



О задаче кластеризации

Евгений Борисов

метрические методы : кластеризация

метрический подход - использование расстояний между объектами

метрика - функция расстояния $\rho: X \times X \rightarrow [0, \infty)$

аксиома тождества : $\rho(x, y) = 0 \Leftrightarrow x = y$

симметрия: $\rho(x, y) = \rho(y, x)$

неравенство треугольника: $\rho(x, z) \leq \rho(x, y) + \rho(y, z)$

Примеры:

Евклидова метрика: $\rho(x, y) = \sqrt{\sum_i (x_i - y_i)^2}$

метрика Минковского: $\rho(x, y) = \sqrt[n]{\sum_i w_i |x_i - y_i|^n}$

метрика Чебышева: $\rho(x, y) = \max_i |x_i - y_i|$

метрические методы : кластеризация

о задаче: обучение «без учителя» (unsupervised learning)

дано:

X - объекты

$\rho: X \times X \rightarrow [0, \infty)$ - функция расстояния (метрика)

найти:

Y - кластеры (метки)

$a: X \rightarrow Y$ - кластеризатор

- кластер состоит из близких объектов

- объекты разных кластеров существенно разные

метрические методы : кластеризация

о некорректности (размытости) задачи кластеризации

- недостаточно точная постановка задачи
- много разных критериев качества
- число кластеров обычно заранее не известно
- результат сильно зависит от метрики
- нормировка данных может существенно изменять результат

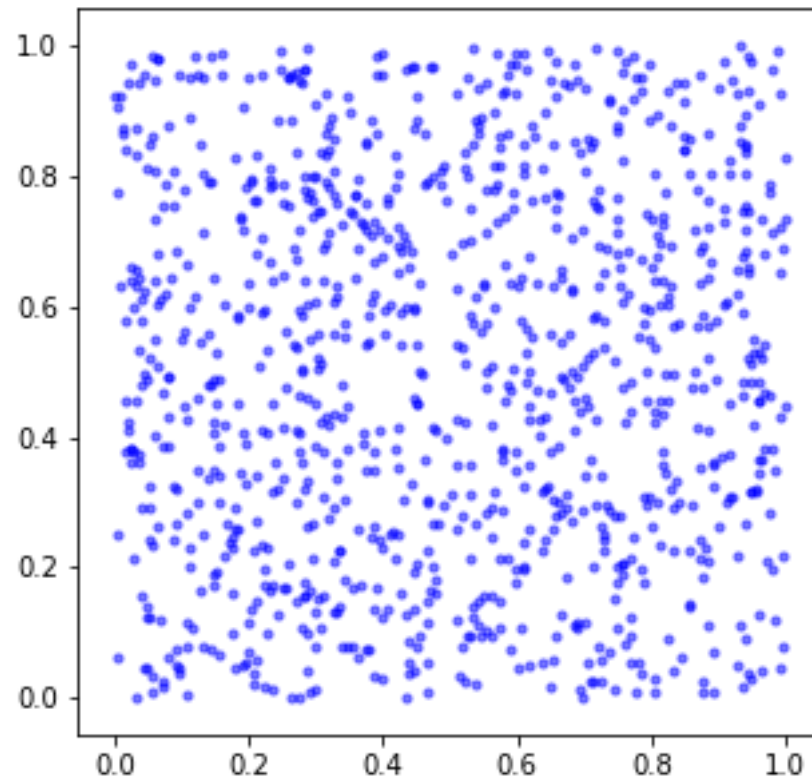
метрические методы : кластеризация

цели кластеризации

- предварительная обработка данных для упрощения основной задачи
- сжатие данных (оставляем один или несколько объектов от кластера)
- выделить нетипичные объекты
- построение иерархии объектов

метрические методы : кластеризация

тип кластера: кластеры могут отсутствовать совсем

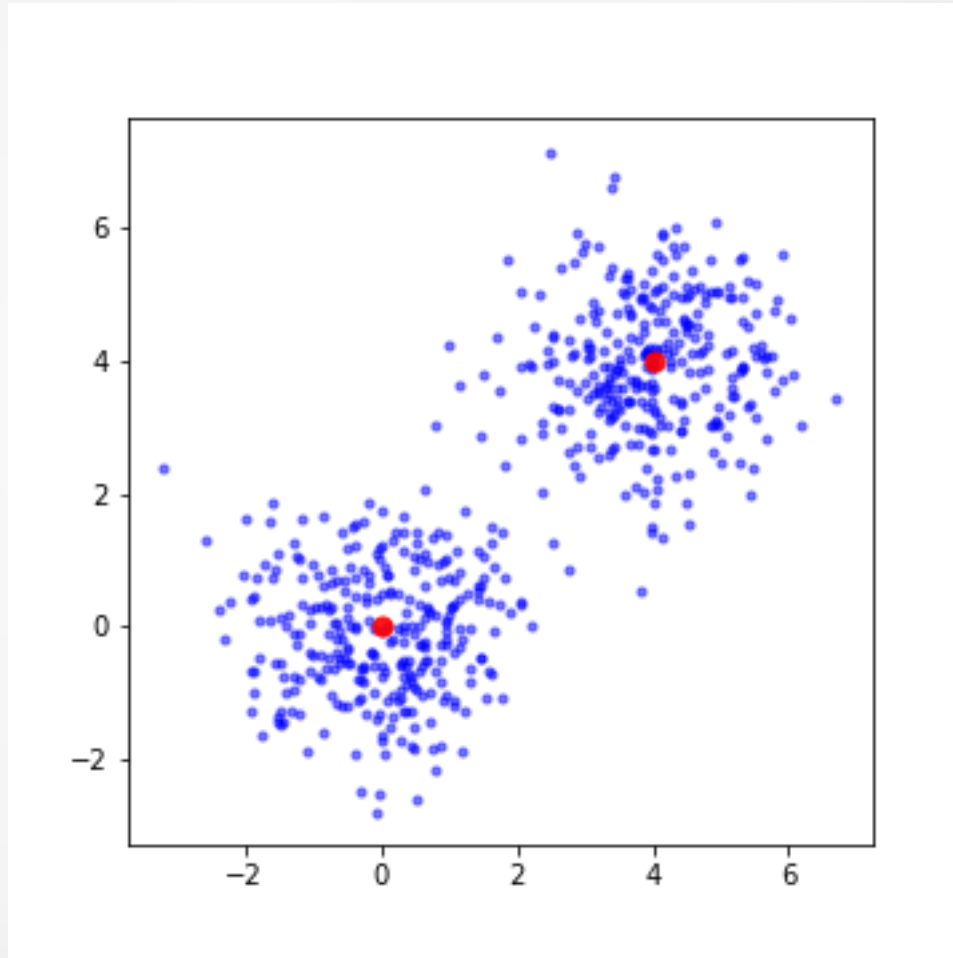


метрические методы : кластеризация

типы кластера: кластеры с центром

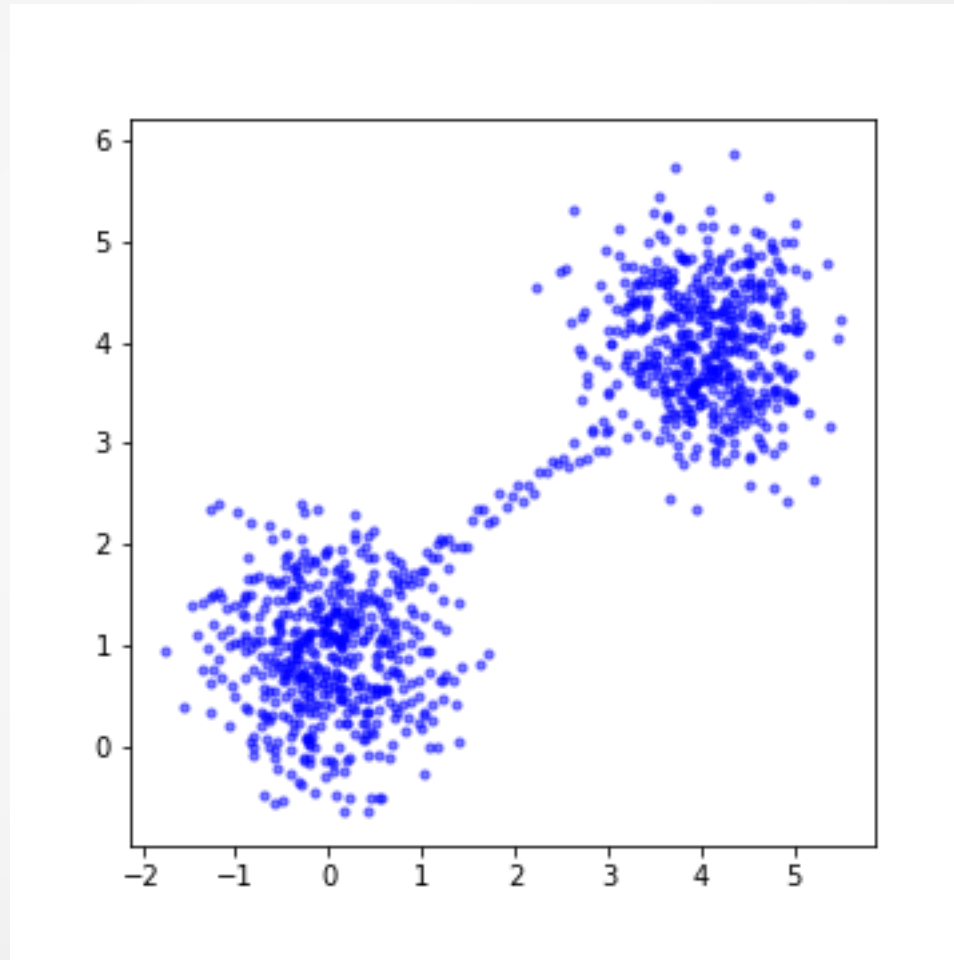
другие типы кластеров:

- могут отсутствовать



метрические методы : кластеризация

тип кластера: кластеры с перемычками

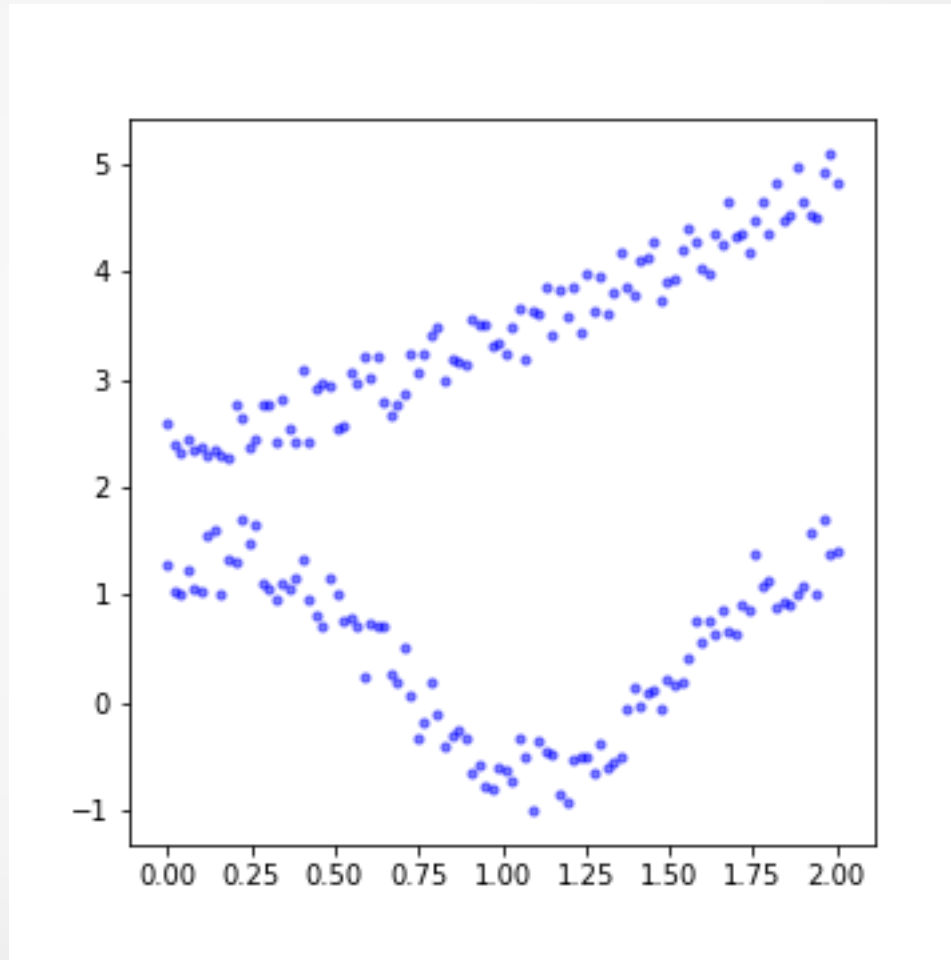


другие типы кластеров:

- могут отсутствовать
- кластеры с центром

метрические методы : кластеризация

тип кластера: кластеры ленточные

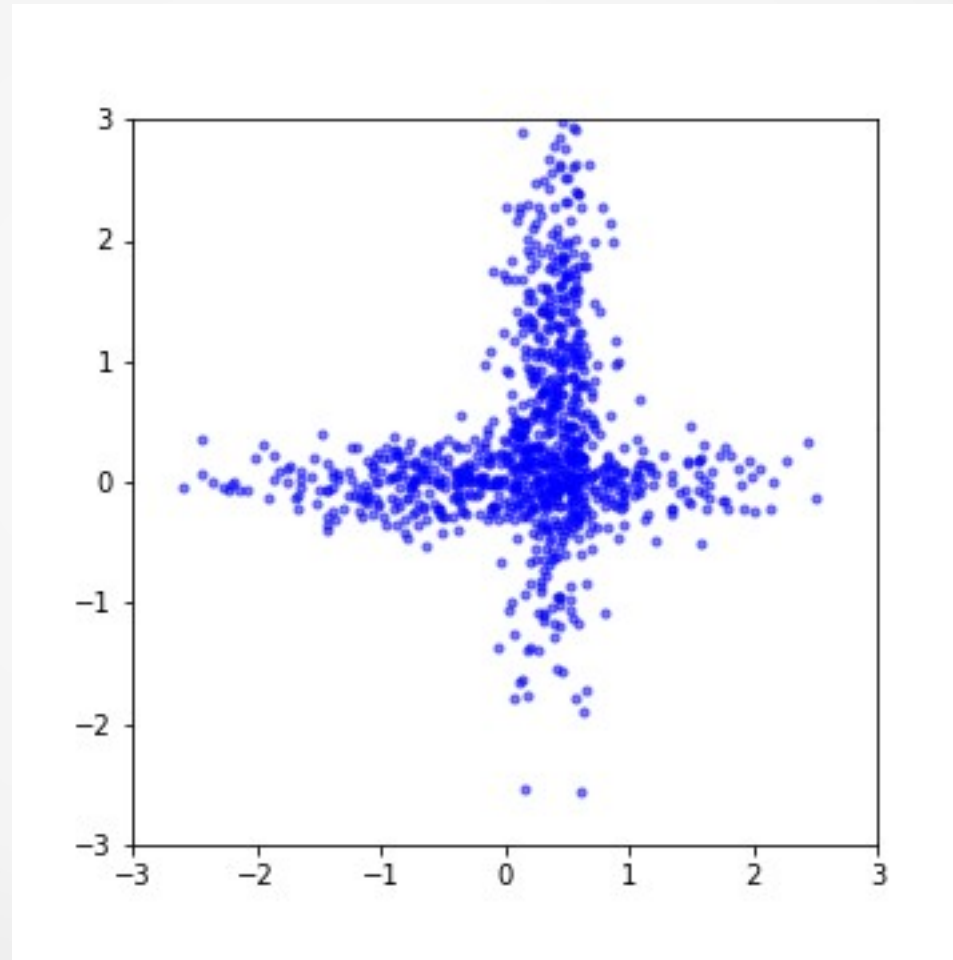


другие типы кластеров:

- могут отсутствовать
- кластеры с центром
- кластеры с перемычками

метрические методы : кластеризация

тип кластера: кластеры с наложением



другие типы кластеров:

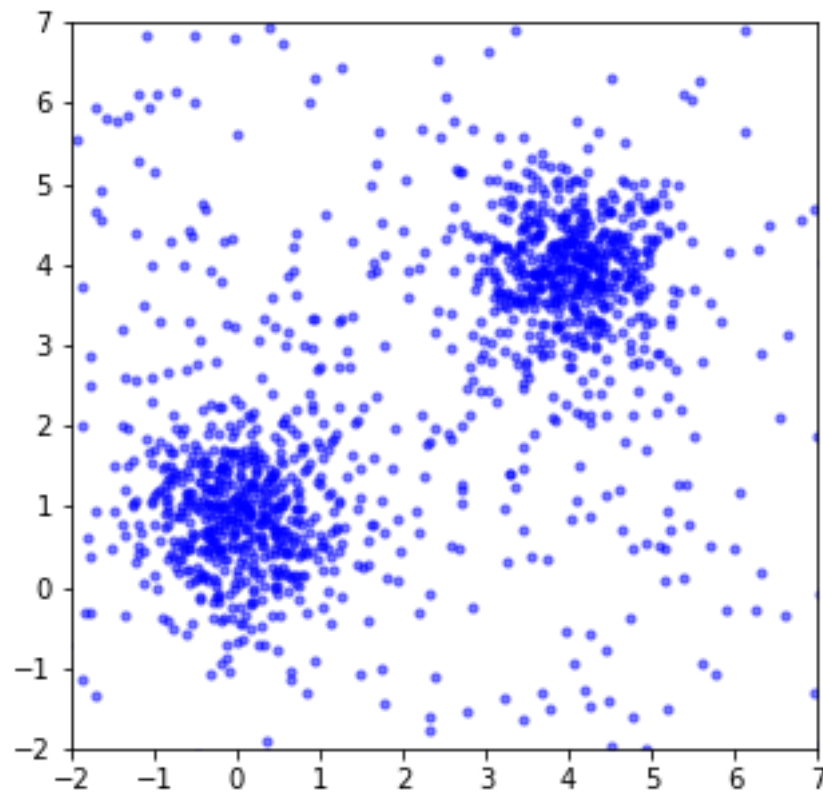
- могут отсутствовать
- кластеры с центром
- кластеры с перемычками
- кластеры ленточные

