



# **Логические методы**

Евгений Борисов

# логические методы

моделируем логику человеческих решений

интерпретируемость (для некоторых приложений это критично)

# ЛОГИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ

**предикат - «простое» правило для выделения объектов**

- предикат может быть описан естественным языком
- достаточно простая формула
- зависит от небольшого числа признаков

# ЛОГИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ

**предикат - «простое» правило для выделения объектов**

- предикат может быть описан естественным языком
- достаточно простая формула
- зависит от небольшого числа признаков

$$(x_1 > 10) \wedge (x_2 < 3) \vee \neg x_3$$

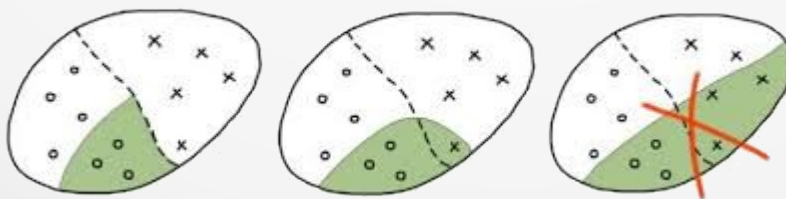
# ЛОГИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ

**предикат - «простое» правило для выделения объектов**

- предикат может быть описан естественным языком
- достаточно простая формула
- зависит от небольшого числа признаков

$$(x_1 > 10) \wedge (x_2 < 3) \vee \neg x_3$$

- должен быть информативен, т.е. выделяет некоторое количество объектов одного класса



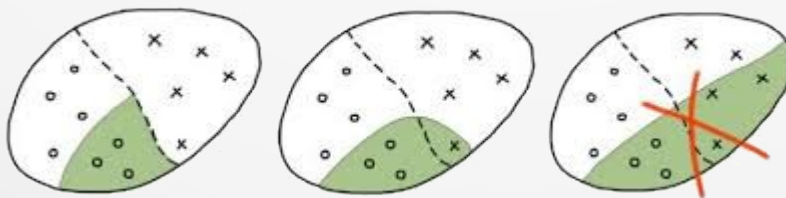
# ЛОГИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ

**предикат - «простое» правило для выделения объектов**

- предикат может быть описан естественным языком
- достаточно простая формула
- зависит от небольшого числа признаков

$$(x_1 > 10) \wedge (x_2 < 3) \vee \neg x_3$$

- должен быть информативен, т.е. выделяет некоторое количество объектов одного класса



**один предикат это маловато....**

# ЛОГИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ

## закономерность - набор правил (предикатов)

- конъюнкция  $R(x) = \bigwedge_i [a_i \leq f_i(x) < b_i]$
- синдром  $R(x) = \left[ \sum_i [a_i \leq f_i(x) < b_i] > d \right]$
- полуплоскость  $R(x) = \left[ \sum_i w_i \cdot f_i(x) \geq w_0 \right]$
- шар  $R(x) = [\rho(x_0, x) \leq w_0]$

# ЛОГИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ

## закономерность - набор правил (предикатов)

- конъюнкция  $R(x) = \bigwedge_i [a_i \leq f_i(x) < b_i]$
- синдром  $R(x) = \left[ \sum_i [a_i \leq f_i(x) < b_i] > d \right]$
- полуплоскость  $R(x) = \left[ \sum_i w_i \cdot f_i(x) \geq w_0 \right]$
- шар  $R(x) = [\rho(x_0, x) \leq w_0]$

**задача:** нужно отбирать «хорошие» закономерности

**вопрос:** как оценивать закономерности?



# ЛОГИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ

**введём понятие информативности**

предикат выделил объекты

$p$  - количество позитивных

$n$  - количество негативных

# ЛОГИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ

## введём понятие информативности

предикат выделил объекты

$p$  - количество позитивных

$n$  - количество негативных

«простые» эвристики

$p$	$n$	$p-n$	$p-5n$	$\frac{p}{p}-\frac{n}{N}$	$\frac{p}{n+1}$
50	0	<b>50</b>	50	0.25	50
100	50	<b>50</b>	-150	0	1.96
50	9	41	<b>5</b>	0.16	<b>5</b>
5	0	5	<b>5</b>	0.03	<b>5</b>
100	0	<b>100</b>	100	<b>0.5</b>	100
140	20	<b>120</b>	40	<b>0.5</b>	6.67

# ЛОГИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ

**информативность** - энтропийный критерий

два исхода с вероятностями  $q$  и  $1-q$

количество информации:  $I_1 = -\log_2(q); I_0 = -\log_2(1-q)$

энтропия - математическое ожидание количества информации

$$h(q) = -q \cdot \log_2(q) - (1-q) \cdot \log_2(1-q)$$

# ЛОГИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ

## **информативность** - энтропийный критерий

два исхода с вероятностями  $q$  и  $1-q$

количество информации:  $I_1 = -\log_2(q); I_0 = -\log_2(1-q)$

энтропия - математическое ожидание количества информации

$$h(q) = -q \cdot \log_2(q) - (1-q) \cdot \log_2(1-q)$$

## энтропия выборки :

исходы  $q$  это позитивно размеченные объекты (класса  $y$ )

$$H(y) = h\left(\frac{P}{S}\right)$$

$P$  - количество позитивных объектов

$S$  - общее количество объектов

# ЛОГИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ

**информативность** - энтропийный критерий

энтропия выборки :

исходы q это позитивно размеченные объекты (класса y)

$$H(y) = h\left(\frac{P}{S}\right)$$

P - количество позитивных объектов

S - общее количество объектов

предикат **R** выделил объекты

p - количество позитивных

n - количество негативных

энтропия выборки  
после получения информации **R**

$$H(y|R) = \frac{(p+n)}{S} \cdot h\left(\frac{p}{p+n}\right) + \frac{s-p-n}{S} \cdot h\left(\frac{P-p}{S-p-n}\right)$$

# ЛОГИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ

**информативность** - энтропийный критерий

энтропия выборки :

исходы q это позитивно размеченные объекты (класса y)

$$H(y) = h\left(\frac{P}{S}\right)$$

P - количество позитивных объектов

S - общее количество объектов

предикат **R** выделил объекты

p - количество позитивных

n - количество негативных

энтропия выборки  
после получения информации **R**

$$H(y|R) = \frac{(p+n)}{S} \cdot h\left(\frac{p}{p+n}\right) + \frac{s-p-n}{S} \cdot h\left(\frac{P-p}{S-p-n}\right)$$

информационный выигрыш (Information gain)

$$iGain(y, R) = H(y) - H(y|R)$$

# ЛОГИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ

## основные вопросы построения логического классификатора

- как извлекать признаки  
не наука, но творчество
- какого вида закономерности нужны  
простые, малое количество признаков
- как определить информативность  
iGain, ...
- как искать закономерности  
ограниченный перебор (rule induction)
- как объединить закономерности в алгоритм

# ЛОГИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ

**как объединить закономерности в алгоритм:**

решающее дерево

рекурсивное разделение данных на две части

строим простой предикат -  
ищем признак **i** и порог **b** для него

максимизируем информативность

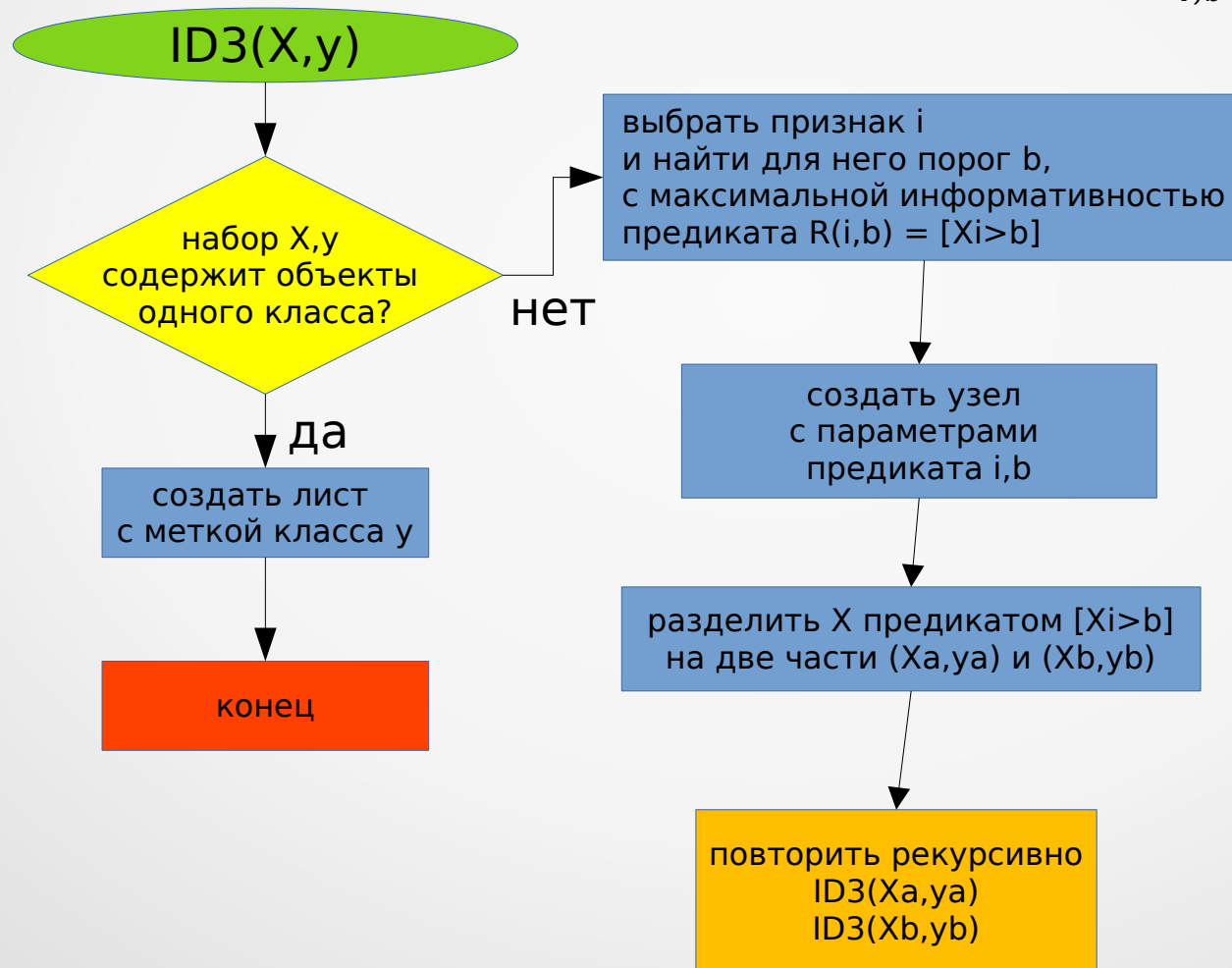
$$\max_{i,b} (iGain(y, [X_i > b]))$$



# ЛОГИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ

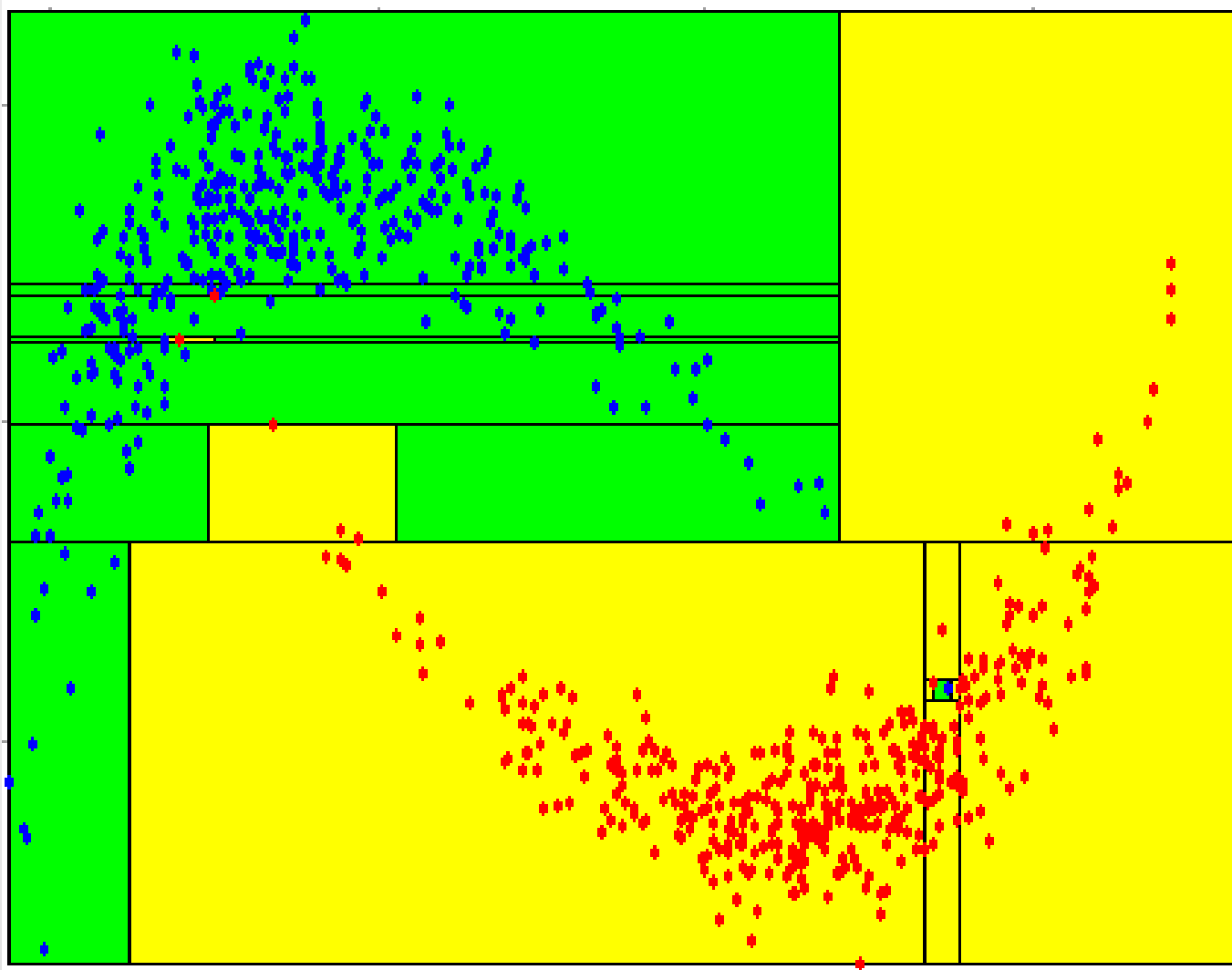
как объединить закономерности в алгоритм:  
решающее дерево, алгоритм ID3

