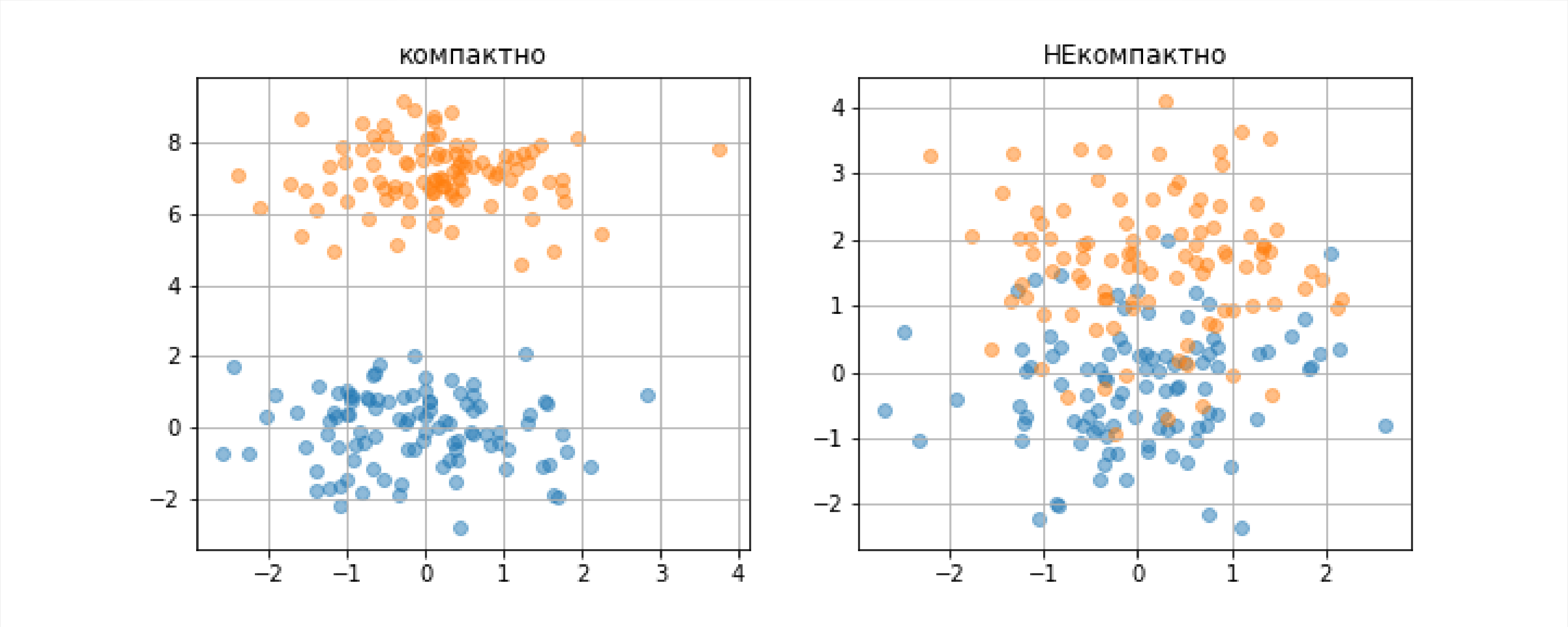
Лекция 7: метрические методы

Евгений Борисов

метрические методы

метрический подход - использование расстояний между объектами

гипотеза компактности: близкие объекты лежат в одном классе



метрические методы

метрика - функция расстояния

$$\rho: X \times X \rightarrow [0, \infty)$$

аксиома тождества : $\rho(x, y) = 0 \Leftrightarrow x = y$

симметрия: $\rho(x, y) = \rho(y, x)$

неравенство треугольника: $\rho(x, z) \leqslant \rho(x, y) + \rho(y, z)$

метрические методы

метрика - функция расстояния

Евклидова метрика: $\rho(x, y) = \sqrt{\sum_i (x_i - y_i)^2}$

метрика Минковского: $\rho(x, y) = \sqrt[n]{\sum_i w_i |x_i - y_i|^n}$

метрика Чебышева: $\rho(x, y) = \max_i |x_i - y_i|$

косинусная метрика: $\rho(x, y) = \frac{\sum_i x_i y_i}{\sqrt{\sum_i x_i^2} \cdot \sqrt{\sum_i y_i^2}}$

