



Метрические методы классификации

Евгений Борисов

метрические методы

методы ML

- метрические – измеряем расстояния, определить ближайших
- *логические* - построить правило (комбинацию предикатов)
- *статистические* - восстановить плотность, определить вероятность
- *линейные* - построить разделяющую поверхность
- *композиции* - собрать несколько классификаторов в один

метрические методы

датасет - размеченная матрица признаков

$$\begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} & y_1 \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n} & y_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ x_{m1} & x_{m2} & \dots & x_{mn} & y_m \end{bmatrix}$$

x - вектор-признак

y - метка класса

n - размер пространства признаков

m - количество примеров

метрические методы : регрессия

метрика - функция расстояния

$$\rho: X \times X \rightarrow [0, \infty)$$

аксиома тождества : $\rho(x, y) = 0 \Leftrightarrow x = y$

симметрия: $\rho(x, y) = \rho(y, x)$

неравенство треугольника: $\rho(x, z) \leq \rho(x, y) + \rho(y, z)$

Примеры:

Евклидова метрика: $\rho(x, y) = \sqrt{\sum_i (x_i - y_i)^2}$

метрика Минковского: $\rho(x, y) = \sqrt[n]{\sum_i w_i |x_i - y_i|^n}$

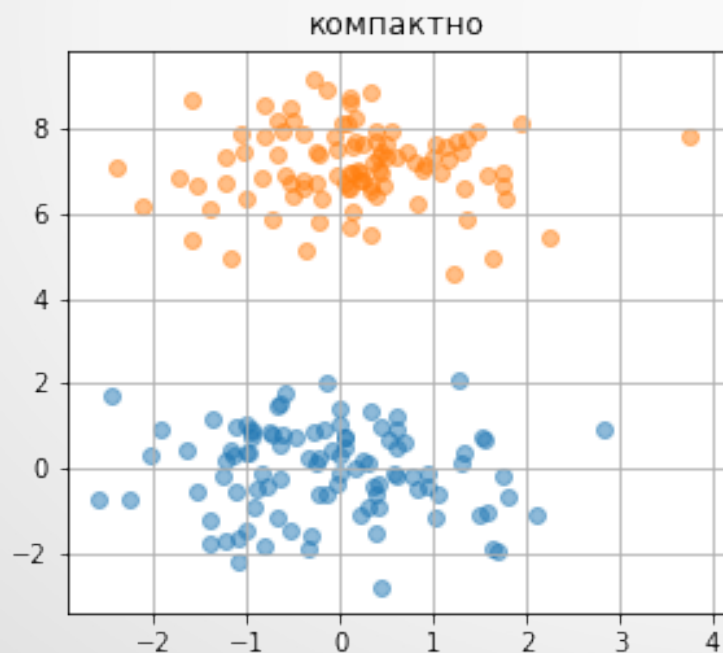
метрика Чебышева: $\rho(x, y) = \max_i |x_i - y_i|$

