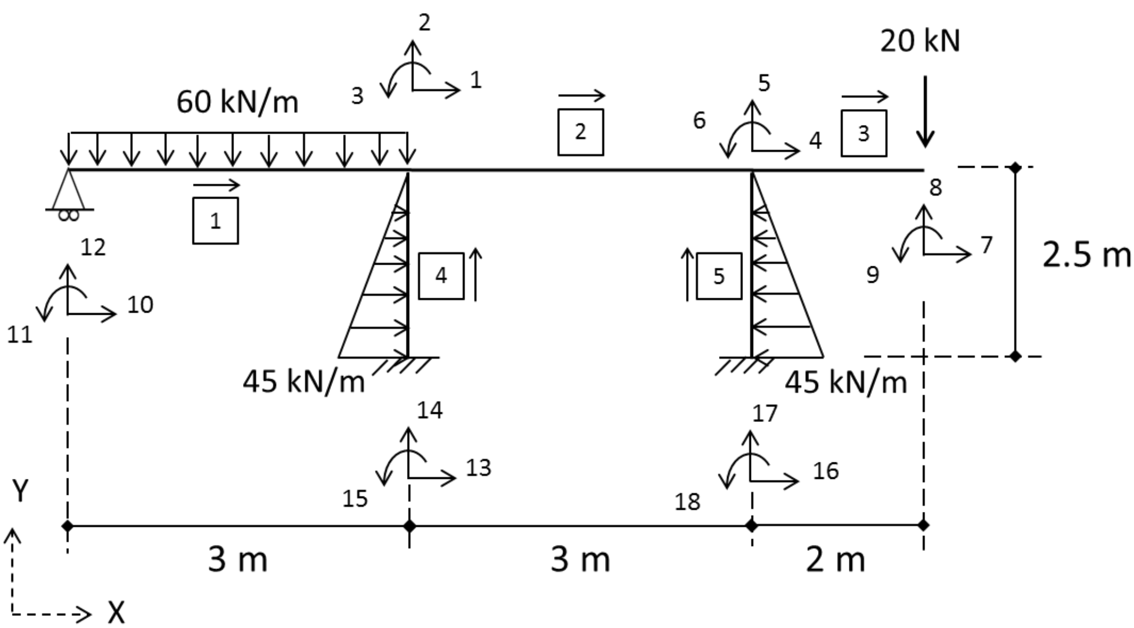
ANÁLISIS ESTRUCTURAL

TALLER 4. Análisis de carga en pórticos – 2017-2

Nombre:____

Encontrar las fuerzas internas (diagramas de momento, cortante y fuerza axial) para el pórtico de concreto de la figura cuando está sujeto a las cargas mostradas. Las columnas tienen sección cuadrada de 200 mm de lado y la viga tiene una sección rectangular de 200 mm x 250 mm.



PROCEDIMIENTO:

1. Generación del vector {F}= {N}-{L}

   a) Determinar el vector de cargas aplicado en los nodos {N}. Identificar y almacenar el vector {N_0}.

$$
\boldsymbol{N} = \begin{array}{c}\left\{\begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}\right\}\end{array}\begin{array}{l}\mathbf{1}\\ \mathbf{2}\\ \mathbf{3}\\ \mathbf{4}\\ \mathbf{5}\\ \mathbf{6}\\ \mathbf{7}\\ \mathbf{8}\\ \mathbf{9}\\ \mathbf{10}\\ \mathbf{11}\\ \mathbf{12}\\ \mathbf{13}\\ \mathbf{14}\\ \mathbf{15}\\ \mathbf{16}\\ \mathbf{17}\\ \mathbf{18}\end{array}
$$

b) Identificar los elementos con cargas en las luces, luego generar el vector de reacciones de empotramiento en coordenadas locales {l} de cada elemento. Almacenar dichos vectores en la matriz tridimensional MLL.