метрические методы

метрический классификатор

X - пространство признаков размерности m

$X_l \subset X$ — объекты учебной выборки

y_l — метки классов учебного набора X_l

метрические методы

метрический классификатор

X - пространство признаков размерности m

$X_l \subset X - объекты\ учебной\ выборки$

$y_l - метки\ классов\ учебного\ набора\ X_l$

$u \in X - выберем\ объект$

выстроим соседей из **X**$_l$ u объекта **u** по расстоянию (вариационный ряд)

$$\rho(u, x_u^1) \leqslant \rho(u, x_u^2) \leqslant \cdots \leqslant \rho(u, x_u^n)$$

метрические методы

метрический классификатор

X - пространство признаков размерности m

$X_l \subset X - объекты\ учебной\ выборки$

$y_l - метки\ классов\ учебного\ набора\ X_l$

$u \in X - выберем\ объект$

выстроим соседей из **X$_l$** u объекта **u** по расстоянию (вариационный ряд)

$$\rho(u, x_u^1) \leqslant \rho(u, x_u^2) \leqslant \cdots \leqslant \rho(u, x_u^n)$$

$v(i, u)$ - степень важности i-того соседа объекта u, убывает по мере удаления от u

метрические методы

метрический классификатор

X - пространство признаков размерности m

$X_l \subset X - объекты\ учебной\ выборки$

$y_l - метки\ классов\ учебного\ набора\ X_l$

$u \in X - выберем\ объект$

выстроим соседей из $\mathbf{X_l}$ u объекта **u** по расстоянию (вариационный ряд)

$$\rho(u, x_u^1) \leqslant \rho(u, x_u^2) \leqslant \cdots \leqslant \rho(u, x_u^n)$$

$v(i, u)$ - степень важности i-того соседа объекта u, убывает по мере удаления от u

$\Gamma_y(u) = \sum_i [y = y_i] v(i, u)$ - оценка близости **u** к классу **y**

метрические методы

метрический классификатор

X - пространство признаков размерности m

$X_l \subset X - объекты\,учебной\,выборки$

$y_l - метки\,классов\,учебного\,набора\,X_l$

$u \in X - выберем\,объект$

выстроим соседей из **X**$_{\mathbf{l}}$ u объекта **u** по расстоянию (вариационный ряд)

$$\rho(u, x_u^1) \leqslant \rho(u, x_u^2) \leqslant \cdots \leqslant \rho(u, x_u^n)$$

$v(i,u)$ - степень важности i-того соседа объекта u, убывает по мере удаления от u

$\Gamma_y(u) = \sum_i [y = y_i] v(i,u)$ - оценка близости **u** к классу **y**

$$a(u, X_l) = \underset{y \in y_l}{argmax}\, \Gamma_y(u)$$

метрические методы

метод ближайшего соседа (1NN)

$v(i,u) = [i=1]$

метрические методы

метод ближайшего соседа (1NN)

v(i,u) = [i=1]

<u>достоинства</u>:

- простота
- интерпретируемость

метрические методы

метод ближайшего соседа (1NN)

$v(i,u) = [i=1]$

<u>достоинства</u>:
- простота
- интерпретируемость

<u>недостатки</u>:
- неустойчив к шуму
- нет параметров
- недостаточная точность
- выборка хранится целиком

метрические методы

метод ближайшего соседа (1NN)

$v(i,u) = [i=1]$

<u>достоинства</u>:
- простота
- интерпретируемость

<u>недостатки</u>:
- неустойчив к шуму
- нет параметров
- недостаточная точность
- выборка хранится целиком

метод k-соседей (kNN)

$v(i,u) = [i<k]$

метрические методы

метод ближайшего соседа (1NN)

v(i,u) = [i=1]

достоинства:

- простота
- интерпретируемость

недостатки:

- неустойчив к шуму
- нет параметров
- недостаточная точность
- выборка хранится целиком

метод k-соседей (kNN)

v(i,u) = [i<k]

достоинства:

- более устойчив к шуму чем 1NN
- есть параметр - количество соседей k

недостатки:

- возможны неоднозначности

метрические методы

метод ближайшего соседа (1NN)

$v(i,u) = [i=1]$

<u>достоинства</u>:

- простота
- интерпретируемость

<u>недостатки</u>:

- неустойчив к шуму
- нет параметров
- недостаточная точность
- выборка хранится целиком

метод k-соседей (kNN)

$v(i,u) = [i<k]$

<u>достоинства</u>:

- более устойчив к шуму чем 1NN
- есть параметр - количество соседей k

<u>недостатки</u>:

- возможны неоднозначности

метод взвешеных k-соседей

$v(i,u) = [i<k]w_i$

w_i - вес соседа

метрические методы

метод взвешеных k-соседей

$v(i,u) = [i<k]w_i$ w_i - вес соседа

как выбирать вес w_i ?