метрические методы

метрический подход в методах ML

использование расстояний между объектами

гипотеза компактности: близкие объекты лежат в одном классе



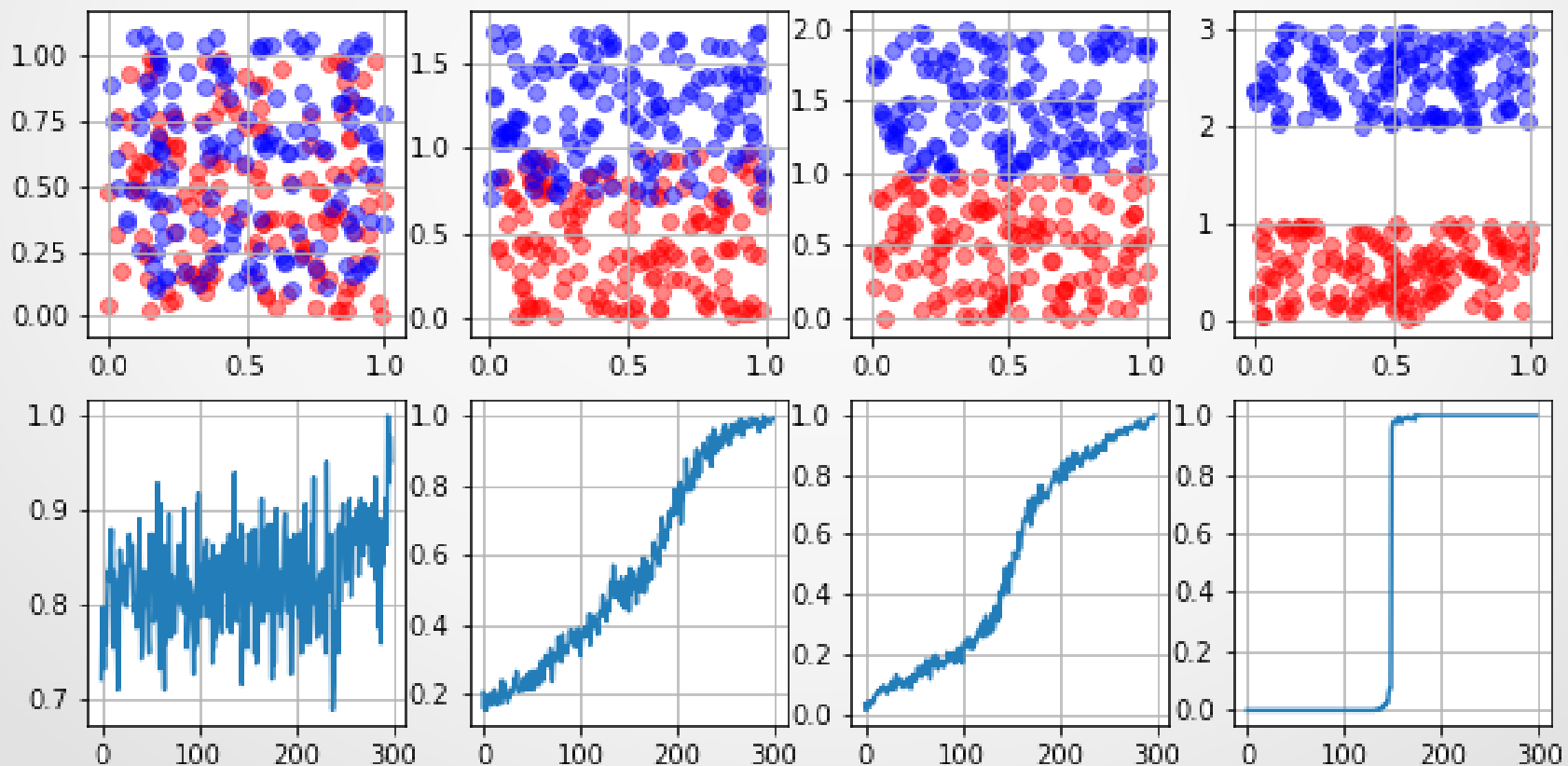
метрические методы

профиль компактности - метод оценки данных и метрик на них

доля объектов, у которых m -тый сосед из другого класса

$$K(m, X) = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L [y_i \neq y_i^m]$$

x_i^m - m -тый сосед x_i
 y_i^m - ответ на m -том соседе x_i



метрические методы

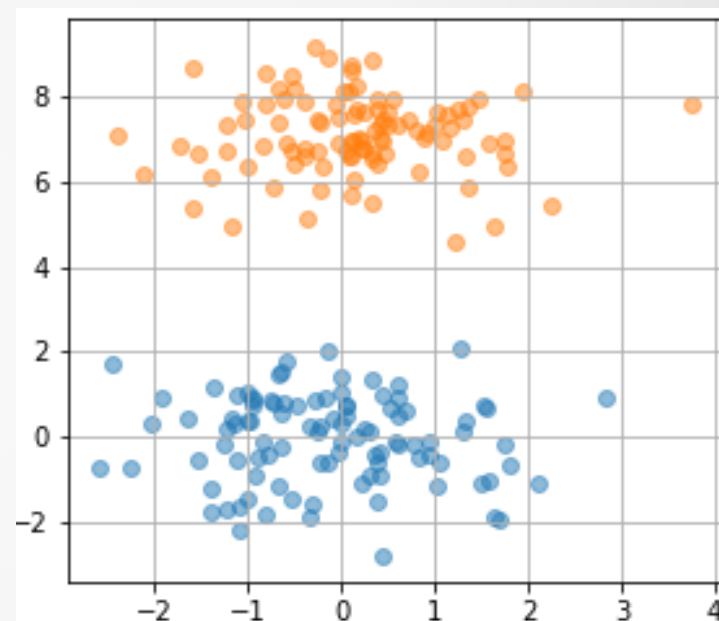
о задаче классификации

разделение данных на части (классы)

Учебный набор: [объект, ответ]

