Метрические методы классификации

Евгений Борисов

метрические методы

датасет - размеченная матрица признаков

$$\begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} & y_1 \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n} & y_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ x_{m1} & x_{m2} & \dots & x_{mn} & y_m \end{bmatrix}$$

x - вектор-признак

y - метка класса

n - размер пространства признаков

m - количество примеров

метрические методы : регрессия

метрика - функция расстояния

$$\rho : X \times X \rightarrow [0, \infty)$$

аксиома тождества : $\rho(x, y) = 0 \Leftrightarrow x = y$

симметрия: $\rho(x, y) = \rho(y, x)$

неравенство треугольника: $\rho(x, z) \leqslant \rho(x, y) + \rho(y, z)$

Примеры:

Евклидова метрика: $\rho(x, y) = \sqrt{\sum_i (x_i - y_i)^2}$

метрика Минковского: $\rho(x, y) = \sqrt[n]{\sum_i w_i |x_i - y_i|^n}$

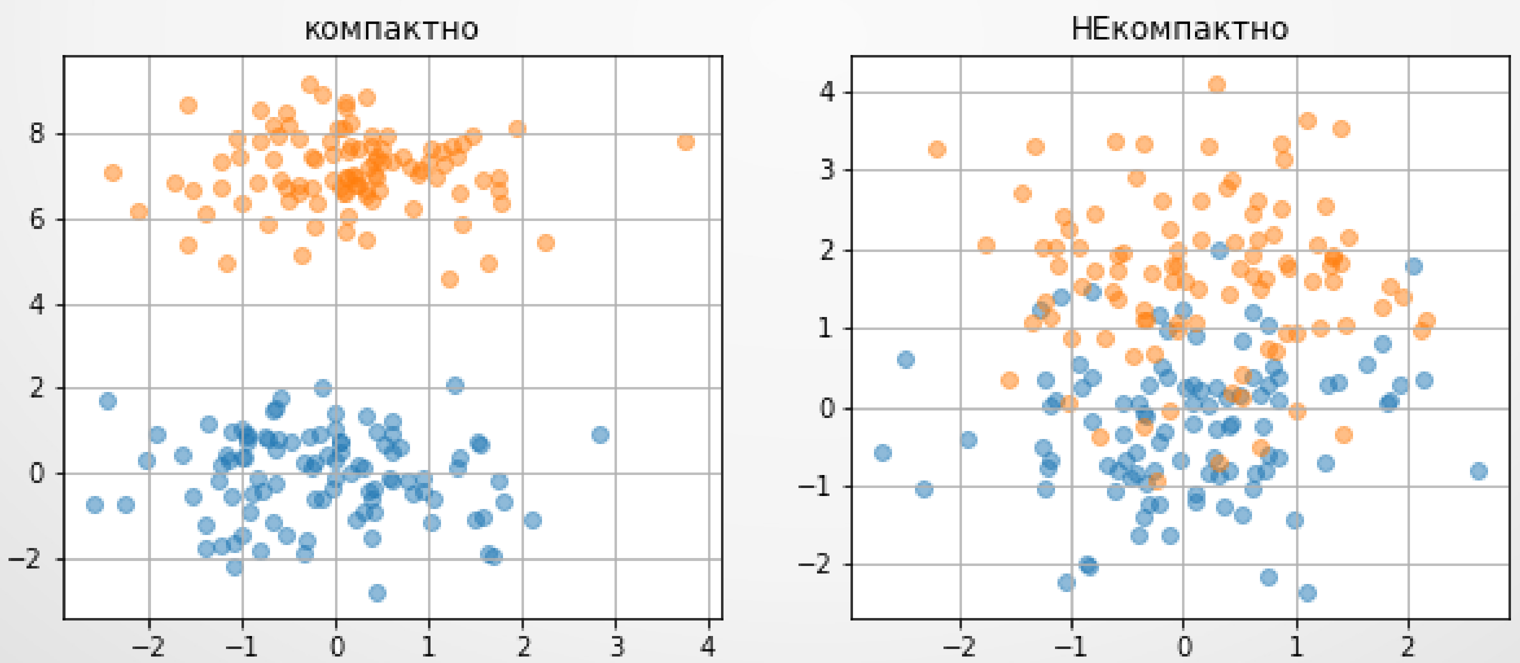
метрика Чебышева: $\rho(x, y) = \max_i |x_i - y_i|$