метрические методы

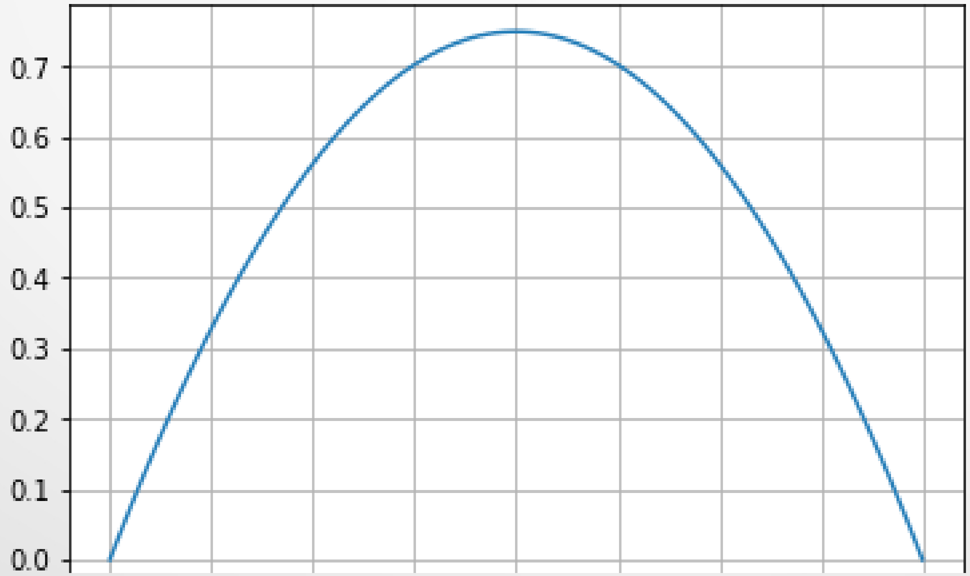
метод взвешеных k-соседей

$v(i,u) = [i<k]w_i$ w_i - вес соседа

как выбирать вес w_i ?

$$v(i,u) = K\left(\frac{\rho(u, x_u^i)}{h}\right)$$

выбираем степень важности i-того соседа на основании расстояния до него

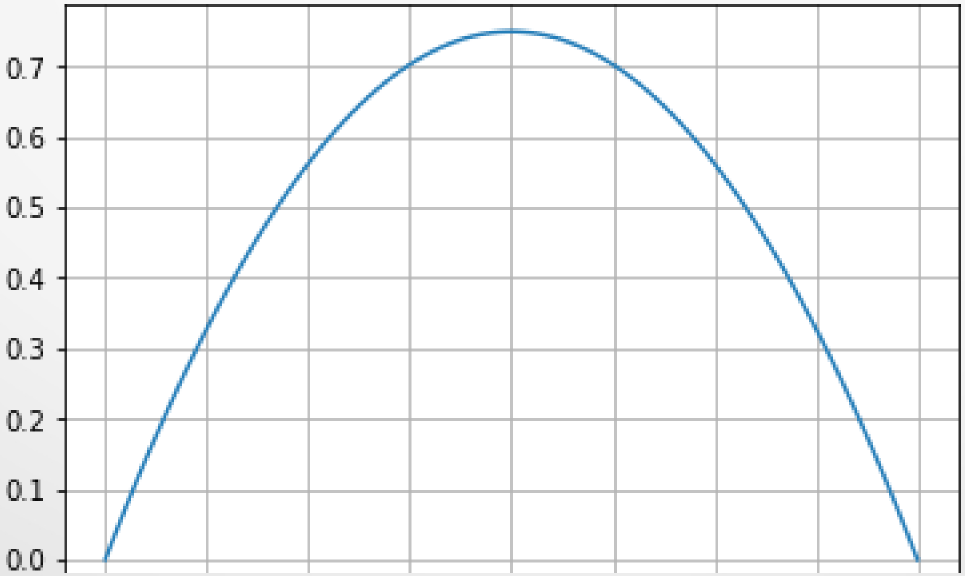


метрические методы

метод взвешеных k-соседей - парзеновское окно

выбираем степень важности i-того соседа на основании расстояния

$$a(u, X_l) = \underset{y \in y_l}{argmax} \sum_i [y(i) = y] K\left(\frac{\rho(u, x_u^i)}{h}\right)$$



метрические методы

профиль компактности:

доля объектов, у которых m-тый сосед из другого класса

метрические методы

профиль компактности:

доля объектов, у которых m-тый сосед из другого класса

$$K(m,X)=\frac{1}{L}\sum_{i=1}^{L}[y_i \neq y_i^m]$$

x_i^m - m-тый сосед x_i

y_i^m - ответ на m-том соседе x_i

метрические методы

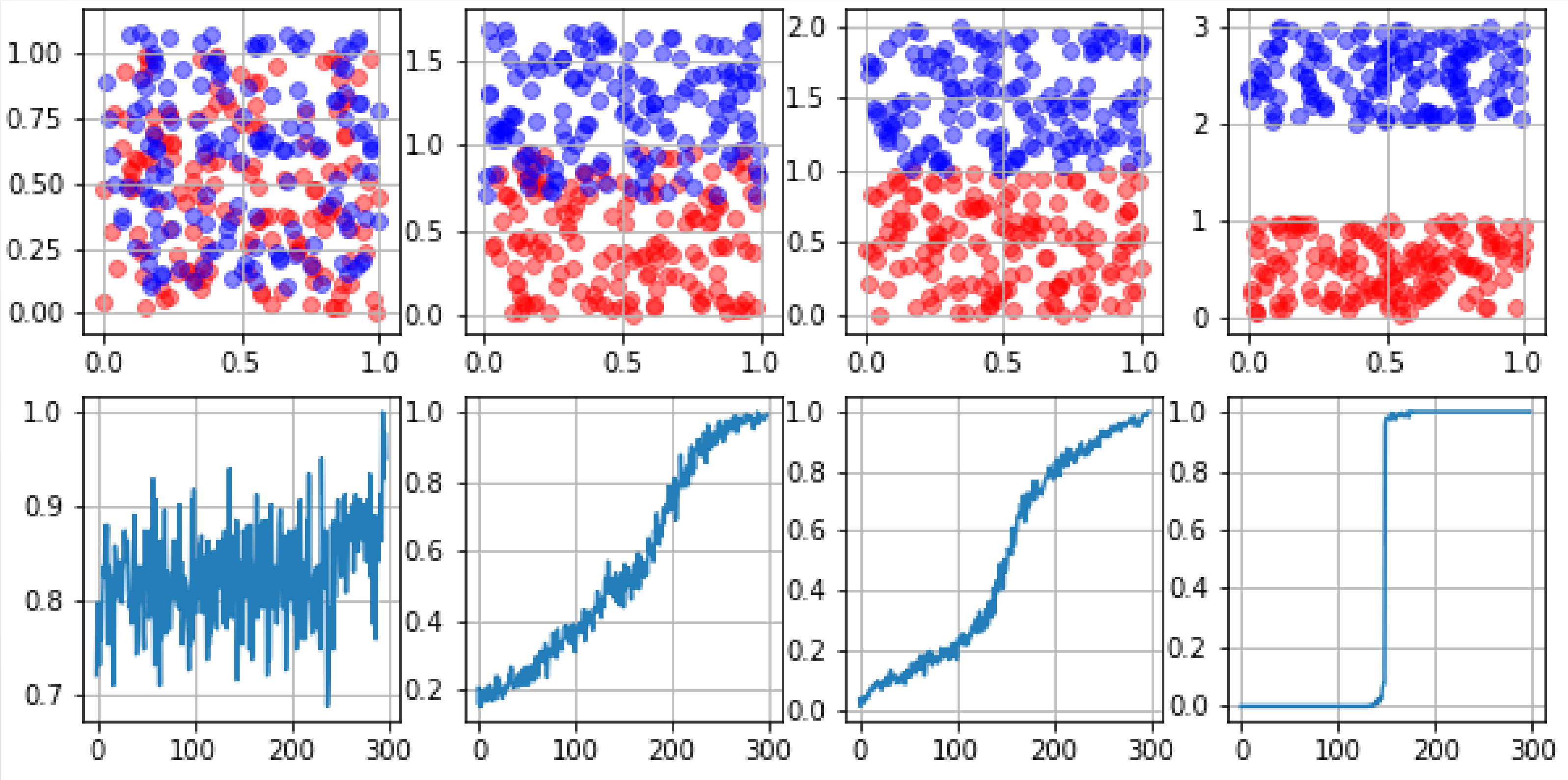
профиль компактности:

доля объектов, у которых m-тый сосед из другого класса

$$K(m, X) = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^{L} [y_i \neq y_i^m]$$

x_i^m - m-тый сосед x_i

y_i^m - ответ на m-том соседе x_i



метрические методы

профиль компактности:

