

модели ассоциативной памяти, сеть Хопфилда, машина Больцмана

Евгений Борисов

Нейросети

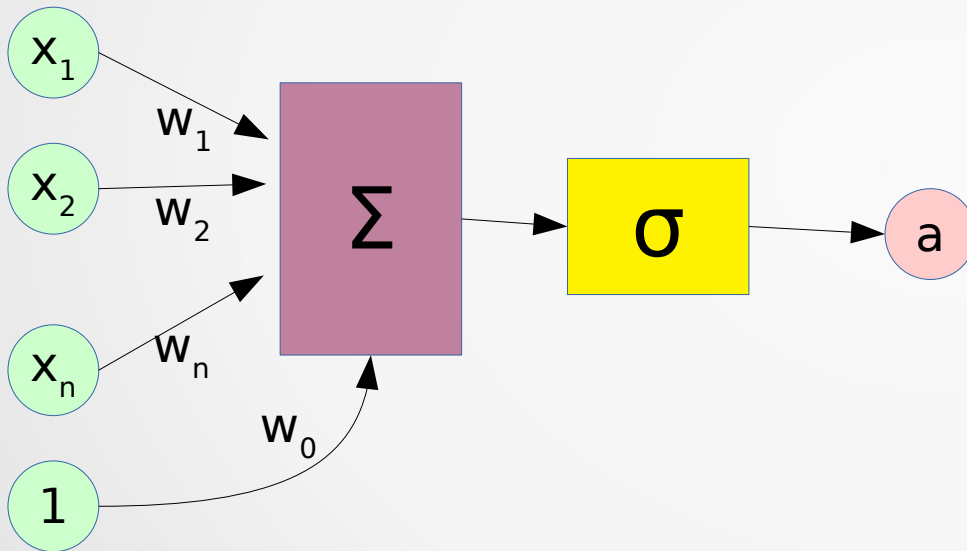
Ассоциативная память - адресация по содержанию,
чтение и запись в ячейки такой памяти
выполняется в зависимости от их содержимого

[входной образ] → [выходной образ (ассоциация)]

Нейросети

модель нейрона

$$a(x, w) = \sigma\left(\sum_{i=1}^n x_i \cdot w_i - w_0\right) = \sigma(\langle x, w \rangle)$$



x_i - ВХОД

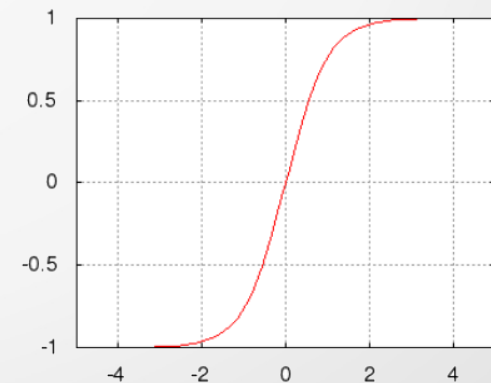
w_i - вес связи

σ - функция активации

s - состояние нейрона

$$s(x, w) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot w_i - w_0$$

σ - функция активации

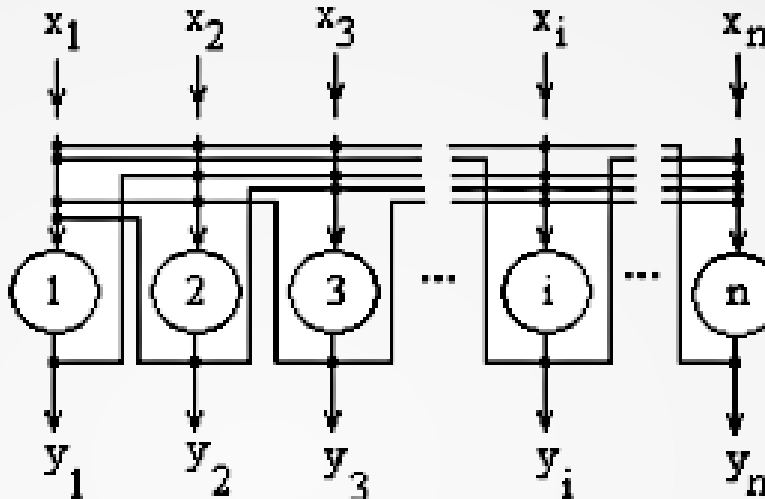


биполярный сигмоид

Нейросети

сеть Хопфилда

(J.J.Hopfield 1982)