метрические методы

<u>**метрический подход в методах ML**</u>

использование расстояний между объектами

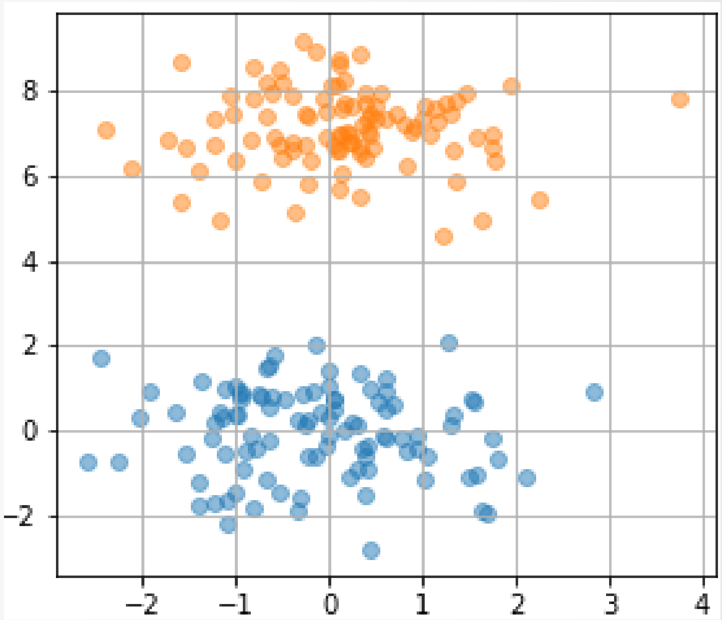
гипотеза компактности: близкие объекты лежат в одном классе



метрические методы

о задаче классификации

разделение данных на части (классы)



Учебный набор: [объект, ответ]

Задача: классификатор

объект → вектор-признак → класс

метрические методы

метрический классификатор

X - пространство признаков размерности m

$X_l \subset X$ $-$ *объекты учебной выборки*

y_l $-$ *метки классов учебного набора* X_l

метрические методы

метрический классификатор

X - пространство признаков размерности m

$X_l \subset X - \text{объекты учебной выборки}$

$y_l - \text{метки классов учебного набора } X_l$

$u \in X - \text{выберем объект}$

выстроим соседей из $\mathbf{X_l}$ u объекта **u** по расстоянию (вариационный ряд)

$$\rho(u, x_u^1) \leqslant \rho(u, x_u^2) \leqslant \cdots \leqslant \rho(u, x_u^n)$$

метрические методы

метрический классификатор

X - пространство признаков размерности m

$X_l \subset X - объекты\ учебной\ выборки$

$y_l - метки\ классов\ учебного\ набора\ X_l$

$u \in X - выберем\ объект$

выстроим соседей из **X_l** u объекта **u** по расстоянию (вариационный ряд)

$$\rho(u, x_u^1) \leqslant \rho(u, x_u^2) \leqslant \cdots \leqslant \rho(u, x_u^n)$$

$v(i, u)$ - ф-ция оценки важности i-того соседа объекта u,
убывает по мере удаления от u

метрические методы

метрический классификатор

X - пространство признаков размерности m

$X_l \subset X - объекты\ учебной\ выборки$

$y_l - метки\ классов\ учебного\ набора\ X_l$

$u \in X - выберем\ объект$

выстроим соседей из **X**$_l$ u объекта **u** по расстоянию (вариационный ряд)

$$\rho(u, x_u^1) \leqslant \rho(u, x_u^2) \leqslant \cdots \leqslant \rho(u, x_u^n)$$