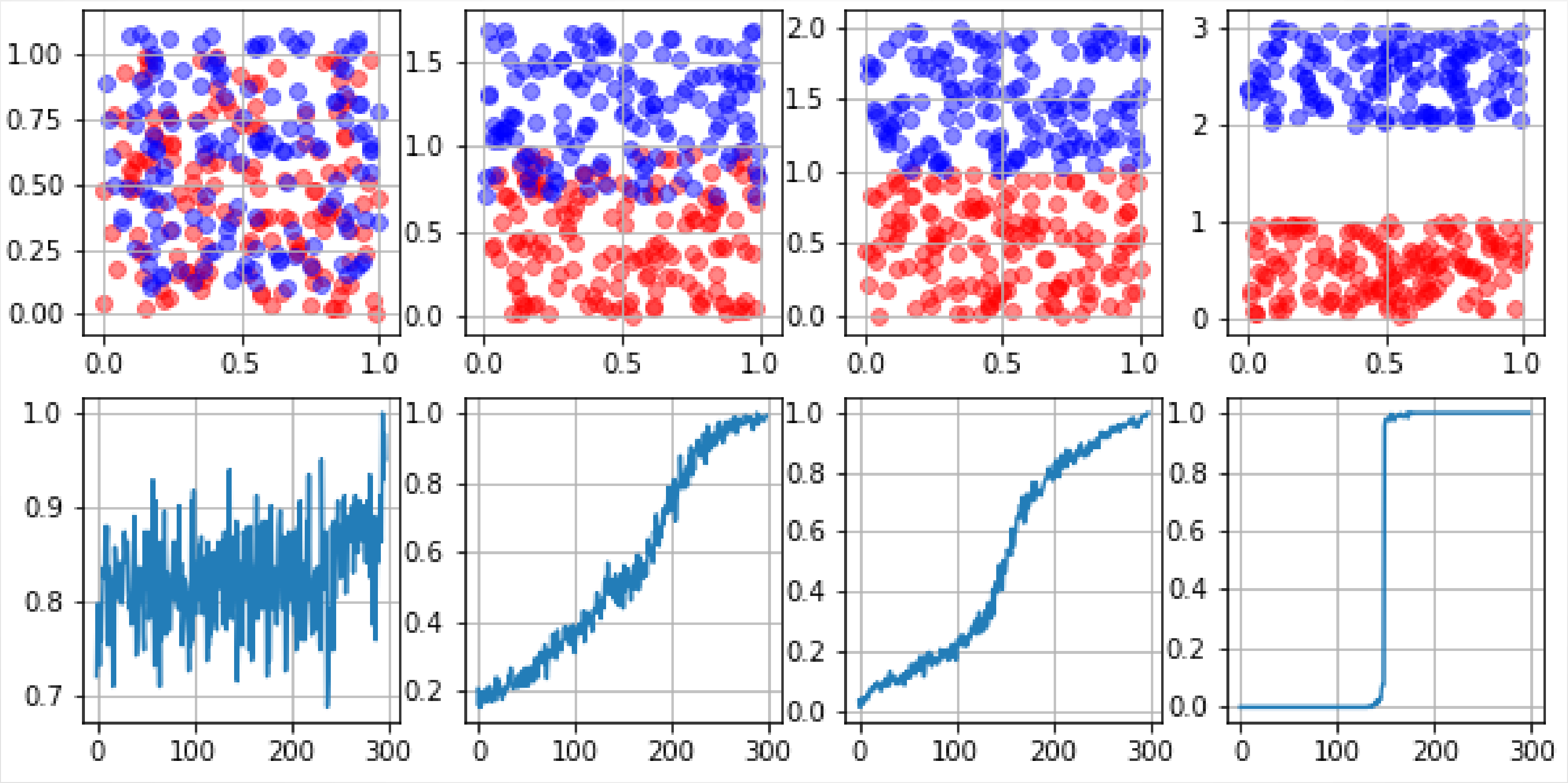
доля объектов, у которых m-тый сосед из другого класса

$$K(m, X) = \frac{1}{L}\sum_{i=1}^{L}[y_i \neq y_i^m]$$

x_i^m - m-тый сосед x_i

y_i^m - ответ на m-том соседе x_i

способ оценки данных и метрики для них



метрические методы: литература

git clone *https://github.com/mechanoid5/ml_lectorium.git*

- К.В. Воронцов Метрические методы классификации. - курс "Машинное обучение" ШАД Яндекс 2014

метрические методы

Вопросы ?

метрические методы: практика

источники данных для экспериментов

sklearn.datasets
UCI Repository
kaggle

реализовать
1NN
kNN