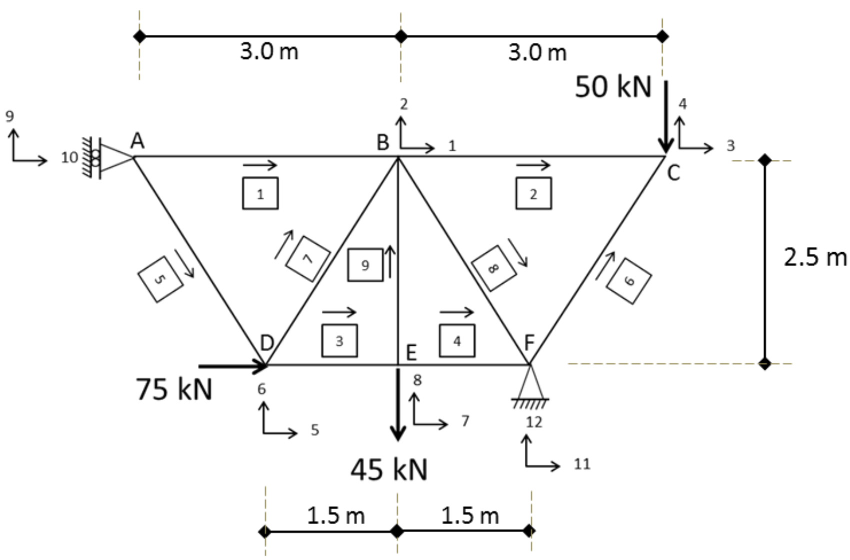
ANÁLISIS ESTRUCTURAL

TALLER 3. Análisis de carga en cerchas – 2017-2

Nombre:____

Calcular para la cercha que se muestra a continuación, utilizando el método matricial, las fuerzas de cada elemento, las reacciones y los desplazamientos de cada uno de los nudos. Para tal fin se anexa la matriz de rigidez de la estructura (numeración de grados de libertad según la figura). Los elementos son de acero, las barras internas de la cercha tienen un área transversal de 550 mm^2 y las barras externas tienen un área transversal de 700 mm^2.



PROCEDIMIENTO:

a) Determinar los grados de libertad libres (sin restricciones):

Número de grados de libertad libres (NGLL): _______________
Grados de libertad libres: _________________________

¿Conoce los desplazamientos de estos grados de libertad? __________________
¿Conoce las cargas de estos grados de libertad? ___________________________

b) Determinar los grados de libertad con restricciones:

Número de grados de libertad restringidos (NGLR): ___________________
Grados de libertad restringidos: ___________________

¿Conoce los desplazamientos de estos grados de libertad? __________________
¿Conoce las cargas de estos grados de libertad? ___________________________

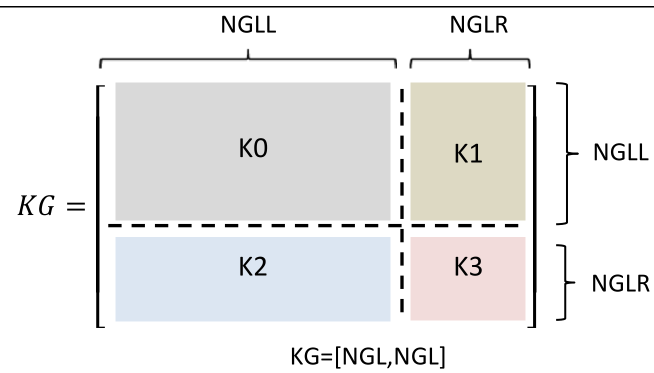
c) Ensamblar el vector total de las cargas aplicadas en los nodos de la cercha:

$$\boldsymbol{F} = \left\{\begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}\right\}\begin{array}{c}\mathbf{1}\\ \mathbf{2}\\ \mathbf{3}\\ \mathbf{4}\\ \mathbf{5}\\ \mathbf{6}\\ \mathbf{7}\\ \mathbf{8}\\ \mathbf{9}\\ \mathbf{10}\\ \mathbf{11}\\ \mathbf{12}\end{array}$$

d) Ensamblar el vector total de los desplazamientos de los nodos de la cercha:

$$\boldsymbol{U} = \left\{\begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}\right\}\begin{array}{c}\mathbf{1}\\ \mathbf{2}\\ \mathbf{3}\\ \mathbf{4}\\ \mathbf{5}\\ \mathbf{6}\\ \mathbf{7}\\ \mathbf{8}\\ \mathbf{9}\\ \mathbf{10}\\ \mathbf{11}\\ \mathbf{12}\end{array}$$

e) Subdividir la matriz de rigidez global de la estructura en las matrices K_0, K_1, K_2 y K_3. De igual modo subdividir los vectores de carga y de desplazamiento en los vectores F_0 y F_1 y U_0 y U_1 respectivamente.