один слой

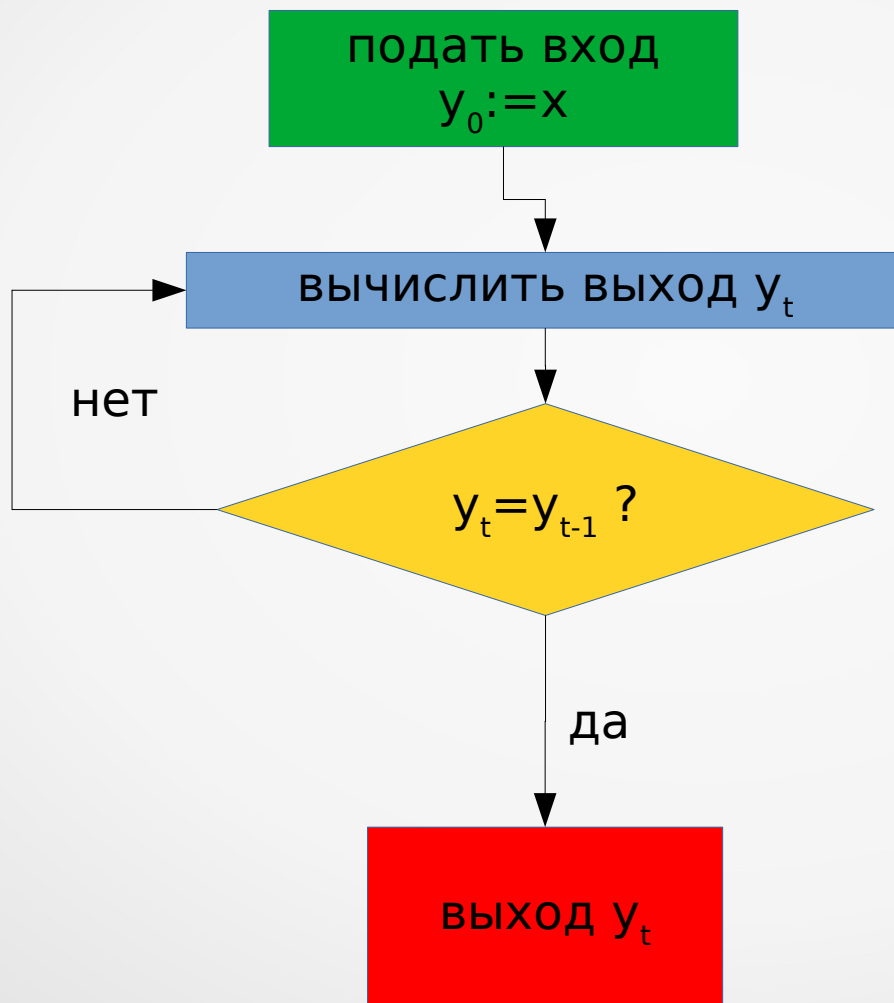
обратные связи

обратная связь нейрона на себя отсутствует

матрица весов симметрична $w_{ij}=w_{ji}$
и имеет нулевую главную диагональ $w_{ii}=0$

Нейросети

схема работы сети Хопфилда



Нейросети

сеть Хопфилда

энергия сети $E = - \sum_i s_i b_i - \sum_{i>j} s_i s_j w_{ij}$

s_i - состояние нейрона i

b_i - сдвиг нейрона i

w_{ij} - вес связи i j

Нейросети

сеть Хопфилда

энергия сети
$$E = - \sum_i s_i b_i - \sum_{i>j} s_i s_j w_{ij}$$

s_i - состояние нейрона i

b_i - сдвиг нейрона i

w_{ij} - вес связи i j

в процессе переходов состояний сети энергия уменьшается и достигает локального минимума - **аттрактора**

Нейросети

сеть Хопфилда

энергия сети
$$E = - \sum_i s_i b_i - \sum_{i>j} s_i s_j w_{ij}$$

s_i - состояние нейрона i

b_i - сдвиг нейрона i

w_{ij} - вес связи i j

в процессе переходов состояний сети энергия уменьшается и достигает локального минимума - **аттрактора**

