

RAPPORT PROJET BIOMEDICAL ENGINEERING:

Réalisé par:

HARRAS Hnia

SABAHI Anas

KPANKPAN KAMBIRE Edouard

KAMOUNI Aya

FANNI Mohamed

EL BARAKA Mohammed

Encadré par :

Marcel FILOCHE

Remerciement

On tient tout d'abord à adresser nos remerciements les plus chaleureux à notre cher professeur et encadrant Monsieur Marcel FILOCHE. Grâce à son expertise, et aussi à sa gentillesse, on a réussi à constituer nos premiers savoirs et savoir-faire dans l'ingénierie biomédicale.

À travers ce projet, il est devenu clair ce qui distingue une bonne modélisation d'un problème. Une approche méthodique qui comporte parmi d'autres : la rigueur du modèle mathématique, le choix méticuleux et fondé des hypothèses et des ordres de grandeur, le doute devant tout ce qui "semble bien" et la réflexion devant les échecs et les anomalies.

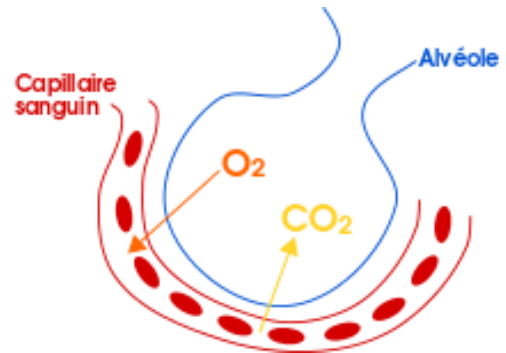
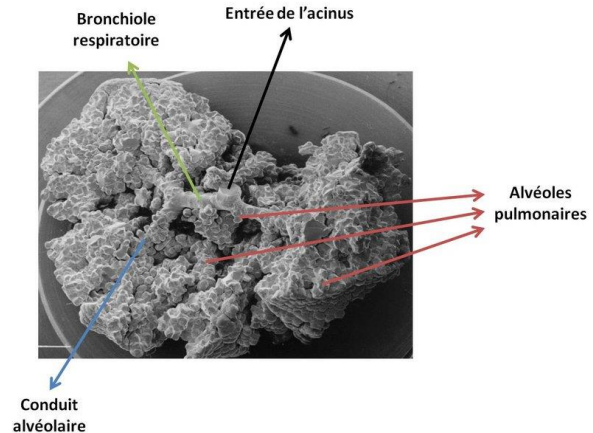
On remercie de plus notre cher professeur d'avoir pris de son temps pour partager ses connaissances précieuses avec nous. On espère faire le même pendant nos parcours.

Table des matières :

- I. Introduction et problématique
- II. Résolution de l'équation de diffusion
 - Régime stationnaire
 - Régime quasi-stationnaire
- III. Résolution de l'équation de diffusion en 2D avec déformation
- IV. Variation de débit de l'oxygène dans l'acinus en fonction de la longueur non écrantée

I. INTRODUCTION ET PROBLEMATIQUE :

Au cœur du fonctionnement complexe des poumons, l'échange gazeux est essentiel pour assurer la survie des organismes aériens. L'oxygène, précieux élément nécessaire à la respiration cellulaire, doit traverser plusieurs barrières anatomiques avant d'atteindre les capillaires pulmonaires, où il sera finalement transporté vers les tissus. Cependant, au sein de l'acinus pulmonaire, une unité structurelle fonctionnelle des poumons, la diffusion de l'oxygène à travers les tissus 2D se révèle être un processus d'une grande complexité. Cette problématique nous amène à explorer les mécanismes sous-jacents de la diffusion de l'oxygène à travers les différentes couches cellulaires et matricielles au sein de l'acinus, afin de mieux comprendre comment cette étape cruciale contribue à l'efficacité globale de l'échange gazeux pulmonaire. En plongeant dans cette investigation, nous pourrions éclairer les aspects physiologiques et pathologiques liés à la diffusion de l'oxygène dans cet environnement 2D particulier, ouvrant ainsi la voie à des avancées significatives dans la compréhension des maladies pulmonaires.