$K0 \leftarrow KG(1{:}NGLL, 1{:}NGLL)$ $K1 \leftarrow KG(1{:}NGLL, NGLL+1{:}NGL)$ $K2 \leftarrow KG(NGLL+1{:}NGL, 1{:}NGLL)$ $K3 \leftarrow KG(NGLL+1{:}NGL, NGLL+1{:}NGL)$	

f) Expandir la expresión:

$$\begin{Bmatrix} F_0 \\ F_1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_0 & K_1 \\ K_2 & K_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_0 \\ U_1 \end{Bmatrix}$$

Generar los vectores F_0, U_0 y U_1:

$$\boldsymbol{F0} = \left\{\begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}\right\} \qquad \boldsymbol{U0} = \left\{\begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}\right\} \qquad \boldsymbol{U1} = \left\{\begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}\right\}$$

g) Encontrar los desplazamientos en los grados de libertad libres (desplazamientos desconocidos) y las reacciones.

$$Feff \leftarrow F0 - K1 * U1$$
$$U0 \leftarrow inversa(K0) * Feff$$
$$F1 \leftarrow K2 * U0 + K3 * U1$$

Desplazamientos:

U_1 (mm) =___________

U_2 (mm) =___________

U_3 (mm) =___________

U_4 (mm) =___________

U_5 (mm) =___________

U_6 (mm) =___________

U_7 (mm) =___________

U_8 (mm) =___________

U_9 (mm) =___________

Reacciones:

R_{10} (kN) =___________

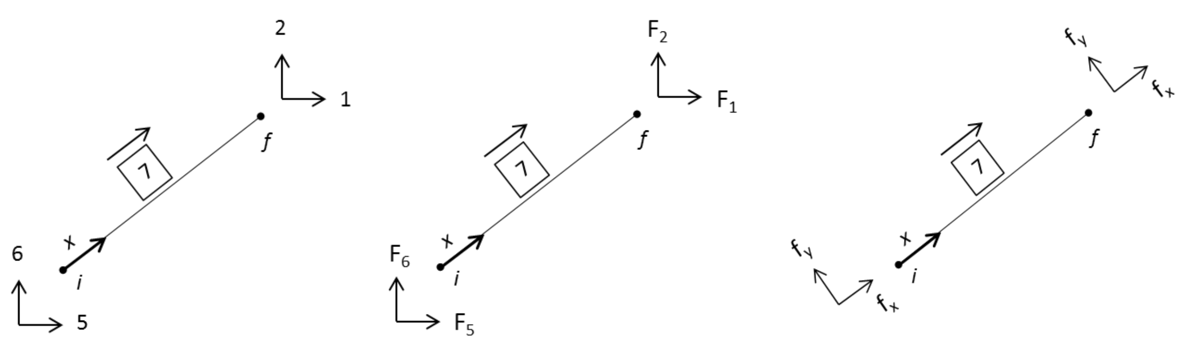
R_{11} (kN) =___________

R_{12} (kN) =___________

h) Encontrar las fuerzas internas en coordenadas globales para cada elemento. {F}= [K]*{U}.

Analizando el elemento 7, se pueden observar las fuerzas de los elementos en coordenadas globales y en coordenadas locales.

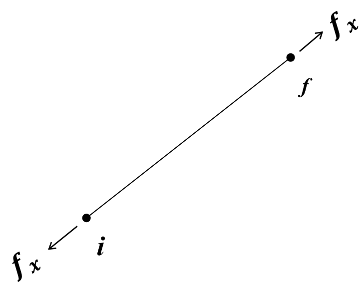
Elemento 7 | **Fuerzas globales de los elementos {F}** | **Fuerzas locales {f}**



$$\text{Fuerzas globales } \boldsymbol{F} = \begin{Bmatrix} F_{Xi} \\ F_{Yi} \\ F_{Xf} \\ F_{Yf} \end{Bmatrix} \begin{matrix} 5 \\ 6 \\ 1 \\ 2 \end{matrix} \qquad \text{Fuerzas locales } \boldsymbol{f} = \begin{Bmatrix} f_{xi} \\ f_{yi} \\ f_{xf} \\ f_{yf} \end{Bmatrix}$$

Como los elementos de cercha sólo tienen fuerza axial, entonces, $\boldsymbol{f} = \begin{Bmatrix} f_{xi} \\ 0 \\ f_{xf} \\ 0 \end{Bmatrix}$

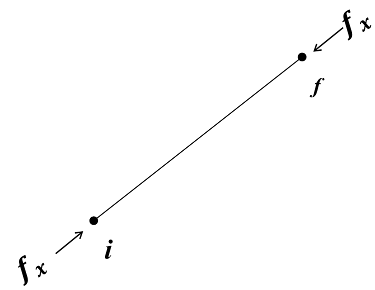
Elemento a tensión



$f_{xi} = negativa$

$f_{xf} = positiva$

Elemento a compresión



$f_{xi} = positiva$

$f_{xf} = negativa$

Por lo tanto, la fuerza del elemento será $-f_{xi}$ (ó $+f_{xf}$)

Fuerzas internas en coordenadas globales para cada elemento. {F}= [K]*{U}.

