



# **Метрические методы классификации**

Евгений Борисов

# метрические методы

датасет - размеченная матрица признаков

$$\begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} & y_1 \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n} & y_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ x_{m1} & x_{m2} & \dots & x_{mn} & y_m \end{bmatrix}$$

$x$  - вектор-признак

$y$  - метка класса

$n$  - размер пространства признаков

$m$  - количество примеров

# метрические методы : регрессия

## метрика - функция расстояния

$$\rho: X \times X \rightarrow [0, \infty)$$

аксиома тождества :  $\rho(x, y) = 0 \Leftrightarrow x = y$

симметрия:  $\rho(x, y) = \rho(y, x)$

неравенство треугольника:  $\rho(x, z) \leq \rho(x, y) + \rho(y, z)$

### Примеры:

Евклидова метрика:  $\rho(x, y) = \sqrt{\sum_i (x_i - y_i)^2}$

метрика Минковского:  $\rho(x, y) = \sqrt[n]{\sum_i w_i |x_i - y_i|^n}$

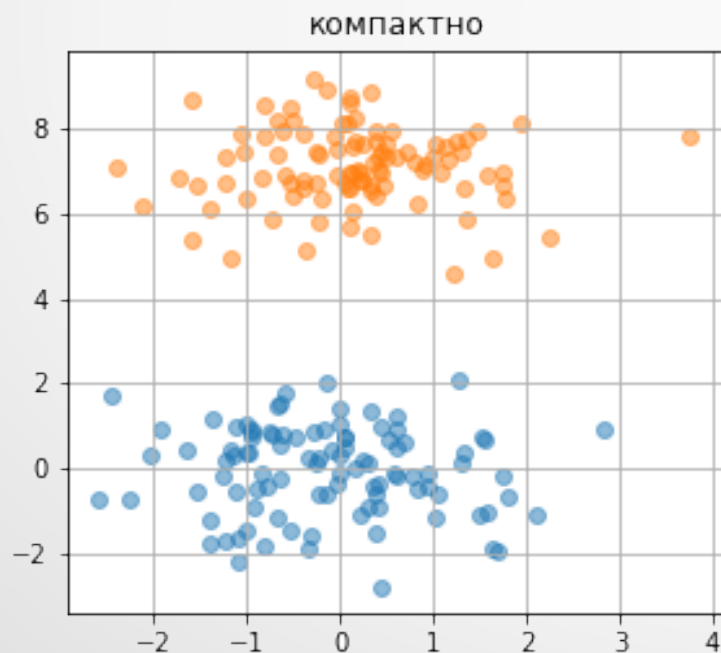
метрика Чебышева:  $\rho(x, y) = \max_i |x_i - y_i|$

# метрические методы

## метрический подход в методах ML

использование расстояний между объектами

**гипотеза компактности:** близкие объекты лежат в одном классе



# метрические методы

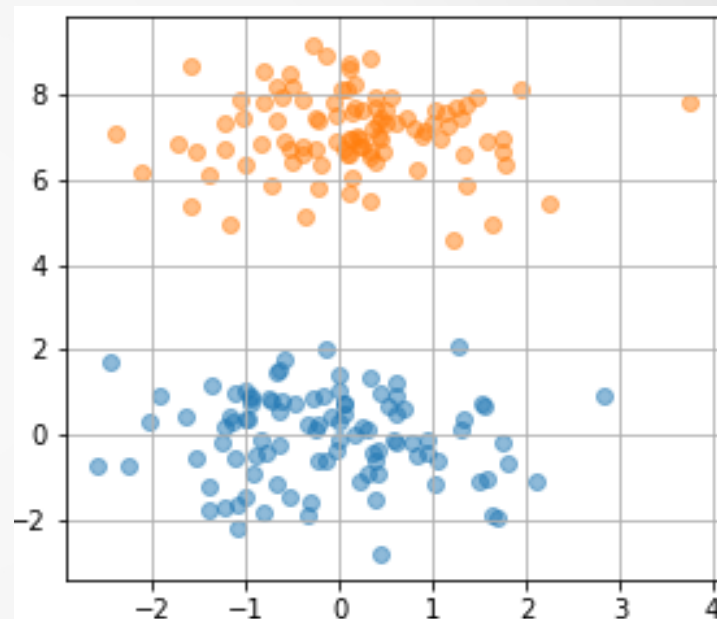
## о задаче классификации

разделение данных на части (классы)