II. Etablissement du modèle mathématique :

Hypothèses et équations :

-Equation de diffusion : $\frac{\partial C}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{J} = 0$, $\vec{J} = -D \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(C)$

- Régime stationnaire : $\frac{\partial C}{\partial t} = 0$

- Milieu homogène : $D = cste$

- Finalement on a $\Delta C = 0$

Résolution de l'équation en 2D :

- L'équation de diffusion devient : $\Delta C = \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} = 0$

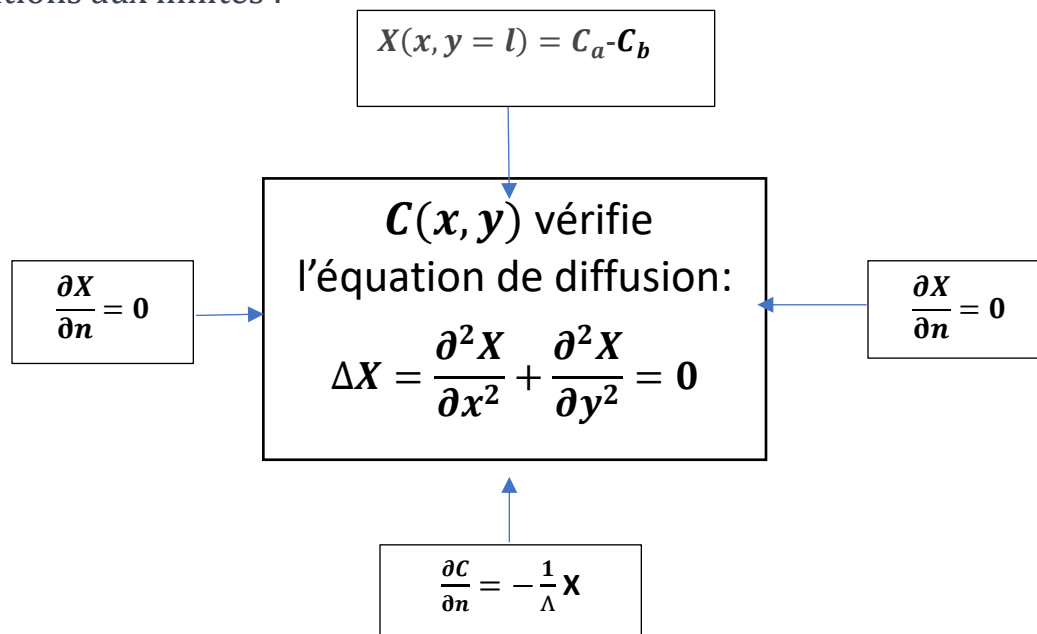
- Le domaine est sous forme rectangulaire

- On pose $X = C - C_b$

III. Résolution de l'équation de diffusion en 2D :

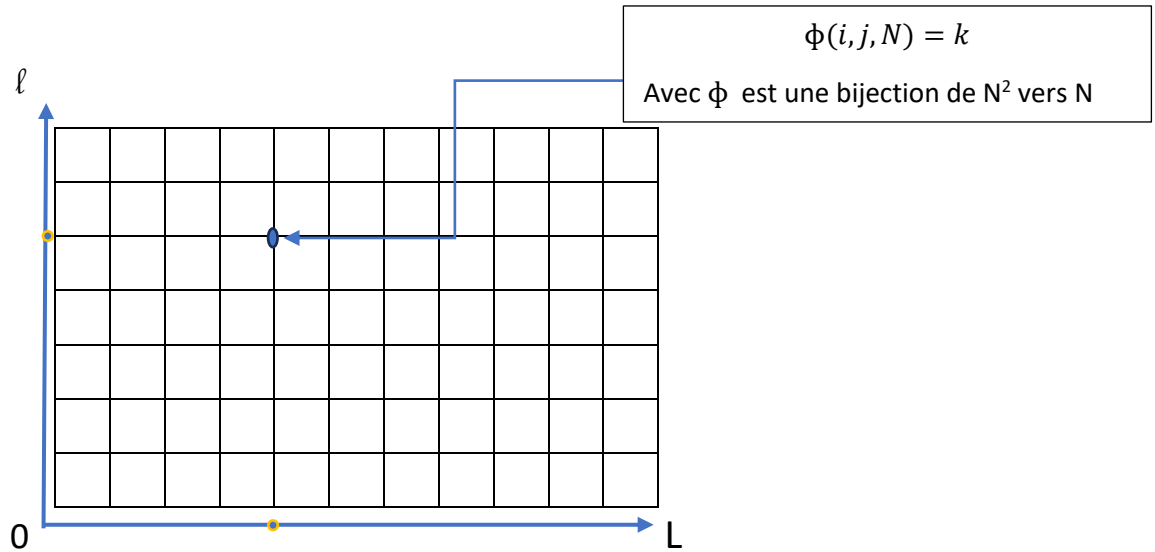
1. Initialisation avec une condition d'entrée constante.