метрические методы : кластеризация

тип кластера: кластеры с шумом

другие типы кластеров:

- могут отсутствовать
- кластеры с центром
- кластеры с перемычками
- кластеры ленточные
- кластеры с наложением

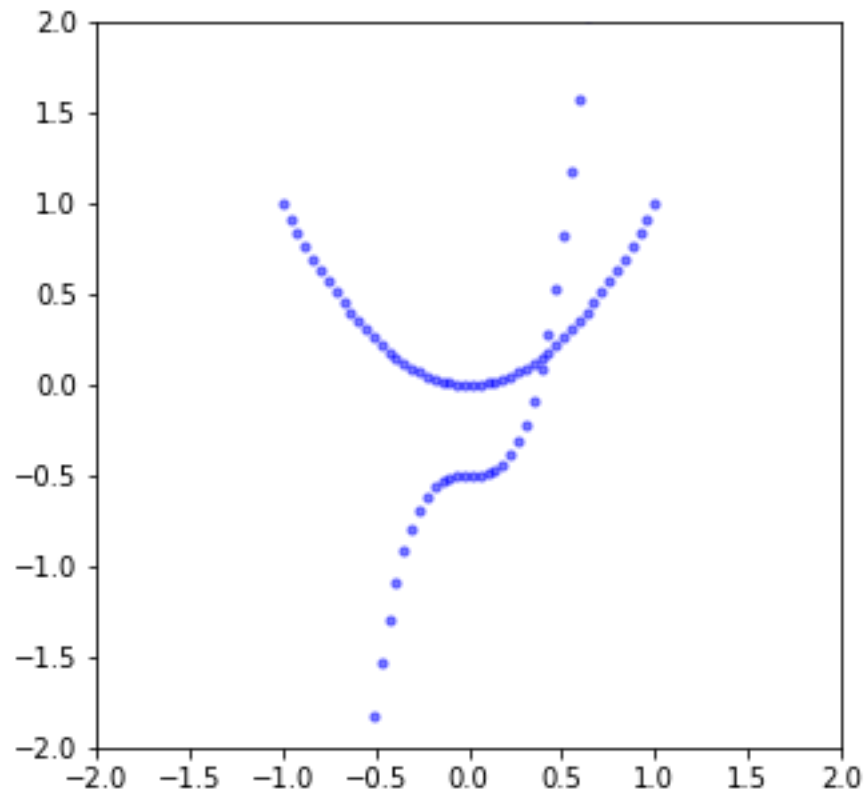


метрические методы : кластеризация

тип кластера: кластеры по типу регулярности

другие типы кластеров:

- могут отсутствовать
- кластеры с центром
- кластеры с перемычками
- кластеры ленточные
- кластеры с наложением
- кластеры с шумом



метрические методы : кластеризация

оценки кластеризации $a: X \rightarrow Y$

$$ri = \frac{\sum_{i < j} [a_i = a_j] \rho(x_i, x_j)}{\sum_{i < j} [a_i = a_j]} \rightarrow \min$$

среднее внутрикластерное
расстояние

$$ro = \frac{\sum_{i < j} [a_i \neq a_j] \rho(x_i, x_j)}{\sum_{i < j} [a_i \neq a_j]} \rightarrow \max$$

среднее межкластерное
расстояние

отношение внутрикластерного и межкластерного
расстояний

$$\frac{ri}{ro} \rightarrow \min$$

метрические методы : кластеризация

метод к-средних (k-means)

количество кластеров как параметр,

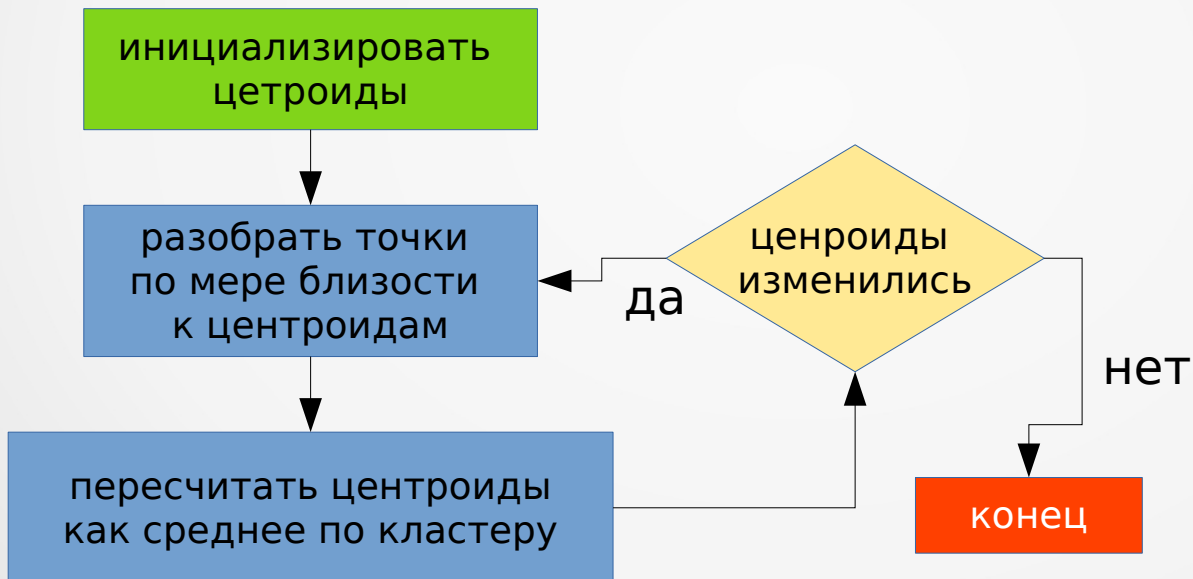
цель - найти точки-центроиды

метрические методы : кластеризация

метод к-средних (k-means)

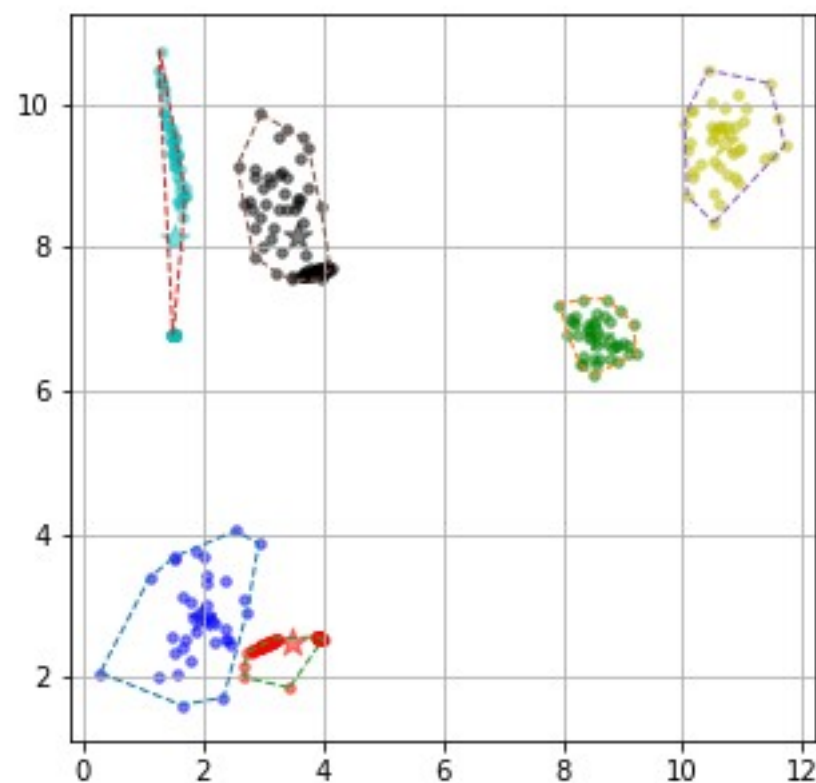
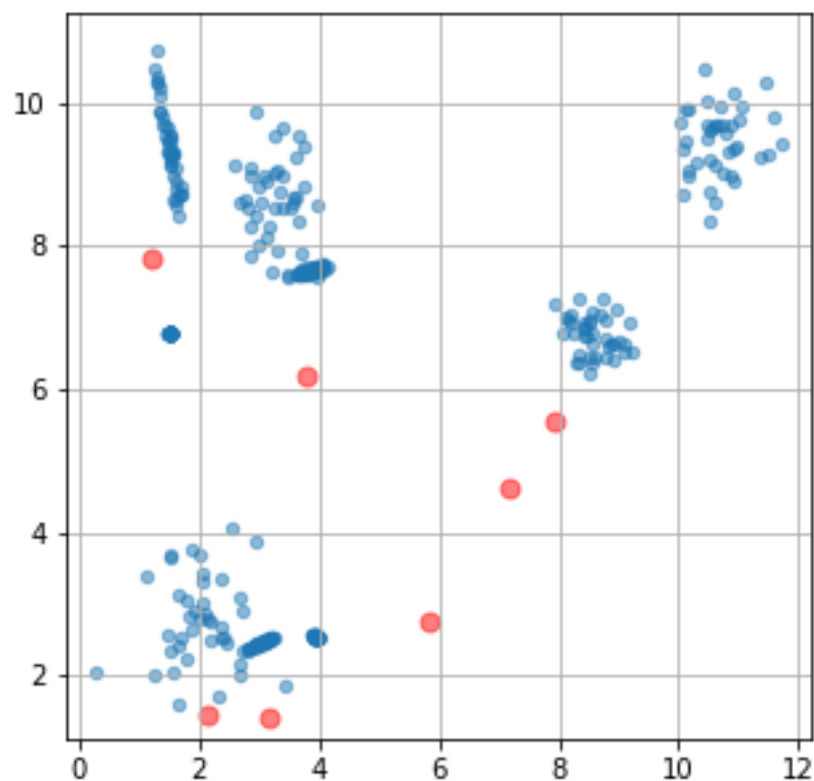
количество кластеров как параметр,