в случае ассоциативной памяти:
аттракторами являются хранимые сетью образцы

Нейросети

сеть Хопфилда

энергия сети
$$E = - \sum_i s_i b_i - \sum_{i>j} s_i s_j w_{ij}$$

s_i - состояние нейрона i

b_i - сдвиг нейрона i

w_{ij} - вес связи i j

в процессе переходов состояний сети энергия уменьшается и достигает локального минимума - **аттрактора**

в случае ассоциативной памяти:

аттракторами являются хранимые сетью образцы

ёмкость памяти $\sim 0.15 * \text{количество нейронов сети}$

ложные аттракторы

Нейросети

сеть Хопфилда

обучение - метод Хэбба

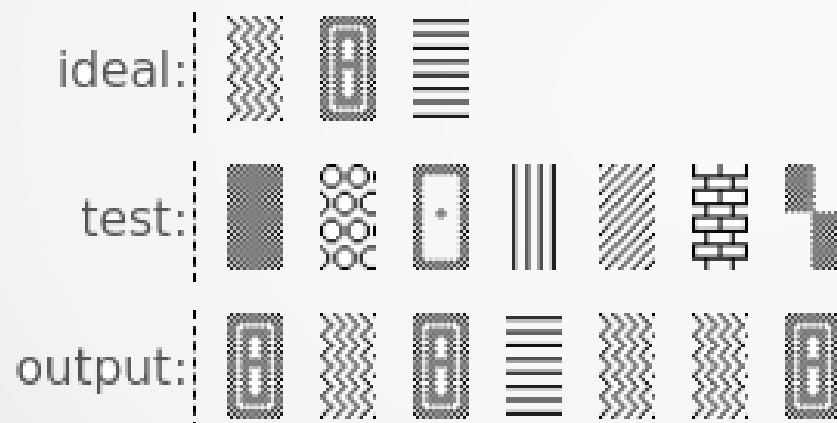
$$W = X^T \cdot X$$

обнуляем главную диагональ матрицы весов
т. е. убираем связь нейрона на себя

Нейросети

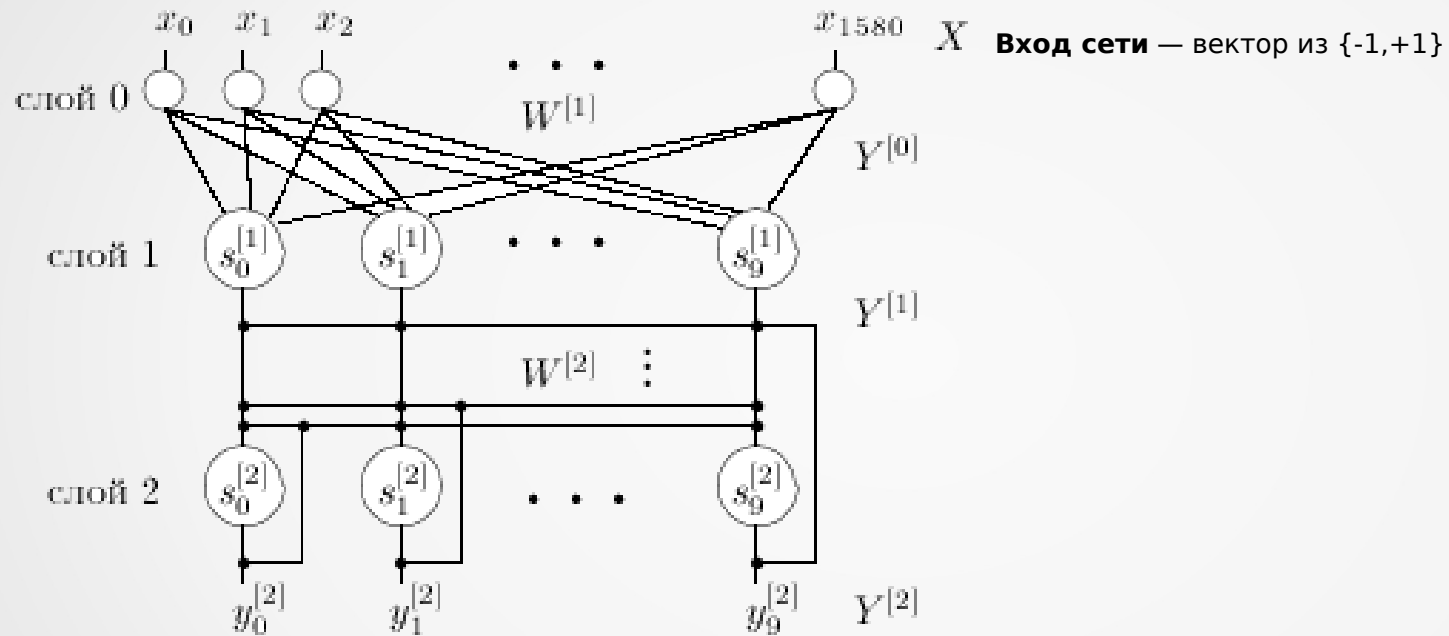
сеть Хопфилда

пример результатов работы



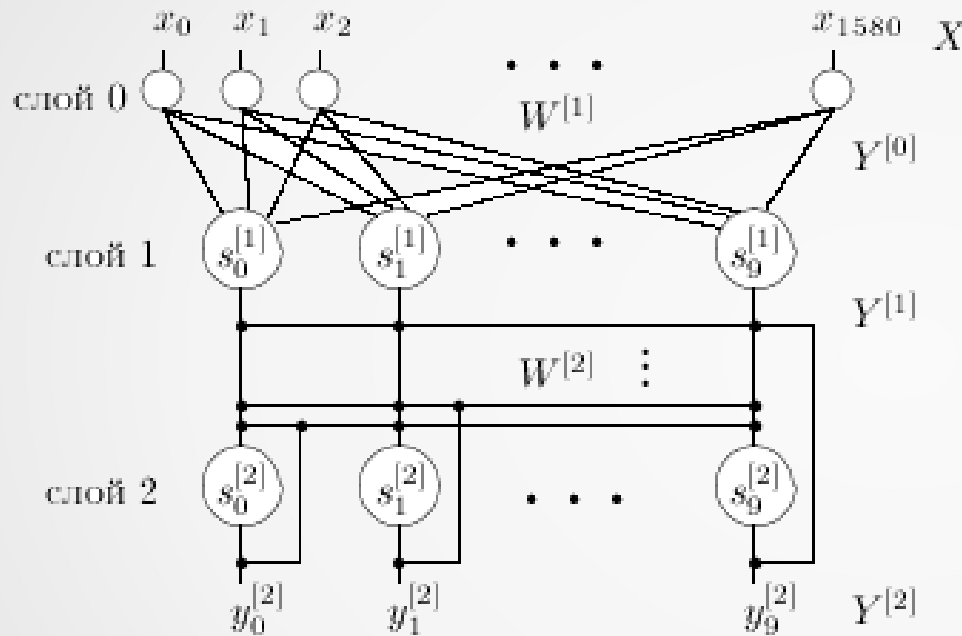
Нейросети

сеть Хэминга (Lipman R. 1987)



Нейросети

сеть Хэминга (Lipman R. 1987)



Вход сети — вектор из $\{-1, +1\}$

Первый слой — имеет линейную активацию,

вычисляет расстояние Хемминга между всеми эталонными образцами, хранящимися в сети, и текущим входом сети.