$v(i, u)$ - ф-ция оценки важности i-того соседа объекта u,
убывает по мере удаления от u

$\Gamma_y(u) = \sum_i [y = y_i] v(i, u)$ - оценка близости **u** к классу **y**

метрические методы

метрический классификатор

X - пространство признаков размерности m

$X_l \subset X - объекты\, учебной\, выборки$

$y_l - метки\, классов\, учебного\, набора\, X_l$

$u \in X - выберем\, объект$

выстроим соседей из **X$_l$** u объекта **u** по расстоянию (вариационный ряд)

$$\rho(u, x_u^1) \leqslant \rho(u, x_u^2) \leqslant \dots \leqslant \rho(u, x_u^n)$$

$v(i, u)$ - ф-ция оценки важности i-того соседа объекта u,
убывает по мере удаления от u

$\Gamma_y(u) = \sum_i [y = y_i] v(i, u)$ - оценка близости **u** к классу **y**

$$a(u, X_l) = \underset{y \in y_l}{argmax}\, \Gamma_y(u)$$

метрические методы

метод ближайшего соседа (1NN)

v(i,u) = [i=1]

<u>достоинства</u>:

- простота
- интерпретируемость

<u>недостатки</u>:

- неустойчив к шуму
- нет параметров
- недостаточная точность
- выборка хранится целиком

метрические методы

метод ближайшего соседа (1NN)

v(i,u) = [i=1]

достоинства:

- простота
- интерпретируемость

недостатки:

- неустойчив к шуму
- нет параметров
- недостаточная точность
- выборка хранится целиком

метод k-соседей (kNN)

v(i,u) = [i<k]

достоинства:

- более устойчив к шуму чем 1NN
- есть параметр - количество соседей k

недостатки:

- возможны неоднозначности

метрические методы

метод ближайшего соседа (1NN)

v(i,u) = [i=1]

<u>достоинства</u>:

- простота
- интерпретируемость

<u>недостатки</u>:

- неустойчив к шуму
- нет параметров
- недостаточная точность
- выборка хранится целиком

метод k-соседей (kNN)

v(i,u) = [i<k]

<u>достоинства</u>:

- более устойчив к шуму чем 1NN
- есть параметр - количество соседей k

<u>недостатки</u>:

- возможны неоднозначности

метод взвешенных k-соседей

$v(i,u) = [i<k]w_i$

w_i - вес соседа

как выбирать вес w_i ?