$$\max_{i,b} (iGain(y, [X_i > b]))$$



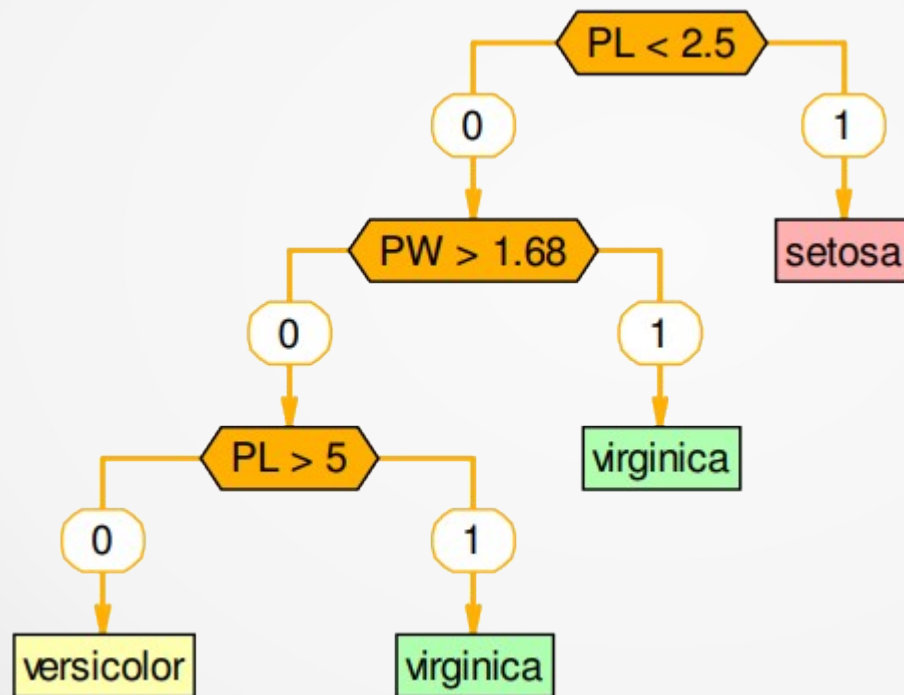
# ЛОГИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ

разделение набора объектов решающим деревом



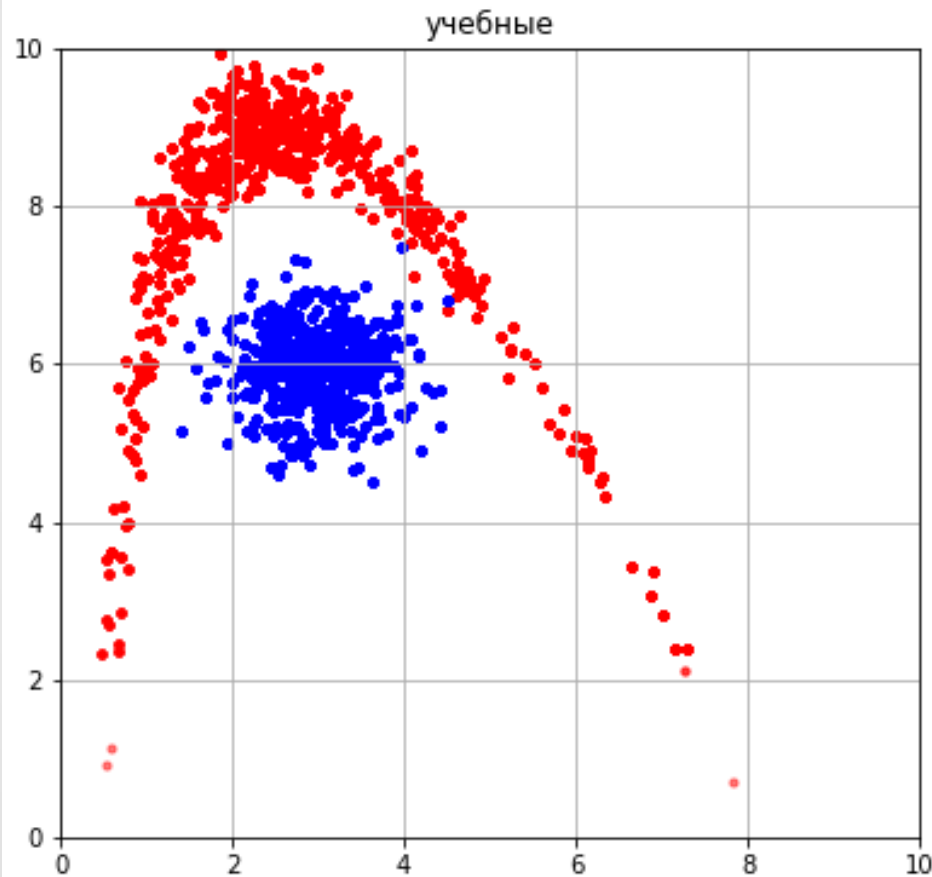
# ЛОГИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ

пример дерева для набора iris

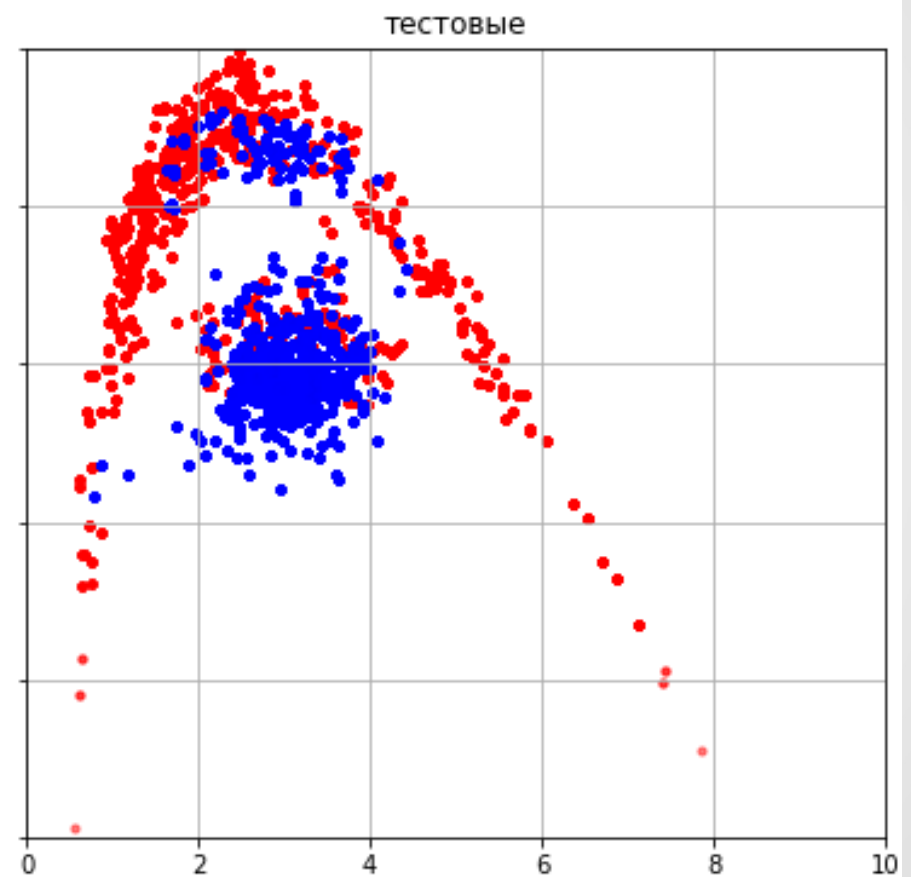


# ЛОГИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ

результат работы решающего дерева



на учебном наборе - 100% точность



на тесте - переобучение

# ЛОГИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ

## **решающее дерево**

достоинство: интерпретируемость результата

недостаток: переобучение, неустойчивы к шуму

## **pruning - обрезка решающего дерева**

pre-pruning – критерий раннего останова.

если информативность меньше порога или глубина велика  
то прекращаем ветвление

post-pruning – пост-редукция.

простматриваем все внутренние вершины дерева

проверяем их качество на тестовой выборке,

заменяем листом, где качество после разделения ухудшается

# ЛОГИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ: ЛИТЕРАТУРА

git clone [https://github.com/mechanoid5/ml\\_lectorium.git](https://github.com/mechanoid5/ml_lectorium.git)

- К.В. Воронцов Логические алгоритмы классификации. - курс "Машинное обучение" ШАД Яндекс 2014
- Е.С.Борисов Классификатор на основе решающего дерева.  
<http://mechanoid.su/ml-dtree.html>

# ЛОГИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ



**Вопросы ?**