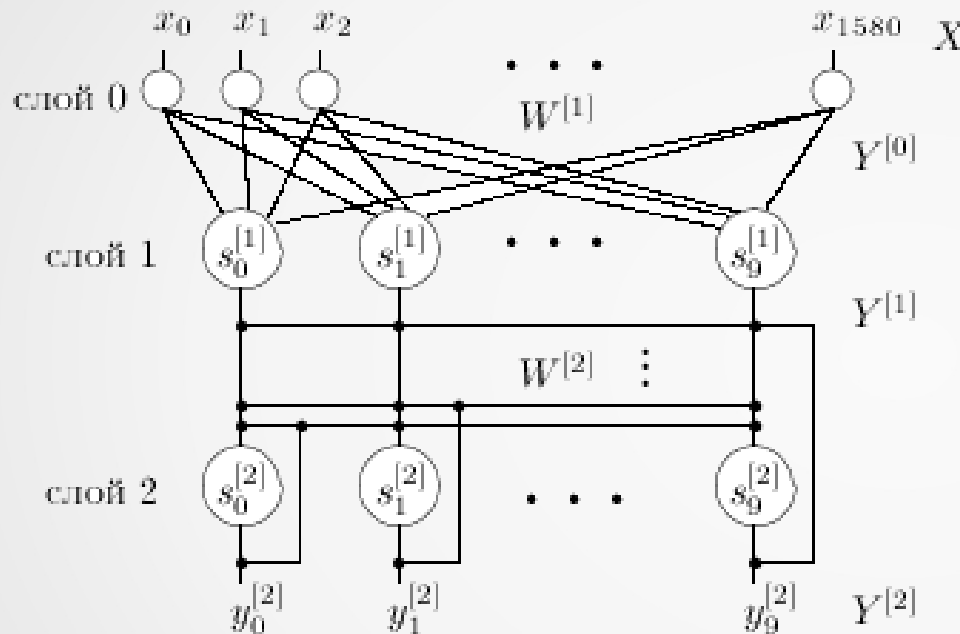
Расстояние Хемминга — количество отличающихся компонент во входном и эталонном векторах.

Веса первого слоя: $W^{[1]} = \frac{1}{2} X^T$

где X — матрица из векторов-образов, которые записываем в память

Нейросети

сеть Хэминга (Lipman R. 1987)



Вход сети — вектор из $\{-1, +1\}$

Первый слой — имеет линейную активацию,

вычисляет расстояние Хемминга между всеми эталонными образцами, хранящимися в сети, и текущим входом сети.

Расстояние Хемминга — количество отличающихся компонент во входном и эталонном векторах.

Веса первого слоя: $W^{[1]} = \frac{1}{2} X^T$

где X — матрица из векторов-образов, которые записываем в память

Второй слой — сеть Хопфилда, используется для разрешения конфликтов, когда входной вектор оказывается похож по Хеммингу на более чем один идеал.

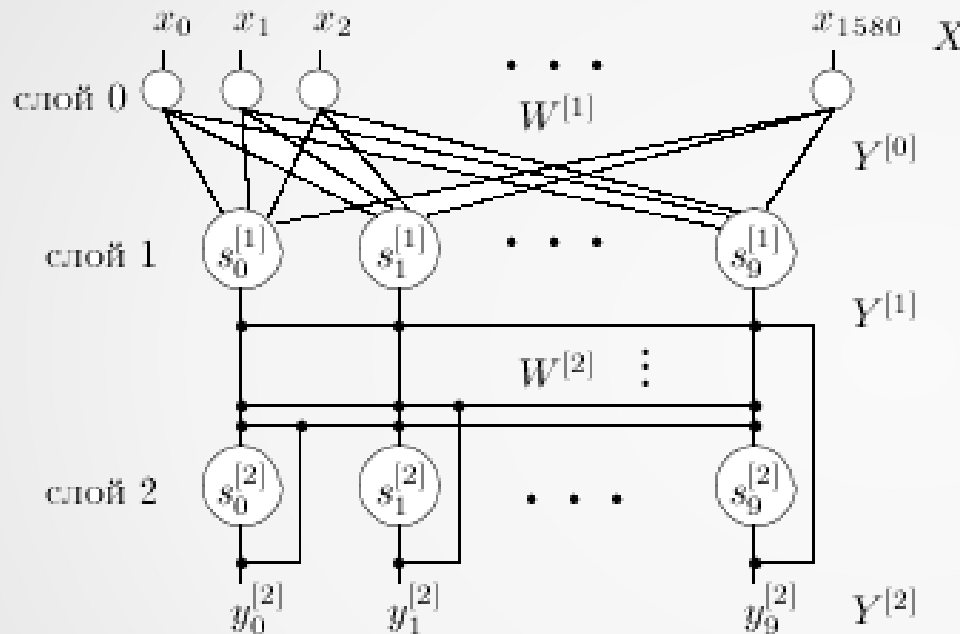
Веса второго слоя фиксированны

$$w_{ij}^{[2]} = \begin{cases} 1 & , i = j \\ -c & , i \neq j \end{cases}$$

где $c = 1/(2m)$ — коэффициент торможения, m — количество образов

Нейросети

сеть Хэминга (Lipman R. 1987)



Вход сети — вектор из $\{-1, +1\}$

Первый слой — имеет линейную активацию,

вычисляет расстояние Хемминга между всеми эталонными образцами, хранящимися в сети, и текущим входом сети.