цель - найти точки-центроиды



метрические методы : кластеризация

k-means: начальное состояние и результат



метрические методы : кластеризация

метод MeanShift (ФорЭл - ФОРмальные Элементы)

фиксируем радиус R кластеров,

цель - найти точки-центроиды

метрические методы : кластеризация

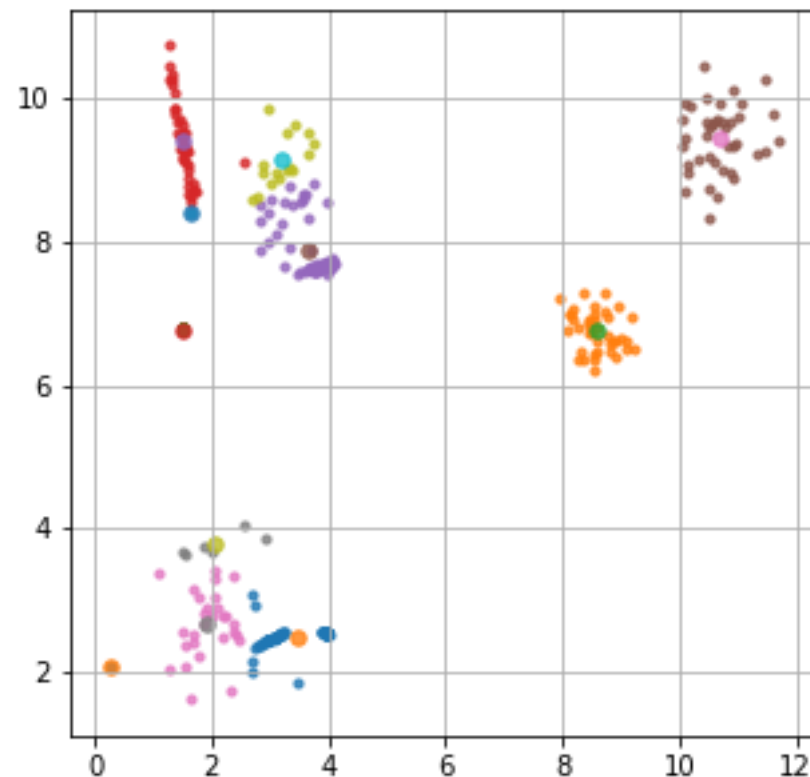
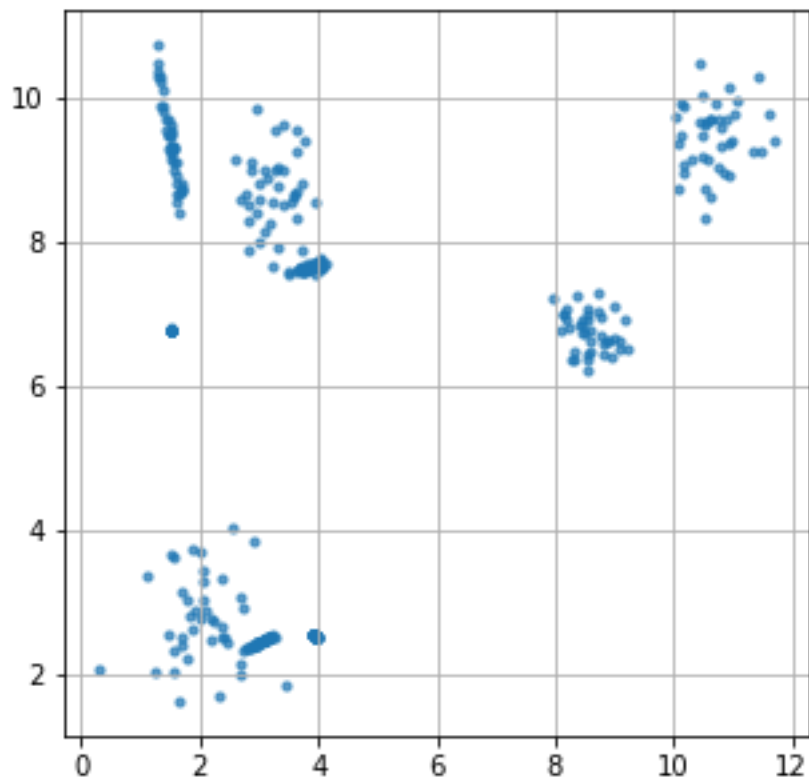
метод MeanShift (ФорЭл - ФОРмальные Элементы)

фиксируем радиус R кластеров, цель - найти точки-центроиды



метрические методы : кластеризация

MeanShift (ФорЭл) начальное состояние и результат



метрические методы : кластеризация

метод КНП (Кратчайший Незамкнутый Путь)

параметр - количество кластеров k

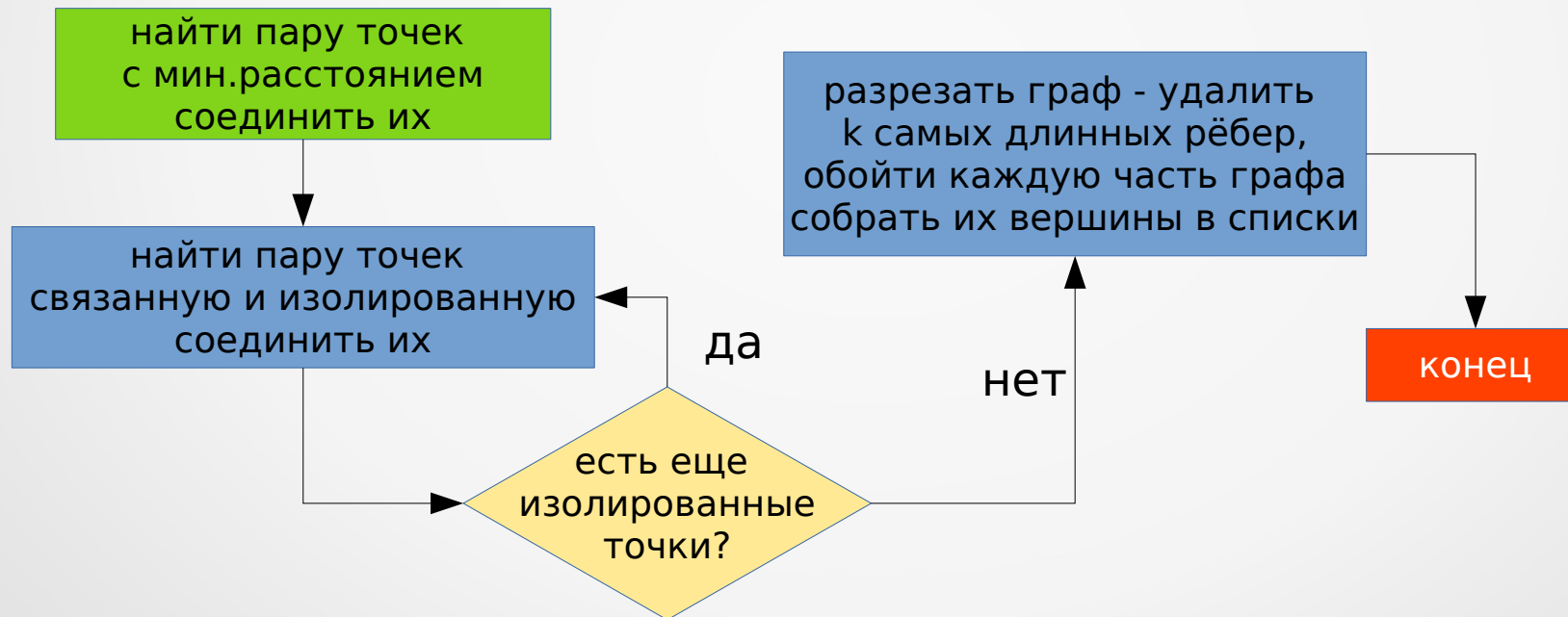
цель - построить ациклический граф на точках