**Учебный набор:** [ объект, ответ ]

**Задача:** классификатор

*объект → вектор-признак → класс*



# метрические методы

**метрический классификатор**

$X$  - пространство признаков размерности  $m$

$X_i \in X$  – объекты учебной выборки

$y_i$  – метки классов учебного набора  $X_i$

# метрические методы

## метрический классификатор

$X$  - пространство признаков размерности  $m$

$X_i \subset X$  – объекты учебной выборки

$y_i$  – метки классов учебного набора  $X_i$

$u \in X$  – выберем объект

выстроим соседей из  $X_i$  и объекта  $u$  по расстоянию (вариационный ряд)

$$\rho(u, x_u^1) \leq \rho(u, x_u^2) \leq \dots \leq \rho(u, x_u^n)$$

# метрические методы

## метрический классификатор

$X$  - пространство признаков размерности  $m$

$X_i \subset X$  – объекты учебной выборки

$y_i$  – метки классов учебного набора  $X_i$

$u \in X$  – выберем объект

выстроим соседей из  $X_i$  и объекта  $u$  по расстоянию (вариационный ряд)

$$\rho(u, x_u^1) \leq \rho(u, x_u^2) \leq \dots \leq \rho(u, x_u^n)$$

$v(i, u)$  - ф-ция оценки важности  $i$ -того соседа объекта  $u$ ,  
убывает по мере удаления от  $u$



# метрические методы

## метрический классификатор

$X$  - пространство признаков размерности  $m$

$X_i \subset X$  – объекты учебной выборки

$y_i$  – метки классов учебного набора  $X_i$

$u \in X$  – выберем объект

выстроим соседей из  $X_i$  и объекта  $u$  по расстоянию (вариационный ряд)

$$\rho(u, x_u^1) \leq \rho(u, x_u^2) \leq \dots \leq \rho(u, x_u^n)$$

$v(i, u)$  - ф-ция оценки важности  $i$ -того соседа объекта  $u$ ,  
убывает по мере удаления от  $u$

$$\Gamma_y(u) = \sum_i [y = y_i] v(i, u) \quad - \text{оценка близости } u \text{ к классу } y$$

# метрические методы

## метрический классификатор

$X$  - пространство признаков размерности  $m$

$X_l \subset X$  – объекты учебной выборки

$y_l$  – метки классов учебного набора  $X_l$

$u \in X$  – выберем объект

выстроим соседей из  $X_l$  и объекта  $u$  по расстоянию (вариационный ряд)

$$\rho(u, x_u^1) \leq \rho(u, x_u^2) \leq \dots \leq \rho(u, x_u^n)$$

$v(i, u)$  - ф-ция оценки важности  $i$ -того соседа объекта  $u$ ,  
убывает по мере удаления от  $u$

$$\Gamma_y(u) = \sum_i [y = y_i] v(i, u) \quad - \text{оценка близости } u \text{ к классу } y$$

$$a(u, X_l) = \underset{y \in y_l}{\operatorname{argmax}} \Gamma_y(u)$$

# метрические методы

## метод ближайшего соседа (1NN)

$$v(i,u) = [i=1]$$

достоинства:

- простота
- интерпретируемость

недостатки:

- неустойчив к шуму
- нет параметров
- недостаточная точность
- выборка хранится целиком

# метрические методы

## метод ближайшего соседа (1NN)

$$v(i,u) = [i=1]$$

достоинства:

- простота
- интерпретируемость

недостатки:

- неустойчив к шуму
- нет параметров
- недостаточная точность
- выборка хранится целиком

## метод k-соседей (kNN)

$$v(i,u) = [i < k]$$

достоинства:

- более устойчив к шуму чем 1NN
- есть параметр - количество соседей k

недостатки:

- возможны неоднозначности

# метрические методы

## метод ближайшего соседа (1NN)

$$v(i,u) = [i=1]$$

достоинства:

- простота
- интерпретируемость

недостатки:

- неустойчив к шуму
- нет параметров
- недостаточная точность
- выборка хранится целиком

## метод k-соседей (kNN)

$$v(i,u) = [i < k]$$

достоинства:

- более устойчив к шуму чем 1NN
- есть параметр - количество соседей k

недостатки:

- возможны неоднозначности

## метод взвешенных k-соседей

$$v(i,u) = [i < k] w_i$$

$w_i$  - вес соседа

как выбирать вес  $w_i$ ?