- Conditions aux limites :



Discretisation du domaine

Nous cherchons une solution numérique approchée de $\Delta C = 0$ à l'intérieur du domaine rectangulaire de côtés ℓ et L .



L'équation différentielle peut être exprimée sous la forme : $A.X=B$

Avec X est une matrice colonne de longueur $N*M$ avec ($N = L/\Delta x$ et $M = \ell/\Delta y$ et Δx et Δy sont les pas de discrétisation) qui représente la matrice des inconnus où chaque point de la grille est un inconnu. Dans notre cas, on suppose que $\Delta x = \Delta y$.

A est une matrice carrée de taille $N*M$, qui représente les coefficients.

B est une matrice colonne de même taille que X , qui représente les seconds membres avec les conditions aux limites.

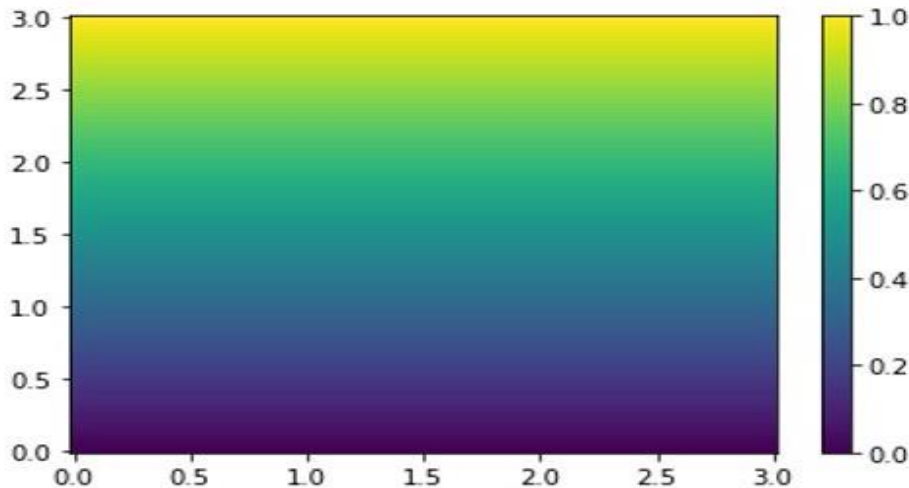
Pour résoudre le problème il faut définir une bijection de $[1, N] \times [1, M]$ vers $[1, N*M]$ pour que chaque point de la grille de discrétisation aura son équivalent dans la matrice des inconnus.