Расстояние Хемминга — количество отличающихся компонент во входном и эталонном векторах.

Веса первого слоя: $W^{[1]} = \frac{1}{2} X^T$

где X — матрица из векторов-образов, которые записываем в память

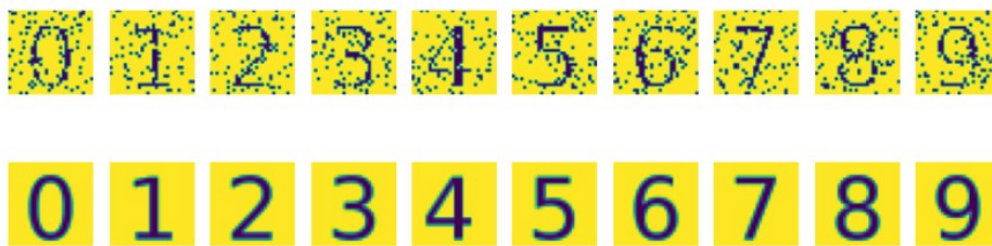
Второй слой — сеть Хопфилда, используется для разрешения конфликтов, когда входной вектор оказывается похож по Хеммингу на более чем один идеал.

Веса второго слоя фиксированны

$$w_{ij}^{[2]} = \begin{cases} 1 & , i = j \\ -c & , i \neq j \end{cases}$$

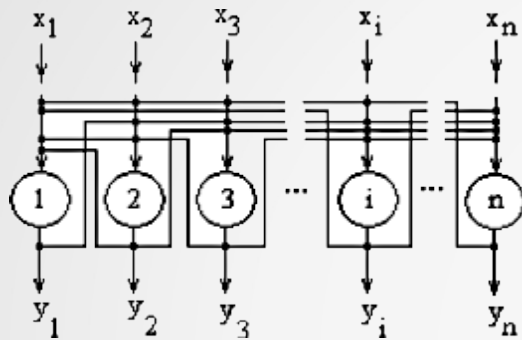
где $c = 1/(2m)$ — коэффициент торможения, m — количество образов

Пример работы сети Хэминга как фильтра шумов

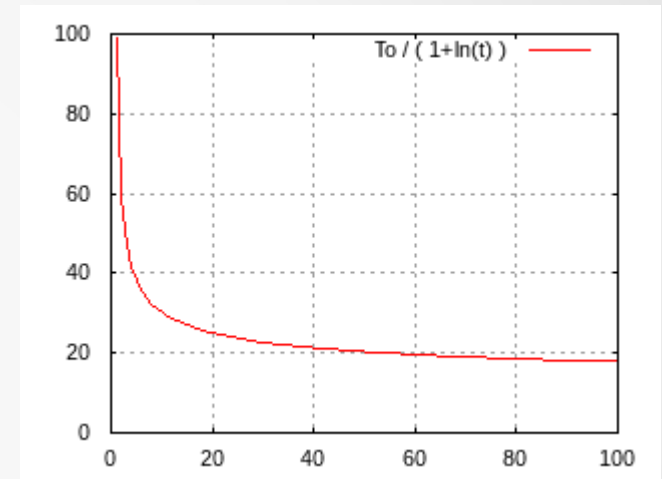


Нейросети

машина Больцмана (G.Hinton, 1985)



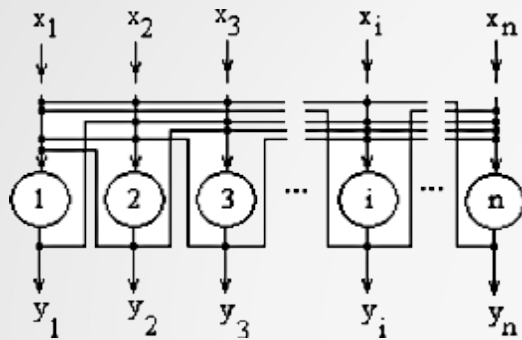
моделирует процесс отжига металла - со снижением температуры вероятность изменения состояния уменьшается