MU: matriz de almacenamiento de desplazamientos de cada elemento
MFG: matriz de almacenamiento de fuerzas internas globales de cada elemento
U: vector de desplazamientos de los grados de libertad

```
U ← concatenar(U0, U1)
MU ← ceros(4,1, Ne)
para i ← 1 hasta Ne hacer
        para j ← 1 hasta 4 hacer
                MU(j, 1, i) ← U(MGL(i, j), 1)
        fin
fin
MFG ← ceros(4,1, Ne)
para i ← 1 hasta Ne hacer
        MFG(i) ← MAG(i) * MU(i)
fin
```

$$K_1 = \begin{bmatrix} \quad & \quad & \quad & \quad \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{bmatrix} \qquad U_1 = \left\{ \begin{matrix} \quad \\ \quad \\ \quad \\ \quad \end{matrix} \right\} \begin{matrix} \mathbf{10} \\ \mathbf{9} \\ \mathbf{1} \\ \mathbf{2} \end{matrix}$$

$$F_1 = \left\{ \begin{matrix} \quad \\ \quad \\ \quad \\ \quad \end{matrix} \right\} \begin{matrix} \mathbf{10} \\ \mathbf{9} \\ \mathbf{1} \\ \mathbf{2} \end{matrix}$$

$$K_2 = \begin{bmatrix} \quad & \quad & \quad & \quad \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{bmatrix} \qquad U_2 = \left\{ \begin{matrix} \quad \\ \quad \\ \quad \\ \quad \end{matrix} \right\} \begin{matrix} \mathbf{1} \\ \mathbf{2} \\ \mathbf{3} \\ \mathbf{4} \end{matrix}$$

$$F_2 = \left\{ \begin{matrix} \quad \\ \quad \\ \quad \\ \quad \end{matrix} \right\} \begin{matrix} \mathbf{1} \\ \mathbf{2} \\ \mathbf{3} \\ \mathbf{4} \end{matrix}$$

$$K_3 = \begin{bmatrix} \quad & \quad & \quad & \quad \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{bmatrix} \qquad U_3 = \left\{ \begin{matrix} \quad \\ \quad \\ \quad \\ \quad \end{matrix} \right\} \begin{matrix} \mathbf{5} \\ \mathbf{6} \\ \mathbf{7} \\ \mathbf{8} \end{matrix}$$

$$F_3 = \left\{ \begin{matrix} \quad \\ \quad \\ \quad \\ \quad \end{matrix} \right\} \begin{matrix} \mathbf{5} \\ \mathbf{6} \\ \mathbf{7} \\ \mathbf{8} \end{matrix}$$

$$\boldsymbol{K_4} = \begin{bmatrix} & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{U_4} = \left\{ \begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{c} \mathbf{7} \\ \mathbf{8} \\ \mathbf{11} \\ \mathbf{12} \end{array}$$

$$\boldsymbol{F_4} = \left\{ \begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{c} \mathbf{7} \\ \mathbf{8} \\ \mathbf{11} \\ \mathbf{12} \end{array}$$

$$\boldsymbol{K_5} = \begin{bmatrix} & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{U_5} = \left\{ \begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{c} \mathbf{10} \\ \mathbf{9} \\ \mathbf{5} \\ \mathbf{6} \end{array}$$

$$\boldsymbol{F_5} = \left\{ \begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{c} \mathbf{10} \\ \mathbf{9} \\ \mathbf{5} \\ \mathbf{6} \end{array}$$

$$\boldsymbol{K_6} = \begin{bmatrix} & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{U_6} = \left\{ \begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{c} \mathbf{11} \\ \mathbf{12} \\ \mathbf{3} \\ \mathbf{4} \end{array}$$

$$\boldsymbol{F_6} = \left\{ \begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{c} \mathbf{11} \\ \mathbf{12} \\ \mathbf{3} \\ \mathbf{4} \end{array}$$

$$K_7 = \begin{bmatrix} \quad & \quad & \quad & \quad \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{bmatrix} \qquad U_7 = \left\{ \begin{array}{c} \quad \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{c} \mathbf{5} \\ \mathbf{6} \\ \mathbf{1} \\ \mathbf{2} \end{array}$$