Задача: классификатор

объект → вектор-признак → класс



метрические методы

метрический классификатор

X - пространство признаков размерности m

$X_i \in X$ – объекты учебной выборки

y_i – метки классов учебного набора X_i

метрические методы

метрический классификатор

X - пространство признаков размерности

$X_i \subset X$ – объекты учебной выборки

y_i – метки классов учебного набора X_i

$u \in X$ – выберем объект

выстроим соседей из X_i и объекта u по расстоянию (вариационный ряд)

$$\rho(u, x_u^1) \leq \rho(u, x_u^2) \leq \dots \leq \rho(u, x_u^n)$$

метрические методы

метрический классификатор

X - пространство признаков размерности

$X_1 \subset X$ – объекты учебной выборки

y_1 – метки классов учебного набора X_1

$u \in X$ – выберем объект

выстроим соседей из X_1 и объекта u по расстоянию (вариационный ряд)

$$\rho(u, x_u^1) \leq \rho(u, x_u^2) \leq \dots \leq \rho(u, x_u^n)$$

$v(i, u)$ - ф-ция оценки важности i -того соседа объекта u ,
убывает по мере удаления от u

метрические методы

метрический классификатор

X - пространство признаков размерности

$X_i \subset X$ – объекты учебной выборки

y_i – метки классов учебного набора X_i

$u \in X$ – выберем объект

выстроим соседей из X_i и объекта u по расстоянию (вариационный ряд)

$$\rho(u, x_u^1) \leq \rho(u, x_u^2) \leq \dots \leq \rho(u, x_u^n)$$

$v(i, u)$ - ф-ция оценки важности i -того соседа объекта u ,
убывает по мере удаления от u

$$\Gamma_y(u) = \sum_i [y = y_i] v(i, u) \quad - \text{оценка близости } u \text{ к классу } y$$

метрические методы

метрический классификатор

X - пространство признаков размерности

$X_l \subset X$ – объекты учебной выборки

y_l – метки классов учебного набора X_l

$u \in X$ – выберем объект

выстроим соседей из X_l и объекта u по расстоянию (вариационный ряд)

$$\rho(u, x_u^1) \leq \rho(u, x_u^2) \leq \dots \leq \rho(u, x_u^n)$$

$v(i, u)$ - ф-ция оценки важности i -того соседа объекта u ,
убывает по мере удаления от u

$$\Gamma_y(u) = \sum_i [y = y_i] v(i, u) \quad - \text{оценка близости } u \text{ к классу } y$$

$$a(u, X_l) = \underset{y \in y_l}{\operatorname{argmax}} \Gamma_y(u)$$

метрические методы

метод ближайшего соседа (1NN)

$$v(i,u) = [i=1]$$

достоинства:

- простота
- интерпретируемость

недостатки:

- неустойчив к шуму
- нет параметров
- недостаточная точность
- выборка хранится целиком

метрические методы

метод ближайшего соседа (1NN)

$$v(i,u) = [i=1]$$

достоинства:

- простота
- интерпретируемость

недостатки:

- неустойчив к шуму
- нет параметров
- недостаточная точность
- выборка хранится целиком

метод k-соседей (kNN)

$$v(i,u) = [i < k]$$

достоинства:

- более устойчив к шуму чем 1NN
- есть параметр - количество соседей k

недостатки:

- возможны неоднозначности

метрические методы

метод ближайшего соседа (1NN)

$$v(i,u) = [i=1]$$

достоинства:

- простота
- интерпретируемость

недостатки:

- неустойчив к шуму
- нет параметров
- недостаточная точность
- выборка хранится целиком

метод k-соседей (kNN)

$$v(i,u) = [i < k]$$

достоинства:

- более устойчив к шуму чем 1NN
- есть параметр - количество соседей k

недостатки:

- возможны неоднозначности

метод взвешенных k-соседей

$$v(i,u) = [i < k]w_i$$

w_i - вес соседа

как выбирать вес w_i ?