температура сети $T = \frac{T_0}{1 + \ln(t)}$

Нейросети

машина Больцмана (G.Hinton, 1985)



моделирует процесс отжига металла - со снижением температуры вероятность изменения состояния уменьшается

Вероятность перехода нейрона i в новое состояние

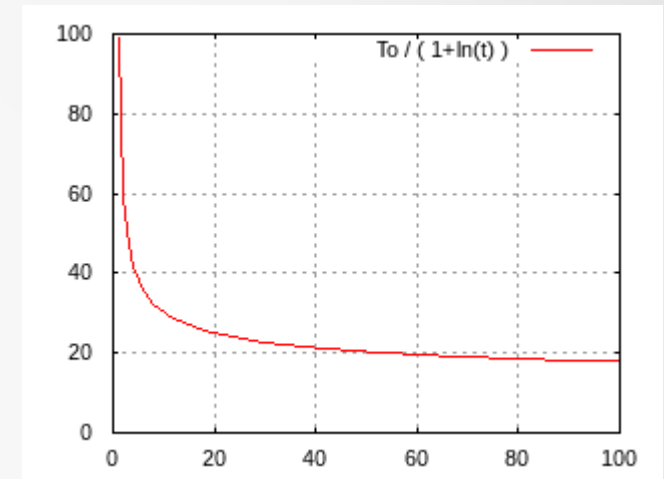
$$P_i = 1 / \left(1 + \exp \left(-\frac{\Delta E_i}{T} \right) \right)$$

изменение энергии

$$\Delta E_i(t) = E_i(t) - E_i(t-1)$$

энергия сети на итерации t

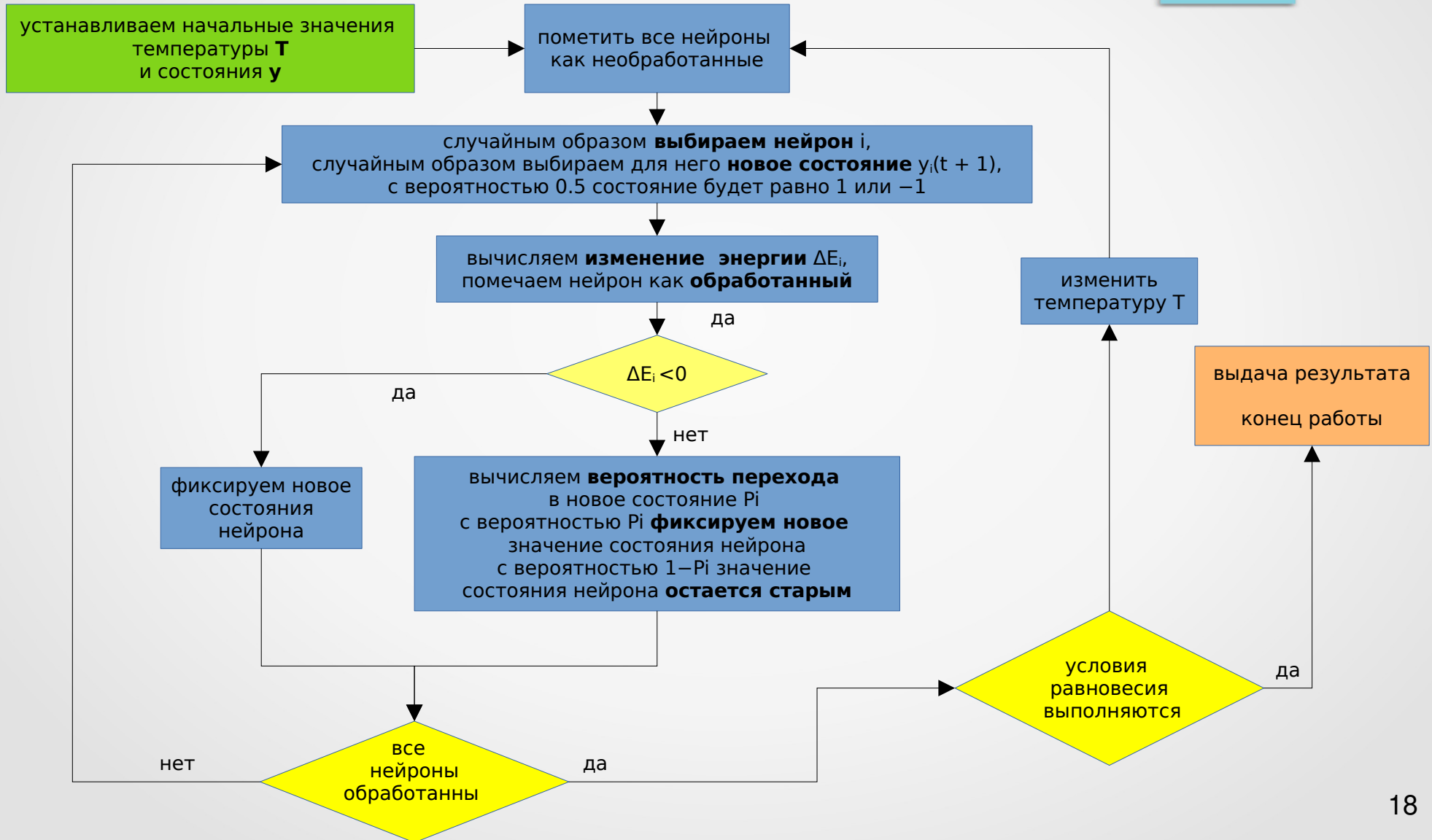
$$E_i(t) = -\frac{1}{2} \cdot \left(\sum_j w_{ij} \cdot y_j(t) \cdot y_i(t) \right) - y_i(t) \cdot y_i(t-1)$$