$$
\boldsymbol{l_1} = \left\{\begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}\right\}\begin{array}{l}\boldsymbol{x_i}\\ \boldsymbol{y_i}\\ \boldsymbol{z_i}\\ \boldsymbol{x_f}\\ \boldsymbol{y_f}\\ \boldsymbol{z_f}\end{array}
\quad
\boldsymbol{l_2} = \left\{\begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}\right\}\begin{array}{l}\boldsymbol{x_i}\\ \boldsymbol{y_i}\\ \boldsymbol{z_i}\\ \boldsymbol{x_f}\\ \boldsymbol{y_f}\\ \boldsymbol{z_f}\end{array}
\quad
\boldsymbol{l_3} = \left\{\begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}\right\}\begin{array}{l}\boldsymbol{x_i}\\ \boldsymbol{y_i}\\ \boldsymbol{z_i}\\ \boldsymbol{x_f}\\ \boldsymbol{y_f}\\ \boldsymbol{z_f}\end{array}
$$

$$
\boldsymbol{l_4} = \left\{\begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}\right\}\begin{array}{l}\boldsymbol{x_i}\\ \boldsymbol{y_i}\\ \boldsymbol{z_i}\\ \boldsymbol{x_f}\\ \boldsymbol{y_f}\\ \boldsymbol{z_f}\end{array}
\quad
\boldsymbol{l_5} = \left\{\begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}\right\}\begin{array}{l}\boldsymbol{x_i}\\ \boldsymbol{y_i}\\ \boldsymbol{z_i}\\ \boldsymbol{x_f}\\ \boldsymbol{y_f}\\ \boldsymbol{z_f}\end{array}
$$

c) Calcular el vector de reacciones de empotramiento en coordenadas globales {L} de cada elemento. {L} = [T] * {l}

MLG: matriz de almacenamiento de reacciones de empotramiento en coordenadas globales de cada elemento

$$
\begin{array}{|l|}
\hline
MLG \leftarrow ceros(6{,}1, Ne) \\
para\ i \leftarrow 1\ hasta\ Ne\ hacer: \\
\qquad MLG(i) \leftarrow MAT(i) * MLL(i) \\
fin \\
\hline
\end{array}
$$

$$L_1 = \begin{Bmatrix} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{Bmatrix} \begin{matrix} \mathbf{10} \\ \mathbf{12} \\ \mathbf{11} \\ \mathbf{1} \\ \mathbf{2} \\ \mathbf{3} \end{matrix} \qquad L_2 = \begin{Bmatrix} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{Bmatrix} \begin{matrix} \mathbf{1} \\ \mathbf{2} \\ \mathbf{3} \\ \mathbf{4} \\ \mathbf{5} \\ \mathbf{6} \end{matrix} \qquad L_3 = \begin{Bmatrix} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{Bmatrix} \begin{matrix} \mathbf{4} \\ \mathbf{5} \\ \mathbf{6} \\ \mathbf{7} \\ \mathbf{8} \\ \mathbf{9} \end{matrix}$$

$$L_4 = \begin{Bmatrix} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{Bmatrix} \begin{matrix} \mathbf{13} \\ \mathbf{14} \\ \mathbf{15} \\ \mathbf{1} \\ \mathbf{2} \\ \mathbf{3} \end{matrix} \qquad L_5 = \begin{Bmatrix} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{Bmatrix} \begin{matrix} \mathbf{16} \\ \mathbf{17} \\ \mathbf{18} \\ \mathbf{4} \\ \mathbf{5} \\ \mathbf{6} \end{matrix}$$

d) Ensamblar los vectores {L} y {F} de la estructura ({F} = {N} - {L}). Almacenar los vectores $\{L_0\}$, $\{L_1\}$ y $\{F_0\}$.

$$
\begin{array}{l}
L \leftarrow ceros(NGL, 1) \\
para\ i \leftarrow 1\ hasta\ Ne\ hacer: \\
\qquad para\ j\ \leftarrow 1\ hasta\ 6\ hacer: \\
\qquad\qquad L(MGL(i,j),1) \leftarrow L(MGL(i,j),1) + MLG(j,1,i) \\
\qquad fin \\
fin \\
L0 \leftarrow L(1{:}\,NGLL, 1) \\
L1 \leftarrow L(NGLL + 1{:}\,NGL, 1)
\end{array}
$$

$$L = \begin{Bmatrix} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{Bmatrix} \begin{matrix} \mathbf{1} \\ \mathbf{2} \\ \mathbf{3} \\ \mathbf{4} \\ \mathbf{5} \\ \mathbf{6} \\ \mathbf{7} \\ \mathbf{8} \\ \mathbf{9} \\ \mathbf{10} \\ \mathbf{11} \\ \mathbf{12} \\ \mathbf{13} \\ \mathbf{14} \\ \mathbf{15} \\ \mathbf{16} \\ \mathbf{17} \\ \mathbf{18} \end{matrix} \qquad F = \begin{Bmatrix} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{Bmatrix} \begin{matrix} \mathbf{1} \\ \mathbf{2} \\ \mathbf{3} \\ \mathbf{4} \\ \mathbf{5} \\ \mathbf{6} \\ \mathbf{7} \\ \mathbf{8} \\ \mathbf{9} \\ \mathbf{10} \\ \mathbf{11} \\ \mathbf{12} \\ \mathbf{13} \\ \mathbf{14} \\ \mathbf{15} \\ \mathbf{16} \\ \mathbf{17} \\ \mathbf{18} \end{matrix}$$