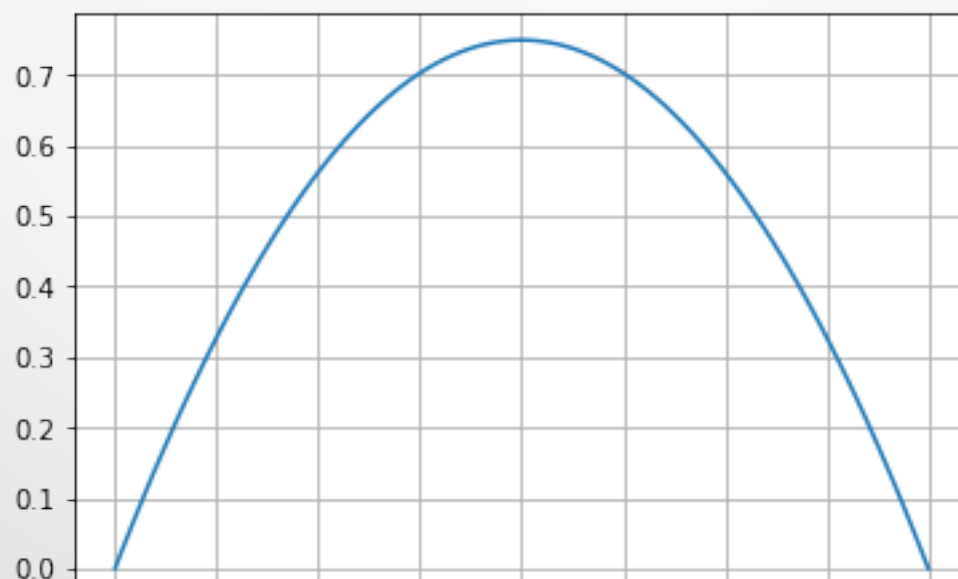
# метрические методы

## метод взвешенных k-соседей

$$v(i,u) = [i < k] w_i \quad w_i - \text{вес соседа}$$

как выбирать вес  $w_i$ ?

$$v(i,u) = K \left( \frac{\rho(u, x_u^i)}{h} \right) \quad \text{выбираем степень важности } i\text{-того соседа на основании расстояния до него}$$

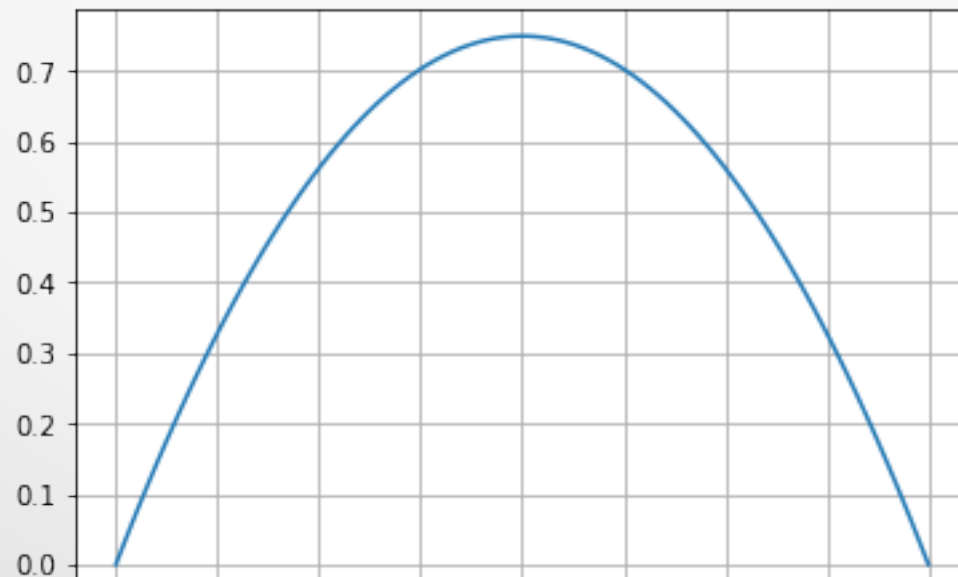


# метрические методы

## метод взвешенных k-соседей - парзеновское окно

выбираем степень важности  $i$ -того соседа на основании расстояния

$$a(u, X_l) = \underset{y \in y_l}{\operatorname{argmax}} \sum_i [y(i) = y] K\left(\frac{\rho(u, x_u^i)}{h}\right)$$



# метрические методы

**профиль компактности** - метод оценки данных и метрик на них

доля объектов, у которых  $m$ -тый сосед из другого класса



# метрические методы

**профиль компактности** - метод оценки данных и метрик на них

доля объектов, у которых  $m$ -тый сосед из другого класса

$$K(m, X) = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L [y_i \neq y_i^m]$$

$x_i^m$  -  $m$ -тый сосед  $x_i$   
 $y_i^m$  - ответ на  $m$ -том соседе  $x_i$