температура сети $T = \frac{T_0}{1 + \ln(t)}$

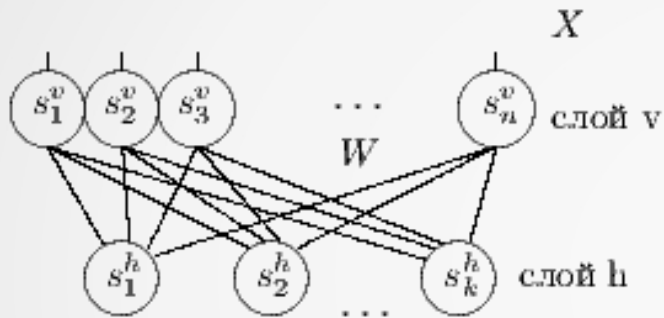
Нейросети

машина Больцмана (G.Hinton, 1985)



Нейросети

ограниченная машина Больцмана (RBM) (P.Smolensky, 1986, G.Hinton, 2006)



RBM - модификация машины Больцмана

нейроны были разделены на две группы,

убраны некоторые связи,

таким образом был образован второй (скрытый) слой.

<http://mechanoid.su/neural-net-boltzman-restr.html>

Нейросети: литература

Борисов Е.С. Методы машинного обучения. 2024

https://github.com/mechanoid5/ml_lectorium_2024_I

- Е.С.Борисов Ассоциативная память на основе нейронной сети Хопфилда.
<http://mechanoid.su/neural-net-hopfield-associative-memory.html>
- Е.С.Борисов Классификатор на основе нейронной сети Хемминга.
<http://mechanoid.su/neural-net-hamming-classifier.html>
- Е.С.Борисов Нечеткий поиск на основе нейронной сети Хемминга.
<http://mechanoid.su/neural-net-hamming-fuzzy-search.html>
- Ассоциативная память на основе машины Больцмана.
<http://mechanoid.su/neural-net-boltzman.html>
- Е.С.Борисов Ассоциативная память на основе ограниченной машины Больцмана (RBM).
<http://mechanoid.su/neural-net-boltzman-restr.html>
- Саймон Хайкин Нейронные сети. Полный курс : пер. с англ. -- Москва:Вильямс, 2006. (глава 14 нейродинамика)
- Осовский С. Нейронные сети для обработки информации. — М.: Финансы и статистика, 2002. (глава 7 рекуррентные сети как ассоциативные запоминающие устройства)