2. Acciones en los extremos de los elementos en coordenadas globales

a) Ensamblar el vector {U}. Almacenar el vector {U_1}.

$$\boldsymbol{U} = \left\{ \begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \mathbf{1} \\ \mathbf{2} \\ \mathbf{3} \\ \mathbf{4} \\ \mathbf{5} \\ \mathbf{6} \\ \mathbf{7} \\ \mathbf{8} \\ \mathbf{9} \\ \mathbf{10} \\ \mathbf{11} \\ \mathbf{12} \\ \mathbf{13} \\ \mathbf{14} \\ \mathbf{15} \\ \mathbf{16} \\ \mathbf{17} \\ \mathbf{18} \end{array}$$

b) Subdividir la matriz de rigidez global en las matrices K_0, K_1, K_2 y K_3.

$K0 \leftarrow KG(1{:}NGLL, 1{:}NGLL)$
$K1 \leftarrow KG(1{:}NGLL, NGLL+1{:}NGL)$
$K2 \leftarrow KG(NGLL+1{:}NGL, 1{:}NGLL)$
$K3 \leftarrow KG(NGLL+1{:}NGL, NGLL+1{:}NGL)$

c) Encontrar los desplazamientos en los grados de libertad libres y el vector {F1}.

$Feff \leftarrow F0 - K1 * U1$
$U0 \leftarrow inversa(K0) * Feff$
$F1 \leftarrow K2 * U0 + K3 * U1$

Desplazamientos:

U_1 (mm) = ___________
U_2 (mm) = ___________
U_3 (rad) = ___________
U_4 (mm) = ___________
U_5 (mm) = ___________
U_6 (rad) = ___________
U_7 (mm) = ___________

U_8 (mm) = ___________
U_9 (rad) = ___________
U_{10} (mm) = ___________
U_{11} (rad) = ___________

$$\boldsymbol{F_1} = \left\{ \begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\}$$

d) Encontrar las reacciones, $\{N_1\}$, (recordar que {F} = {N} – {L}).

```
N1 ← F1 + L1
```

R_{12} (kN) = ___________

R_{13} (kN) =___________

R_{14} (kN) =_________

R_{15} (kN-m) =___________

R_{16} (kN) =___________

R_{17} (kN) =___________

R_{18} (kN-m) =___________

e) Encontrar las fuerzas internas en coordenadas globales para cada elemento. {F} = [K]*{U}

MU: matriz de almacenamiento de desplazamientos de cada elemento

MFG: matriz de almacenamiento de fuerzas internas globales de cada elemento

U: vector de desplazamientos de los grados de libertad

```
U ← concatenar(U0, U1)
MU ← ceros(6,1, Ne)
para i ← 1 hasta Ne hacer:
        para j ← 1 hasta 6 hacer:
                MU(j, 1, i) ← U(MGL(i, j), 1)
        fin
fin
MFG ← ceros(6,1, Ne)
para i ← 1 hasta Ne hacer:
        MFG(i) ← MAG(i) * MU(i)
fin
```

$$\boldsymbol{K_1} = \begin{bmatrix} & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{U_1} = \begin{Bmatrix} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{Bmatrix} \begin{array}{c} \mathbf{10} \\ \mathbf{12} \\ \mathbf{11} \\ \mathbf{1} \\ \mathbf{2} \\ \mathbf{3} \end{array}$$

$$\boldsymbol{F_1} = \begin{Bmatrix} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{Bmatrix} \begin{array}{c} \mathbf{10} \\ \mathbf{12} \\ \mathbf{11} \\ \mathbf{1} \\ \mathbf{2} \\ \mathbf{3} \end{array}$$

$$\boldsymbol{K_2} = \begin{bmatrix} & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{U_2} = \begin{Bmatrix} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{Bmatrix} \begin{matrix} \mathbf{1} \\ \mathbf{2} \\ \mathbf{3} \\ \mathbf{4} \\ \mathbf{5} \\ \mathbf{6} \end{matrix}$$