$$F_7 = \left\{ \begin{array}{c} \quad \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{c} \mathbf{5} \\ \mathbf{6} \\ \mathbf{1} \\ \mathbf{2} \end{array}$$

$$K_8 = \begin{bmatrix} \quad & \quad & \quad & \quad \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{bmatrix} \qquad U_8 = \left\{ \begin{array}{c} \quad \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{c} \mathbf{1} \\ \mathbf{2} \\ \mathbf{11} \\ \mathbf{12} \end{array}$$

$$F_8 = \left\{ \begin{array}{c} \quad \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{c} \mathbf{1} \\ \mathbf{2} \\ \mathbf{11} \\ \mathbf{12} \end{array}$$

$$K_9 = \begin{bmatrix} \quad & \quad & \quad & \quad \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{bmatrix} \qquad U_9 = \left\{ \begin{array}{c} \quad \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{c} \mathbf{7} \\ \mathbf{8} \\ \mathbf{1} \\ \mathbf{2} \end{array}$$

$$F_9 = \left\{ \begin{array}{c} \quad \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{c} \mathbf{7} \\ \mathbf{8} \\ \mathbf{1} \\ \mathbf{2} \end{array}$$

i) Fuerzas en los extremos de los elementos en coordenadas locales. {f} = [T]^T *{F}

MFL: matriz de almacenamiento de fuerzas internas locales de cada elemento

$MFL \leftarrow ceros(4{,}1, Ne)$
$para\ i\ \leftarrow\ 1\ hasta\ Ne\ hacer$
$\quad MFL(i) \leftarrow transpuesta\big(MAT(i)\big) * MFG(i)$
fin

$$\boldsymbol{f_1} = \left\{ \quad \right\} \qquad \boldsymbol{f_2} = \left\{ \quad \right\} \qquad \boldsymbol{f_3} = \left\{ \quad \right\}$$

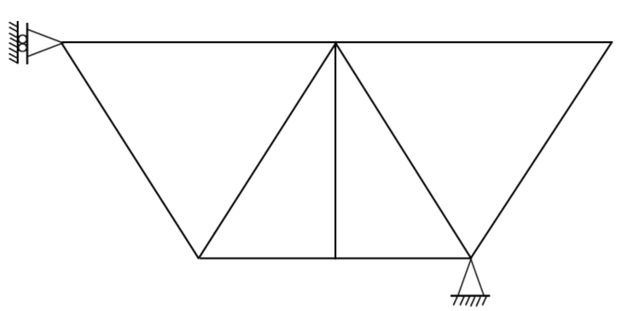
$$\boldsymbol{f_4} = \left\{ \quad \right\} \qquad \boldsymbol{f_5} = \left\{ \quad \right\} \qquad \boldsymbol{f_6} = \left\{ \quad \right\}$$

$$\boldsymbol{f_7} = \left\{ \quad \right\} \qquad \boldsymbol{f_8} = \left\{ \quad \right\} \qquad \boldsymbol{f_9} = \left\{ \quad \right\}$$

j) Indicar las fuerzas de cada elemento en el esquema.

FELEM: matriz de almacenamiento de fuerzas internas

$FELEM \leftarrow ceros(Ne, 1)$
$para\ i\ \leftarrow\ 1\ hasta\ Ne\ hacer$
$\quad FELEM(i, 1) \leftarrow -MFL(1{,}1, i)$
fin



Matriz de rigidez global K (kN/mm):

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
113.3	0	-46.7	0	-10.0	-16.7	0	0	0	-46.7	-10.0	16.7	1
0	99.5	0	0	-16.7	-27.7	0	-44.0	0	0	16.7	-27.7	2
-46.7	0	59.4	21.2	0	0	0	0	0	0	-12.7	-21.2	3
0	0	21.2	35.3	0	0	0	0	0	0	-21.2	-35.3	4
-10.0	-16.7	0	0	116.0	-4.5	-93.3	0	21.2	-12.7	0	0	5
-16.7	-27.7	0	0	-4.5	63.1	0	0	-35.3	21.2	0	0	6
0	0	0	0	-93.3	0	186.7	0	0	0	-93.3	0	7
0	-44.0	0	0	0	0	0	44.0	0	0	0	0	8
0	0	0	0	21.2	-35.3	0	0	35.3	-21.2	0	0	9
-46.7	0	0	0	-12.7	21.2	0	0	-21.2	59.4	0	0	10
-10.0	16.7	-12.7	-21.2	0	0	-93.3	0	0	0	116.0	4.5	11
16.7	-27.7	-21.2	-35.3	0	0	0	0	0	0	4.5	63.1	12