метрические методы : кластеризация

метод КНП (Кратчайший Незамкнутый Путь)

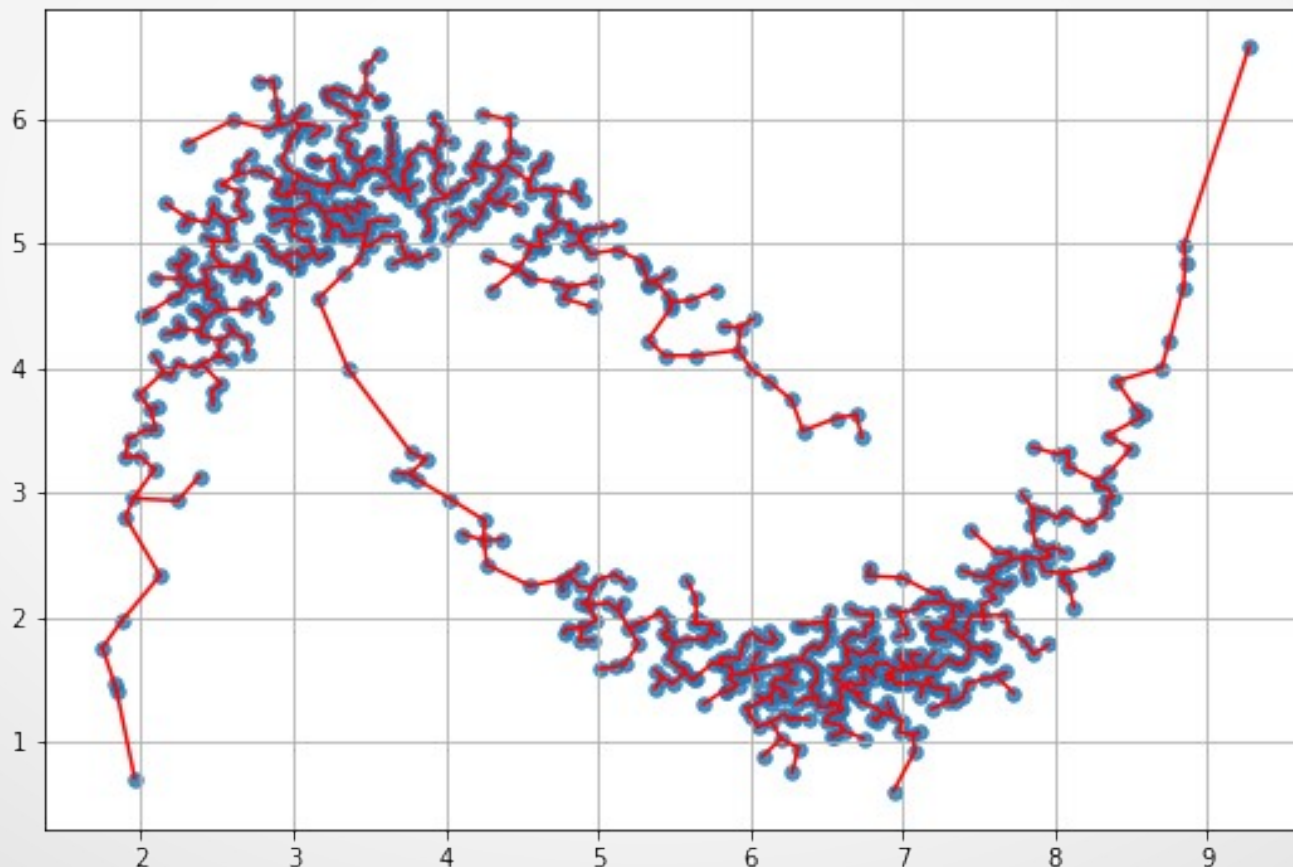
параметр - количество кластеров k

цель - построить ациклический граф на точках



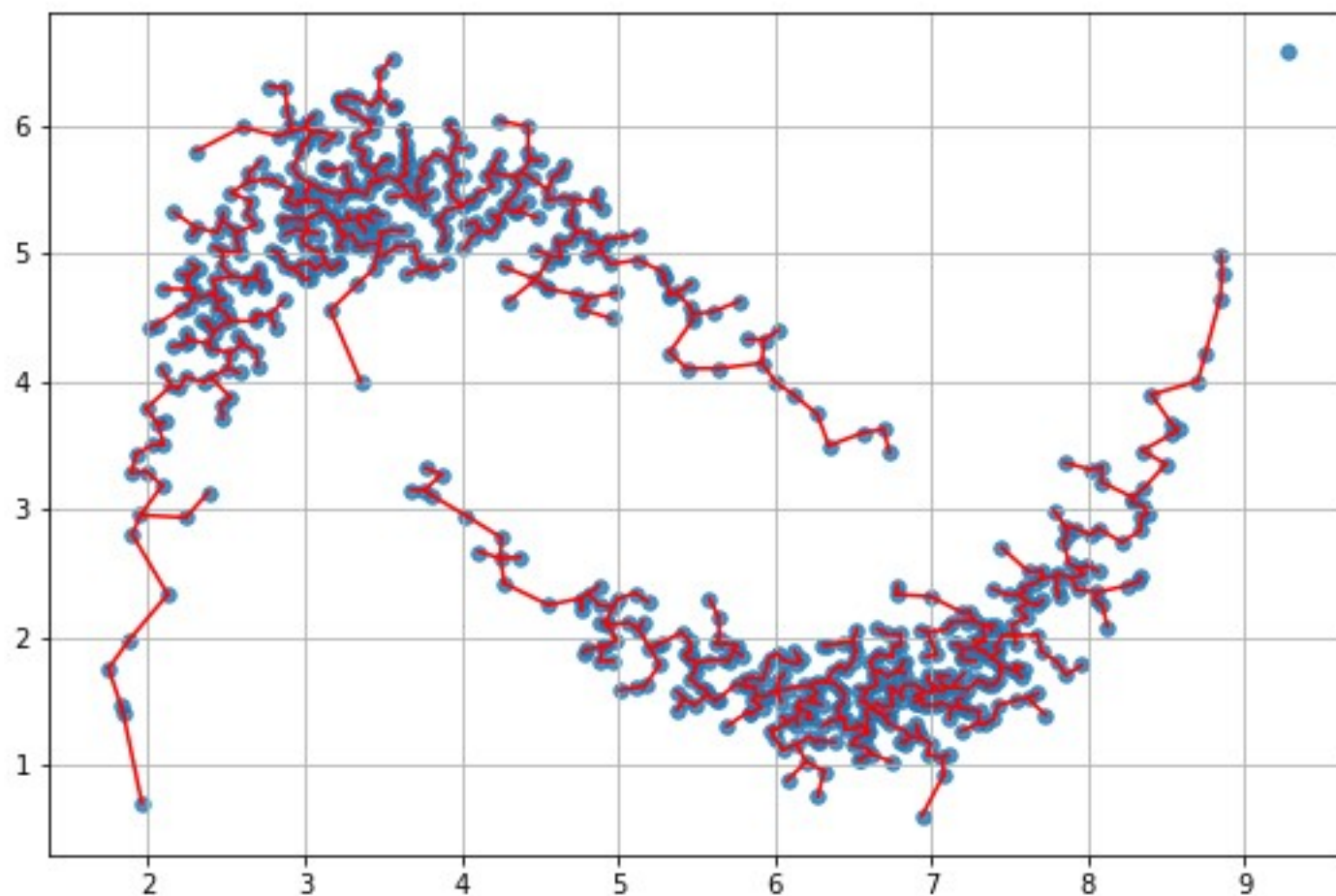
метрические методы : кластеризация

КНП: полный граф



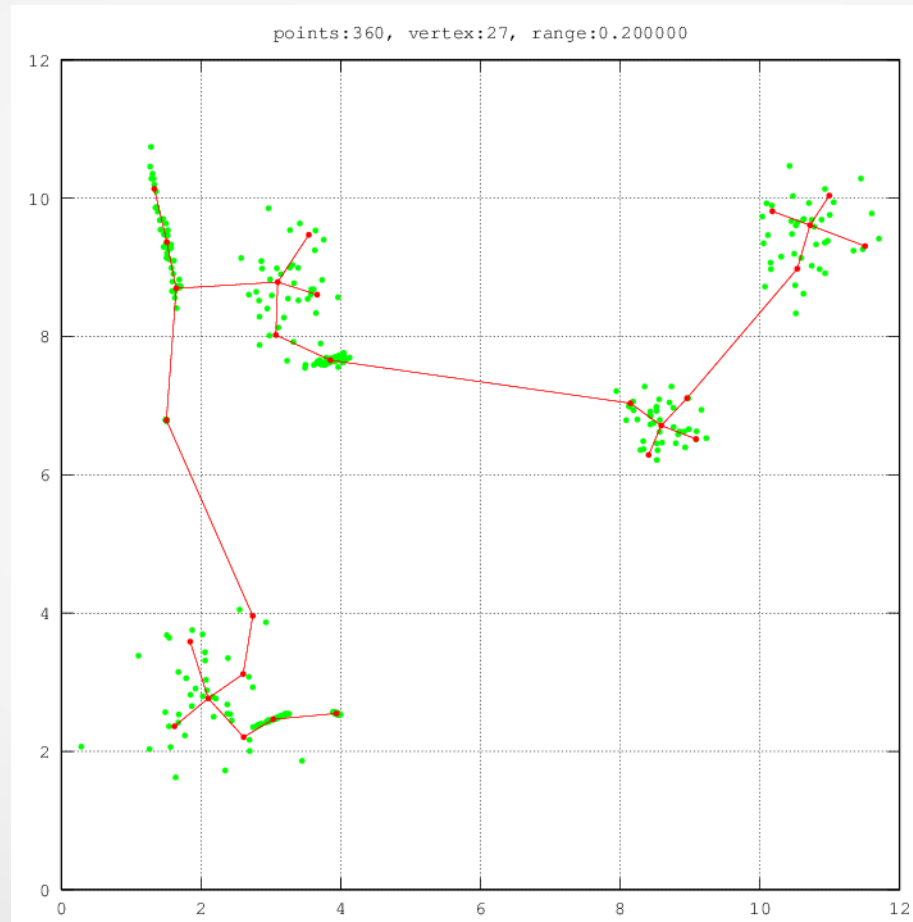
метрические методы : кластеризация

КНП: разрезанный граф



метрические методы : кластеризация

ФорЭл + КНП



метрические методы : кластеризация

метод DBSCAN

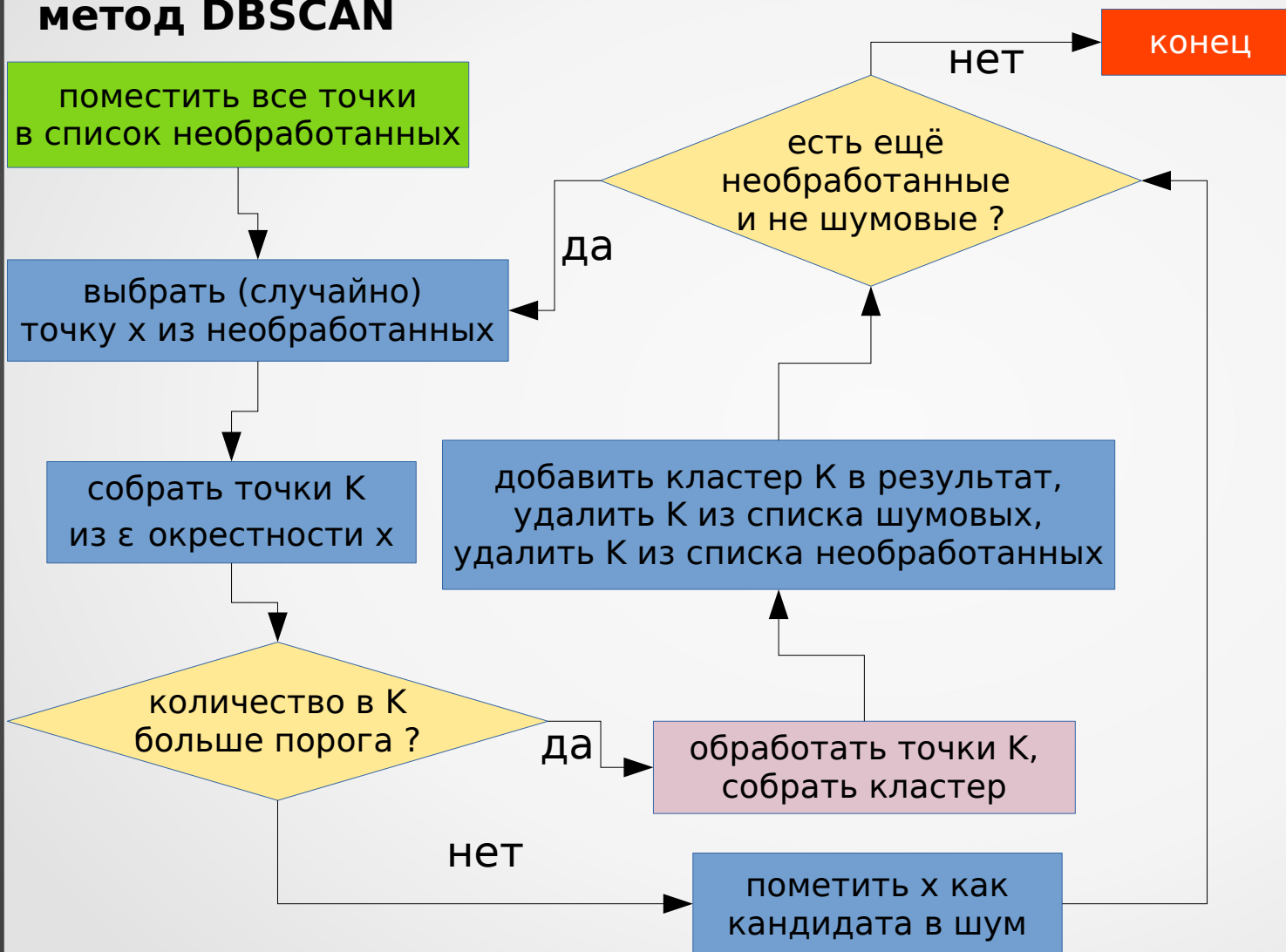
фиксируем размер окрестности точки

минимальное количество объектов в кластере

точки делим на корневые, граничные и шум

кластеризация

метод DBSCAN



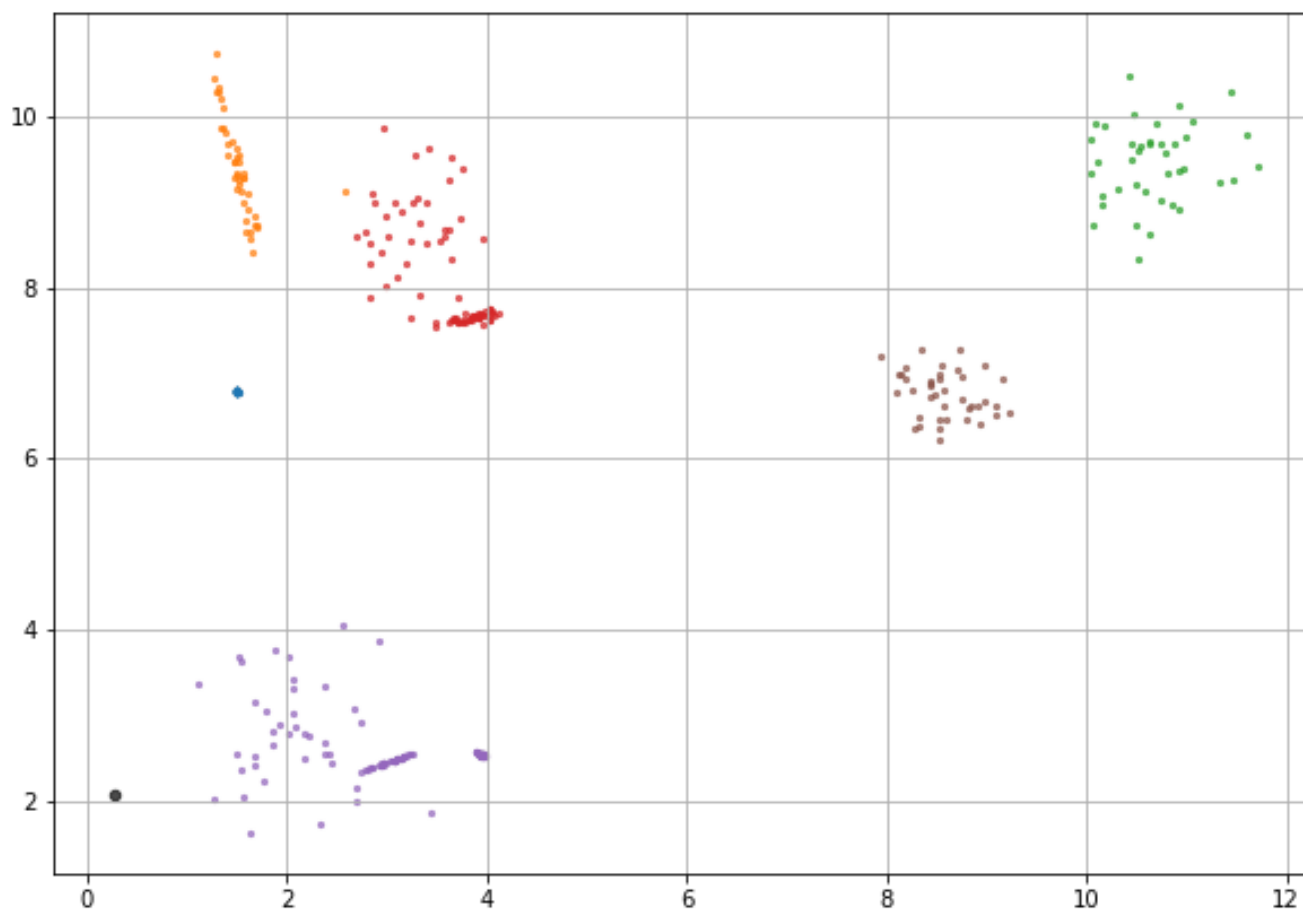