$$\boldsymbol{F_2} = \begin{Bmatrix} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{Bmatrix} \begin{matrix} \mathbf{1} \\ \mathbf{2} \\ \mathbf{3} \\ \mathbf{4} \\ \mathbf{5} \\ \mathbf{6} \end{matrix}$$

$$\boldsymbol{K_3} = \begin{bmatrix} & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{U_3} = \begin{Bmatrix} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{Bmatrix} \begin{matrix} \mathbf{4} \\ \mathbf{5} \\ \mathbf{6} \\ \mathbf{7} \\ \mathbf{8} \\ \mathbf{9} \end{matrix}$$

$$\boldsymbol{F_3} = \begin{Bmatrix} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{Bmatrix} \begin{matrix} \mathbf{4} \\ \mathbf{5} \\ \mathbf{6} \\ \mathbf{7} \\ \mathbf{8} \\ \mathbf{9} \end{matrix}$$

$$\boldsymbol{K_4} = \begin{bmatrix} & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{U_4} = \begin{Bmatrix} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{Bmatrix} \begin{array}{c} \mathbf{13} \\ \mathbf{14} \\ \mathbf{15} \\ \mathbf{1} \\ \mathbf{2} \\ \mathbf{3} \end{array}$$

$$\boldsymbol{F_4} = \begin{Bmatrix} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{Bmatrix} \begin{array}{c} \mathbf{13} \\ \mathbf{14} \\ \mathbf{15} \\ \mathbf{1} \\ \mathbf{2} \\ \mathbf{3} \end{array}$$

$$\boldsymbol{K_5} = \begin{bmatrix} & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{U_5} = \begin{Bmatrix} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{Bmatrix} \begin{array}{c} \mathbf{16} \\ \mathbf{17} \\ \mathbf{18} \\ \mathbf{4} \\ \mathbf{5} \\ \mathbf{6} \end{array}$$

$$\boldsymbol{F_5} = \begin{Bmatrix} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{Bmatrix} \begin{array}{c} \mathbf{16} \\ \mathbf{17} \\ \mathbf{18} \\ \mathbf{4} \\ \mathbf{5} \\ \mathbf{6} \end{array}$$

f) Calcular el vector {N} de cada elemento. {N} = {L} + {F}

MN: matriz de almacenamiento de los vectores {N} de cada elemento

$MN \leftarrow ceros(6{,}1, Ne)$
$para\ i\ \leftarrow\ 1\ hasta\ Ne\ hacer:$
$\qquad MN(i) = MLG(i) + MFG(i)$
fin

$$\boldsymbol{N_1} = \left\{\begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}\right\}\begin{array}{c}\mathbf{10}\\ \mathbf{12}\\ \mathbf{11}\\ \mathbf{1}\\ \mathbf{2}\\ \mathbf{3}\end{array} \qquad \boldsymbol{N_2} = \left\{\begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}\right\}\begin{array}{c}\mathbf{1}\\ \mathbf{2}\\ \mathbf{3}\\ \mathbf{4}\\ \mathbf{5}\\ \mathbf{6}\end{array} \qquad \boldsymbol{N_3} = \left\{\begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}\right\}\begin{array}{c}\mathbf{4}\\ \mathbf{5}\\ \mathbf{6}\\ \mathbf{7}\\ \mathbf{8}\\ \mathbf{9}\end{array}$$

$$\boldsymbol{N_4} = \left\{\begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}\right\}\begin{array}{c}\mathbf{13}\\ \mathbf{14}\\ \mathbf{15}\\ \mathbf{1}\\ \mathbf{2}\\ \mathbf{3}\end{array} \qquad \boldsymbol{N_5} = \left\{\begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}\right\}\begin{array}{c}\mathbf{16}\\ \mathbf{17}\\ \mathbf{18}\\ \mathbf{4}\\ \mathbf{5}\\ \mathbf{6}\end{array}$$

g) Acciones en los extremos de los elementos en coordenadas locales. $\{f\} = [T]^T * \{N\}$