On définit alors cette bijection comme suit : $k = \phi(i, j, N) = j*N + i$

Et la bijection réciproque est définie comme suit : $(i, j, N) = \phi^{-1}(i, j, N) = (k \% N, k // N)$

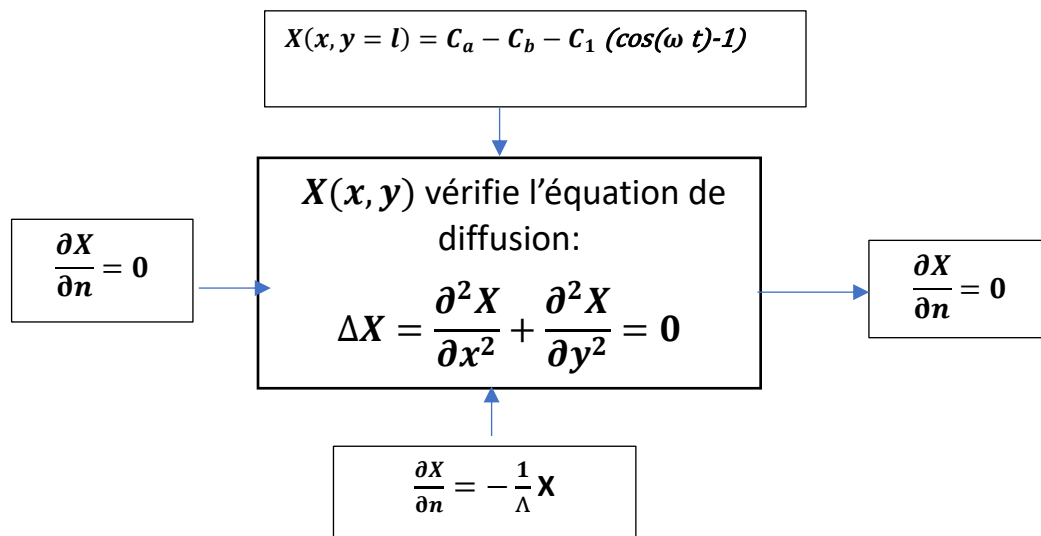
Après définir cette bijection il faut traduire les termes de l'équation $\Delta C=0$ ainsi que les conditions aux limites.

Visualisation



2. Résolution de l'équation dans le domaine rectangulaire avec une condition de Dirichlet dépendante du temps :

- Conditions aux limites :



L'équation de diffusion reste la même : $\Delta X = \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 X}{\partial y^2} = 0$

Mais la condition à la limite à l'entrée change pour vérifier :

$$X(x, y = l) = C_a - C_b + C_1 \cdot (\cos \omega t - 1)$$

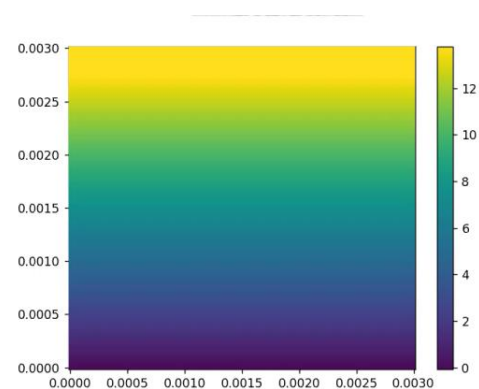
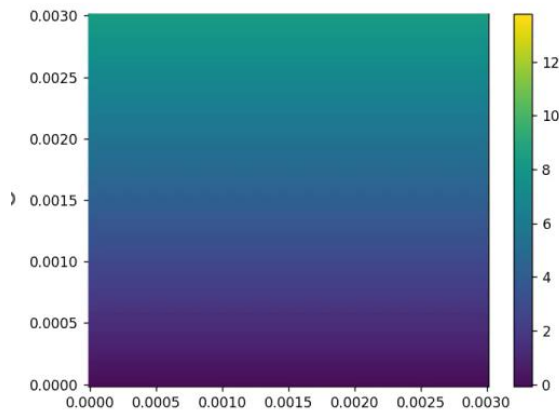
$C_a = 8,4 \text{ mol/m}^3$: concentration de l'oxygène dans l'air

$C_b = 5,1 \times 10^{-4} \text{ mol/m}^3$: concentration de l'oxygène dans le sang

$C_1 = 4,2 \text{ mol/m}^3$: Concentration de l'oxygène dans les poumons en cas de repos

$\omega = 72 \text{ rd/s}$: Pulsation de repos

Visualisation :