метрические методы

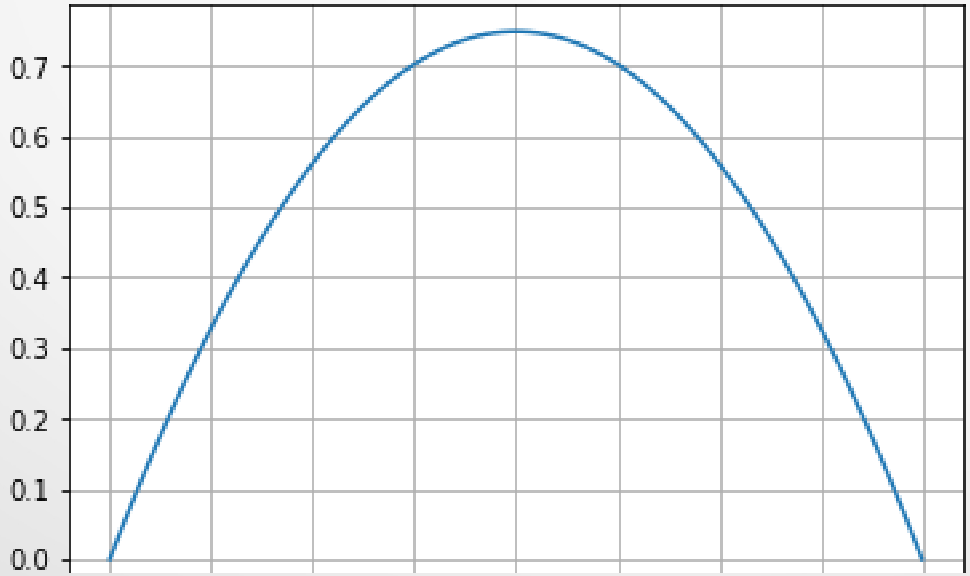
метод взвешенных k-соседей

v(i,u) = [i<k]w_i w_i - вес соседа

как выбирать вес w_i ?

$$v(i,u)=K\left(\frac{\rho(u,x_u^i)}{h}\right)$$

выбираем степень важности i-того соседа на основании расстояния до него

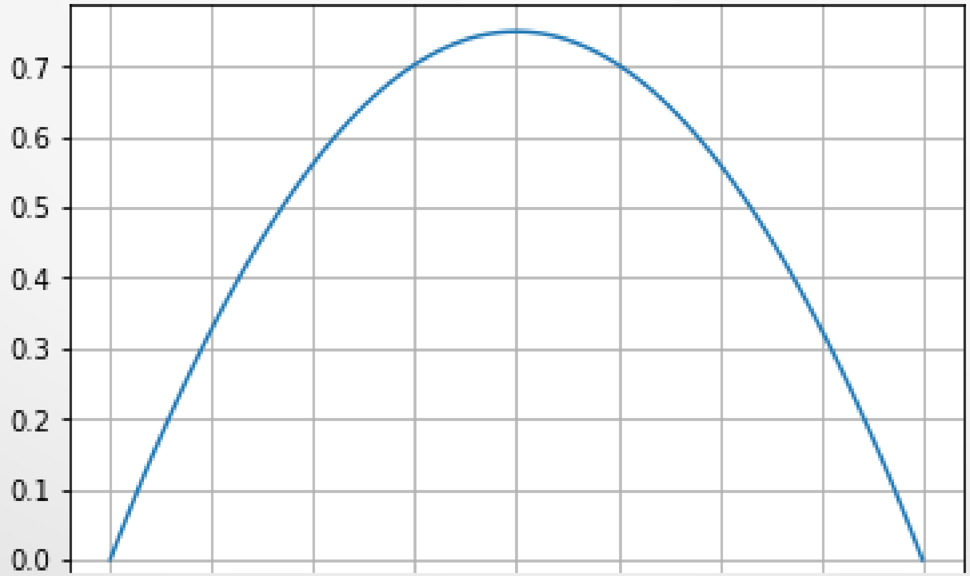


метрические методы

метод взвешенных k-соседей - парзеновское окно

выбираем степень важности i-того соседа на основании расстояния

$$a(u, X_l) = \underset{y \in y_l}{argmax} \sum_i [y(i) = y] K\left(\frac{\rho(u, x_u^i)}{h}\right)$$



метрические методы

профиль компактности - метод оценки данных и метрик на них

доля объектов, у которых m-тый сосед из другого класса

метрические методы

профиль компактности - метод оценки данных и метрик на них

доля объектов, у которых m-тый сосед из другого класса

$$K(m, X) = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^{L} [y_i \neq y_i^m]$$