MFL: matriz de almacenamiento de fuerzas internas locales de cada elemento

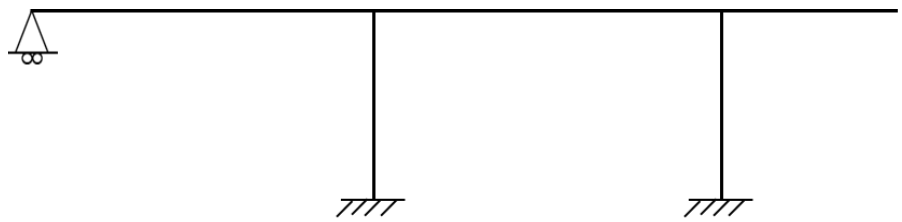
```
MFL ← ceros(6,1,Ne)
para i ← 1 hasta Ne hacer:
        MFL(i) ← transponerMAT(i) * MN(i)
fin
```

$$\boldsymbol{f_1} = \left\{\begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}\right\} \qquad \boldsymbol{f_2} = \left\{\begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}\right\} \qquad \boldsymbol{f_3} = \left\{\begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}\right\}$$

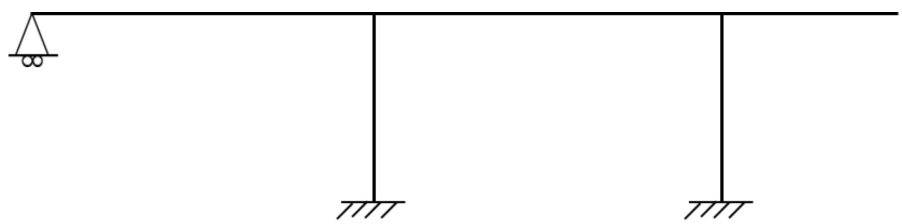
$$\boldsymbol{f_4} = \left\{\begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}\right\} \qquad \boldsymbol{f_5} = \left\{\begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}\right\}$$

3. Dibujar los diagramas de fuerza axial, cortante y momento.

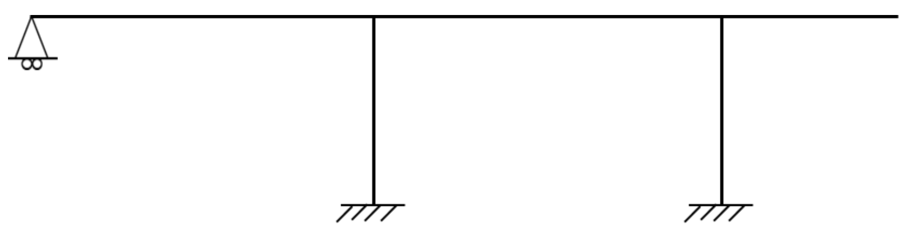
Fuerza axial



Fuerza cortante



Momento flector



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	
668.7	0	2.6	-333.3	0	0	0	0	0	-333.3	0	0	-2.1	0	2.6	0	0	0	1
0	324.6	0	0	-2.3	3.5	0	0	0	0	-3.5	-2.3	0	-320.0	0	0	0	0	2
2.6	0	18.2	0	-3.5	3.5	0	0	0	0	3.5	3.5	-2.6	0	2.1	0	0	0	3
-333.3	0	0	835.4	0	2.6	-500.0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2.1	0	2.6	4
0	-2.3	-3.5	0	330.1	4.3	0	-7.8	7.8	0	0	0	0	0	0	0	-320.0	0	5
0	3.5	3.5	2.6	4.3	21.6	0	-7.8	5.2	0	0	0	0	0	0	-2.6	0	2.1	6
0	0	0	-500.0	0	0	500.0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7
0	0	0	0	-7.8	-7.8	0	7.8	-7.8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8
0	0	0	0	7.8	5.2	0	-7.8	10.4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9
-333.3	0	0	0	0	0	0	0	0	333.3	0	0	0	0	0	0	0	0	10
0	-3.5	3.5	0	0	0	0	0	0	0	6.9	3.5	0	0	0	0	0	0	11
0	-2.3	3.5	0	0	0	0	0	0	0	3.5	2.3	0	0	0	0	0	0	12
-2.1	0	-2.6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2.1	0	-2.6	0	0	0	13
0	-320.0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	320.0	0	0	0	0	14
2.6	0	2.1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2.6	0	4.3	0	0	0	15
0	0	0	-2.1	0	-2.6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2.1	0	-2.6	16
0	0	0	0	-320.0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	320.0	0	17
0	0	0	2.6	0	2.1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2.6	0	4.3	18

K (MN,m)