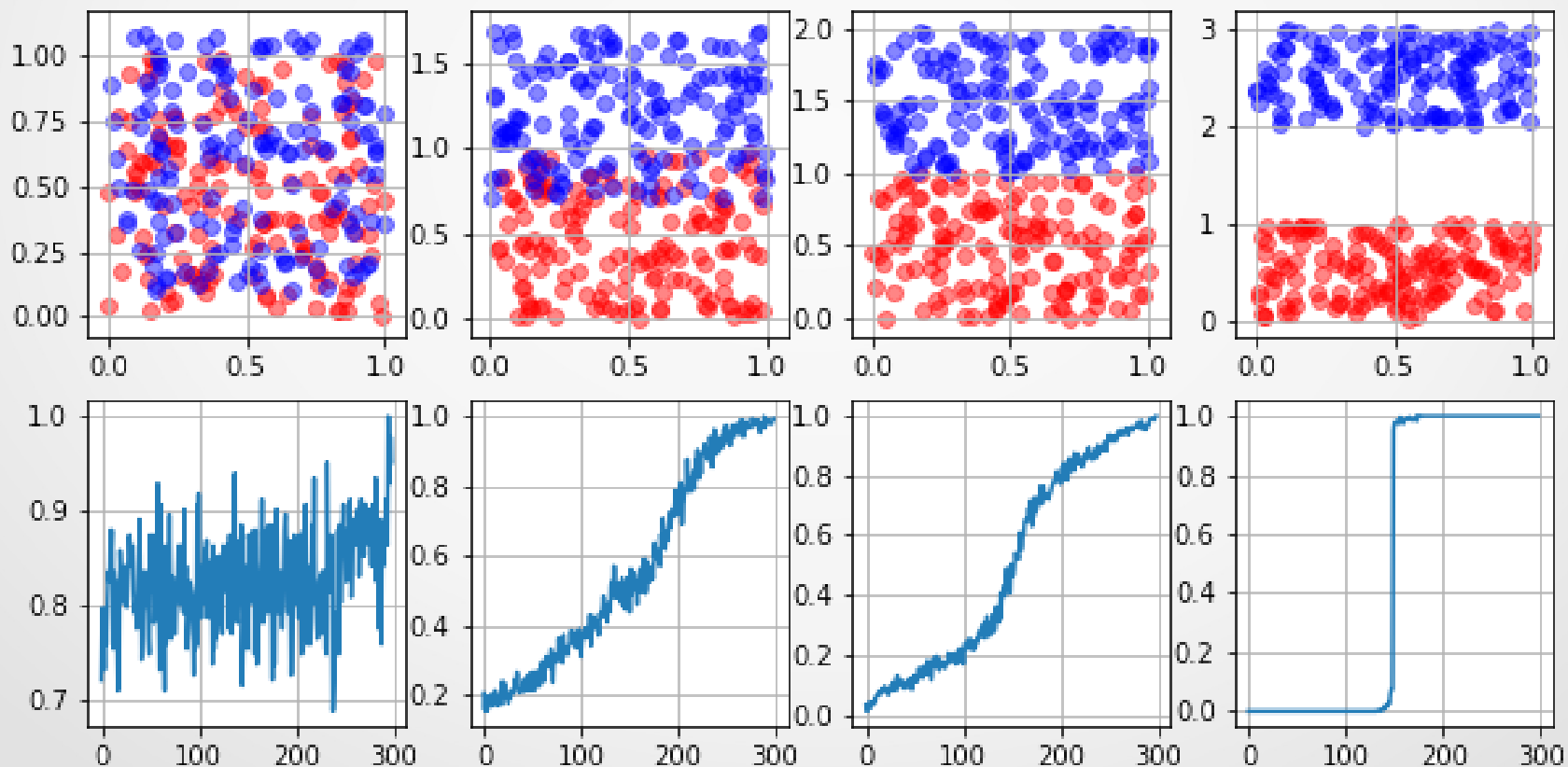
# метрические методы

**профиль компактности** - метод оценки данных и метрик на них

доля объектов, у которых  $m$ -тый сосед из другого класса

$$K(m, X) = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L [y_i \neq y_i^m]$$

$x_i^m$  -  $m$ -тый сосед  $x_i$   
 $y_i^m$  - ответ на  $m$ -том соседе  $x_i$



# метрические методы: литература

git clone [https://github.com/mechanoid5/ml\\_lectorium.git](https://github.com/mechanoid5/ml_lectorium.git)

К.В. Воронцов Метрические методы классификации. - курс  
"Машинное обучение" ШАД Яндекс 2014