x_i^m - m-тый сосед x_i
y_i^m - ответ на m-том соседе x_i

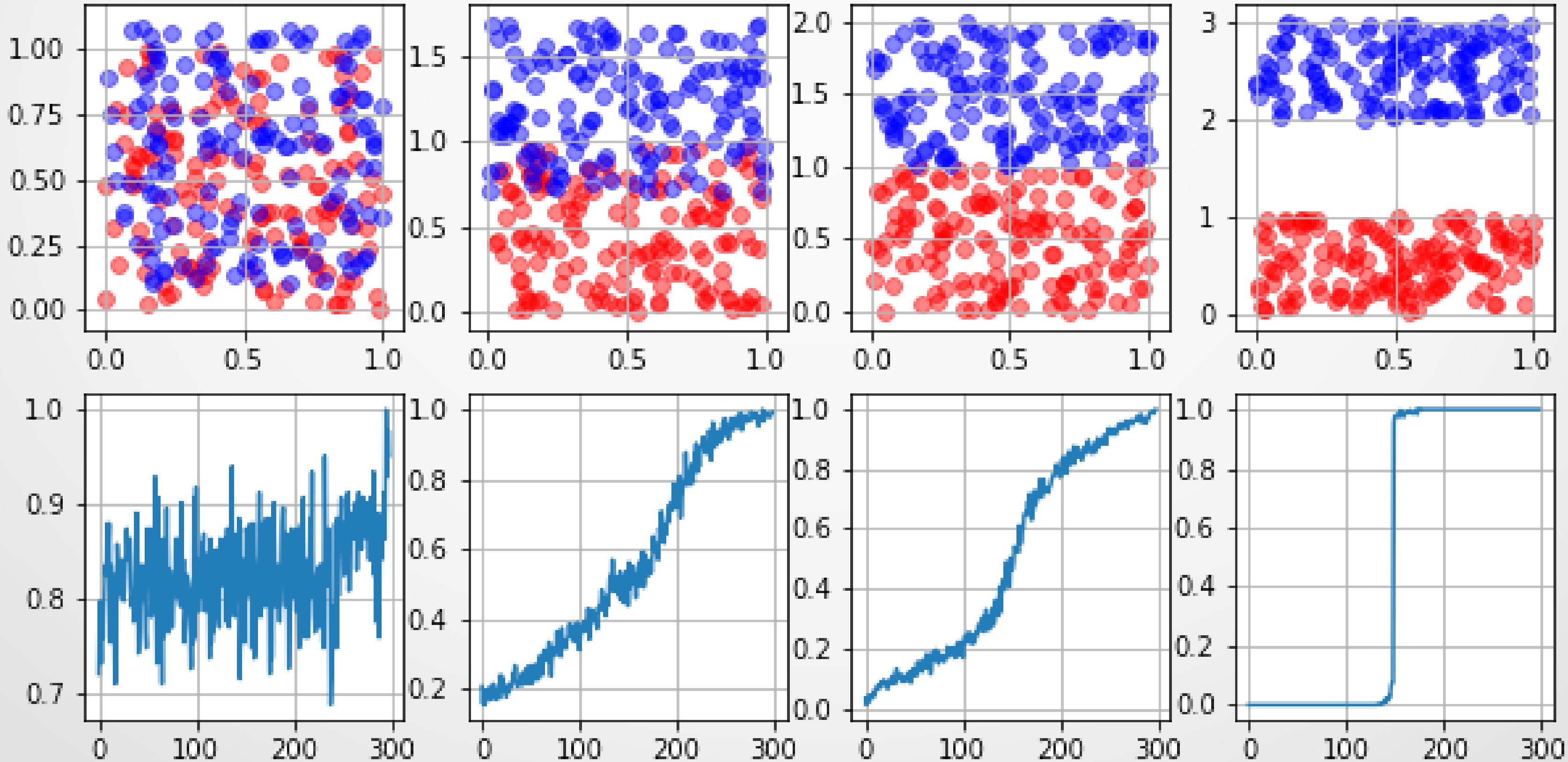
метрические методы

профиль компактности - метод оценки данных и метрик на них

доля объектов, у которых m-тый сосед из другого класса

$$K(m, X) = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^{L} [y_i \neq y_i^m]$$

x_i^m - m-тый сосед x_i
y_i^m - ответ на m-том соседе x_i



метрические методы: литература

git clone *https://github.com/mechanoid5/ml_lectorium.git*

К.В. Воронцов Метрические методы классификации. - курс "Машинное обучение" ШАД Яндекс 2014