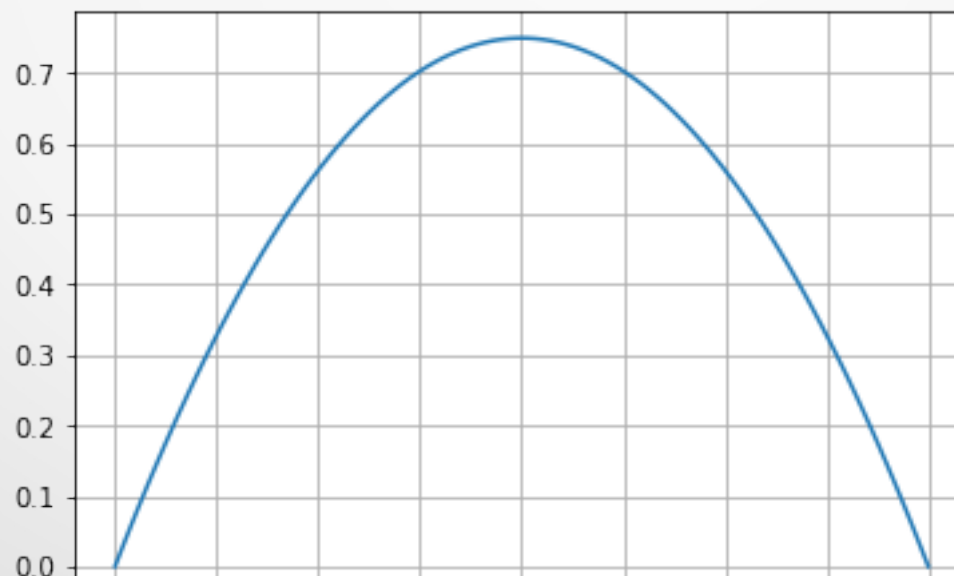
метрические методы

метод взвешенных k-соседей

$$v(i,u) = [i < k] w_i \quad w_i - \text{вес соседа}$$

как выбирать вес w_i ?

$$v(i,u) = K \left(\frac{\rho(u, x_u^i)}{h} \right) \quad \text{выбираем степень важности } i\text{-того соседа на основании расстояния до него}$$

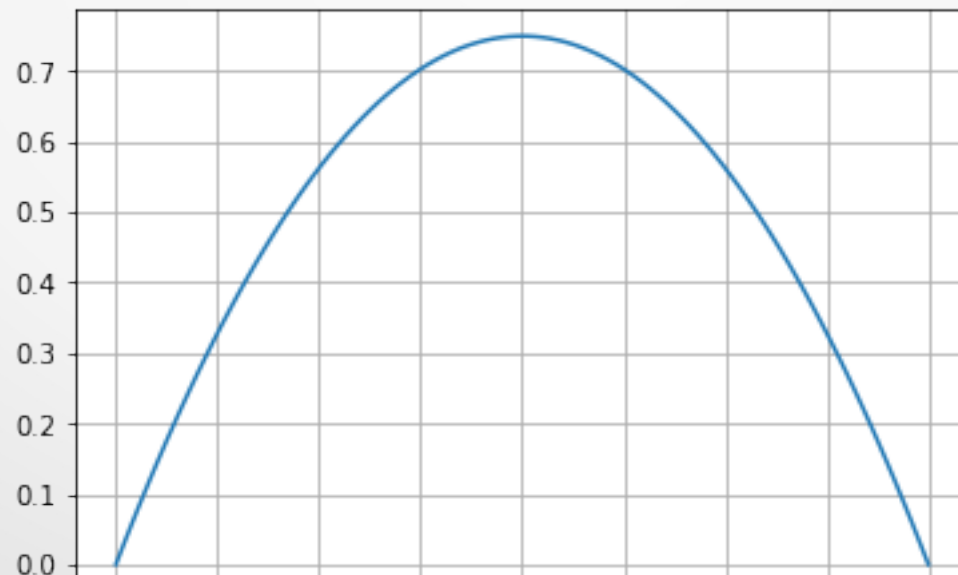


метрические методы

метод взвешенных k-соседей - парзеновское окно

выбираем степень важности i -того соседа на основании расстояния

$$a(u, X_l) = \underset{y \in y_l}{argmax} \sum_i [y(i) = y] K\left(\frac{\rho(u, x_u^i)}{h}\right)$$



метрические методы: литература

Борисов Е.С. Методы машинного обучения. 2024

https://github.com/mechanoid5/ml_lectorium_2024_I

Машинное обучение для людей

https://vas3k.ru/blog/machine_learning/

Константин Воронцов - Машинное обучение. ШАД Яндекс

https://www.youtube.com/playlist?list=PLJOzdkh8T5kp99tGTEFjH_b9zqEQiiBtC

Радослав Нейчев - Машинное обучение, ФПМИ, 2020

https://www.youtube.com/playlist?list=PL4_hYwCyhAvZyW6qS58x4uElZgAkMVUvj