метрические методы : кластеризация

метод DBSCAN



метрические методы : кластеризация

метод DBSCAN - результат



метрические методы : кластеризация

иерархическая кластеризация

Дивизивная (англ. Divisive) - деления более крупных кластеров, создаём дерево от вершины к листьям.

Агломеративная (Agglomerative) - объединение мелких кластеров, создаём дерево от листьев к вершине.

идея - последовательное объединение близких групп объектов

вход: данные

выход: история объединения групп в виде дерева (дендрограмма)

нужен метод оценки расстояний между множествами точек

метрические методы : кластеризация

иерархическая кластеризация

идея - последовательное объединение близких групп объектов

вход: данные

выход: история объединения групп в виде дерева (дендрограмма)

нужен метод оценки расстояний между множествами точек

- расстояние между центрами множеств
- наибольшее расстояние среди всех точек множеств
- наименьшее расстояние между всеми точками множеств
- среднее расстояние между всеми точками множеств

метрические методы : кластеризация

иерархическая кластеризация

последовательное объединение близких групп объектов

метод оценки расстояний между множествами точек

расстояние Уорда

$$\rho_{ward}(W, S) = \frac{|W| \cdot |S|}{|W| + |S|} \cdot \rho \left(\frac{\sum_{w \in W} w}{|W|}, \frac{\sum_{s \in S} s}{|S|} \right)$$

метрические методы : кластеризация

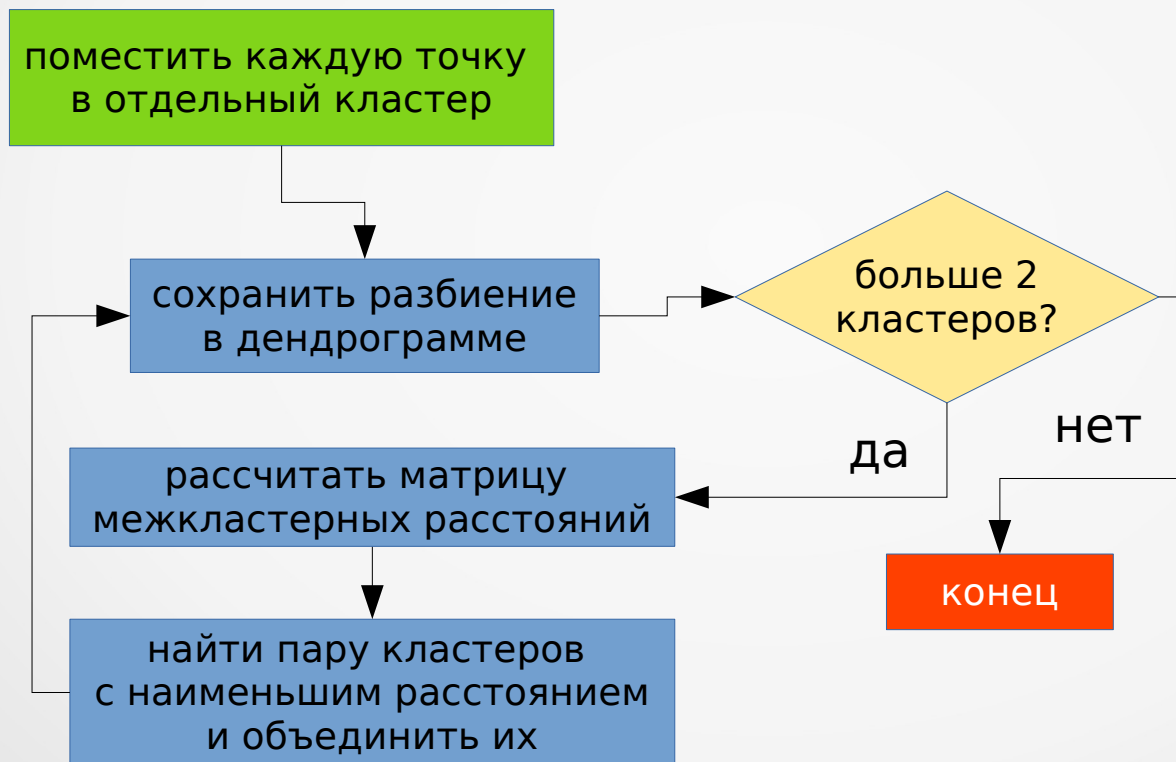
иерархическая кластеризация: базовый алгоритм

последовательное объединение близких групп объектов

метрические методы : кластеризация

иерархическая кластеризация: базовый алгоритм

последовательное объединение близких групп объектов



метрические методы : кластеризация

иерархическая кластеризация: регулировка глубины

последовательное объединение близких групп объектов

введём параметр - порог межкластерного расстояния δ

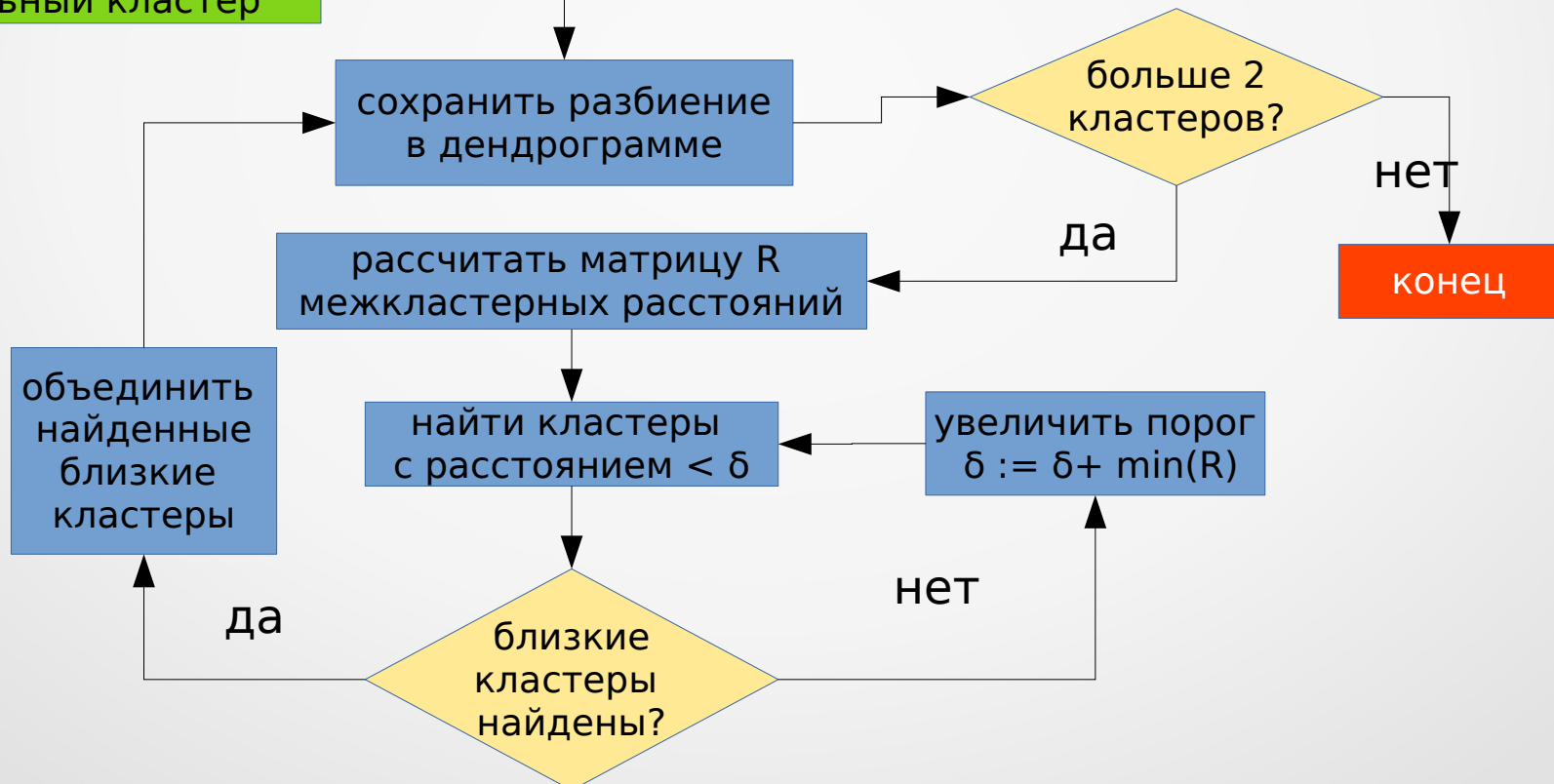
метрические методы : кластеризация

иерархическая кластеризация: регулировка глубины

последовательное объединение близких групп объектов

введём параметр - порог межкластерного расстояния δ

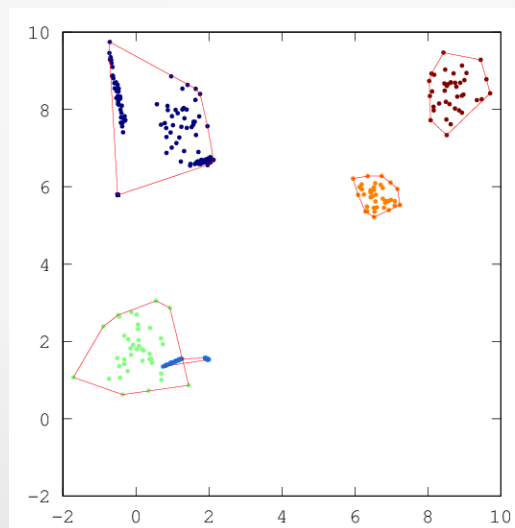
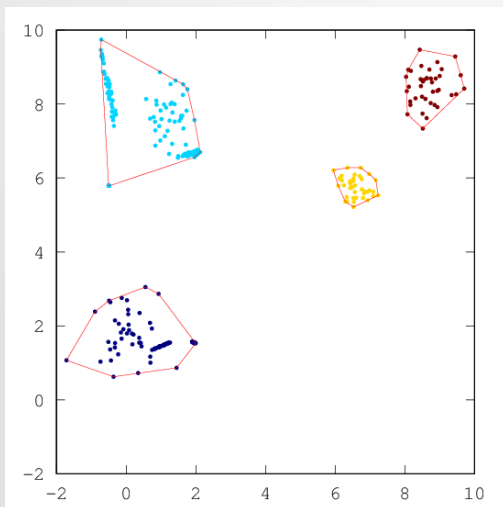
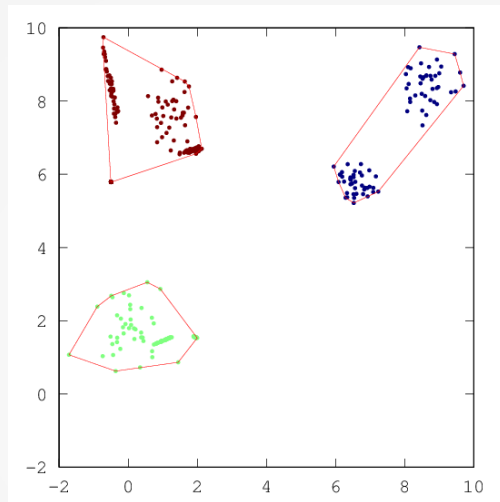
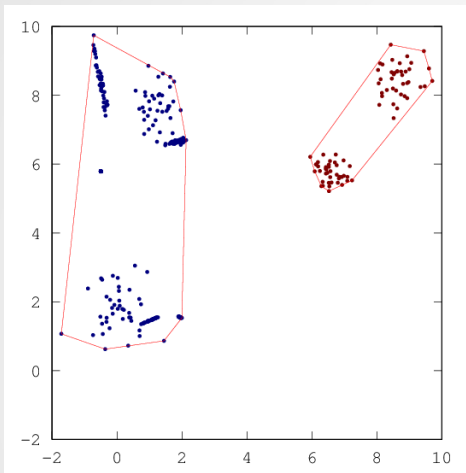
поместить каждую точку
в отдельный кластер



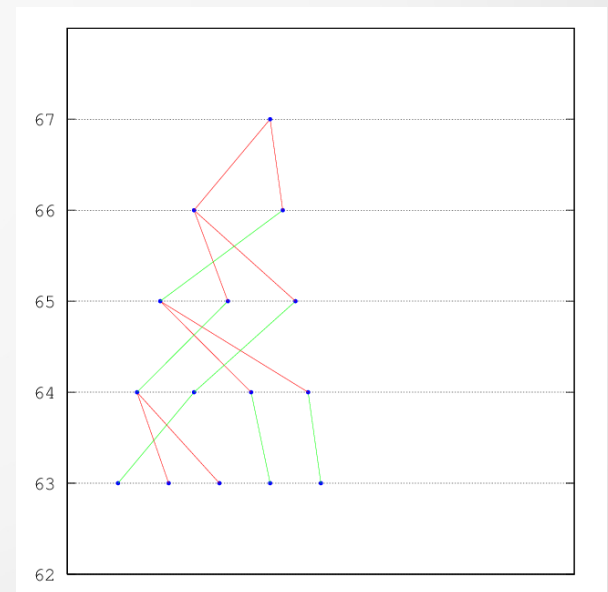
метрические методы : кластеризация

иерархическая кластеризация

последовательное объединение близких групп объектов



вершина дендрограммы
в 67 слоёв



метрические методы : кластеризация

пример - автоматический агрегатор новостей

КЛАСТЕР 1:

Около 18 тысяч человек покинули подконтрольные боевикам районы Алеппо. За минувшие сутки из подконтрольных боевикам районов сирийского города Алеппо было выведено около 17,971 тысячи жителей, в их числе 7,542 тысячи детей. Об этом в субботу, 10 декабря, сообщает ТАСС со ссылкой на российский Центр примирения враждующих сторон в Арабской Республике.

Битва за Алеппо: повстанцы просят дать им вывезти раненых. Сирийские повстанцы просят о пятидневном перемирии, чтобы эвакуировать раненых из районов в восточной части Алеппо, после того как они вывели все свои отряды из исторического центра — Старого города.

КЛАСТЕР 2:

Финальная распродажа! Chery Tiggo от 19990 руб (199,9 млн)
«Китайские автомобили» объявляют финальную распродажу популярных кроссоверов Chery Tiggo FL! На автомобили в максимальной комплектации установлена специальная цена 19 990 рублей (199,9 млн). Количество автомобилей ограничено!

Не успели купить новый автомобиль в «черную пятницу»? Не нашли ничего подходящего в дилерских автосалонах? Не беда: автосалон «Китайские автомобили» объявляет «черные субботы»! «Черная суббота» — это не шестой трудовой день в советской стране, а желанный праздник для покупателей новеньких авто!

Литература

Борисов Е.С. Методы машинного обучения. 2024
https://github.com/mechanoid5/ml_lectorium_2024_I

Константин Воронцов - Машинное обучение. ШАД Яндекс
https://www.youtube.com/playlist?list=PLJOzdkh8T5kp99tGTEFjH_b9zqEQiiBtC

К.В. Воронцов Машинное обучение. курс лекций. Кластеризация и частичное обучение
http://www.machinelearning.ru/wiki/index.php?title=Машинное_обучение_%28курс_лекций%2C_К.В.Воронцов%29

Е.С.Борисов Кластеризатор на основе алгоритма k-means.
<http://mechanoid.su/ml-k-means.html>

Е.С.Борисов Метод кластеризации КНП.
<http://mechanoid.su/ml-knp.html>

Е.С.Борисов Метод кластеризации ФОРЭЛ.
<http://mechanoid.su/ml-forel.html>

Е.С.Борисов Метод иерархической кластеризации.
<http://mechanoid.su/ml-lnwl.html>