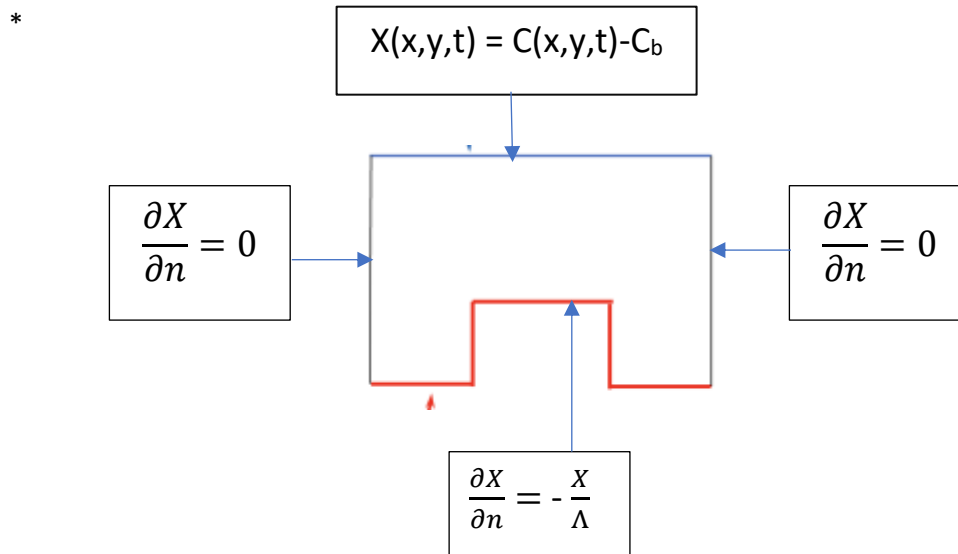
On remarque que dans le cas où la condition de Dirichlet dépend du temps, la concentration varie entre sa valeur maximale et sa valeur minimale dans le domaine de façon périodique. En effet ce phénomène explique le phénomène de la respiration qui est caractérisée par l'expiration et l'inspiration. On remarque aussi que toutes les zones du domaine sont atteintes par l'oxygène pendant une durée maximale qui dépend de la pulsation de la condition d'entrée.

3. Résolution de l'équation de diffusion en 2D avec déformation

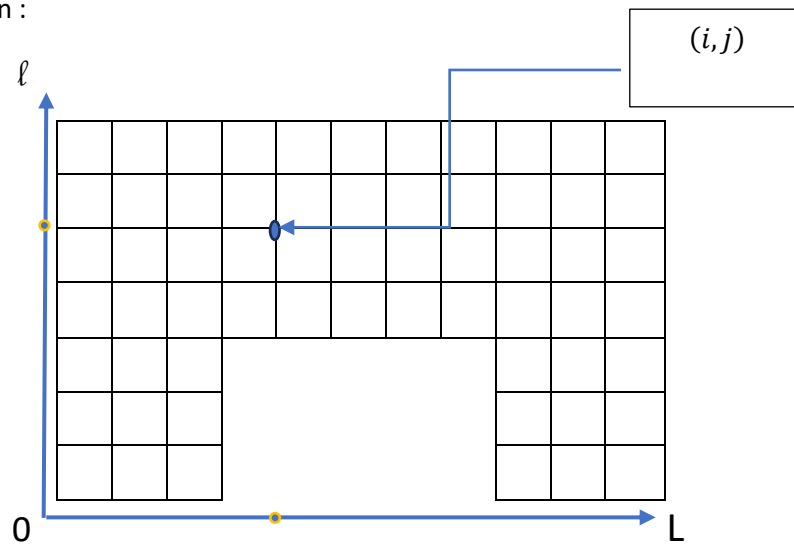
.Etude d'un nouveau Domaine 2D :

Afin de bien savoir l'effet des maladies sur le transport (par diffusion) de l'oxygène dans l'acinus on va essayer de résoudre l'équation de diffusion dans un domaine déformé en gardant les mêmes conditions aux limites et les mêmes hypothèses

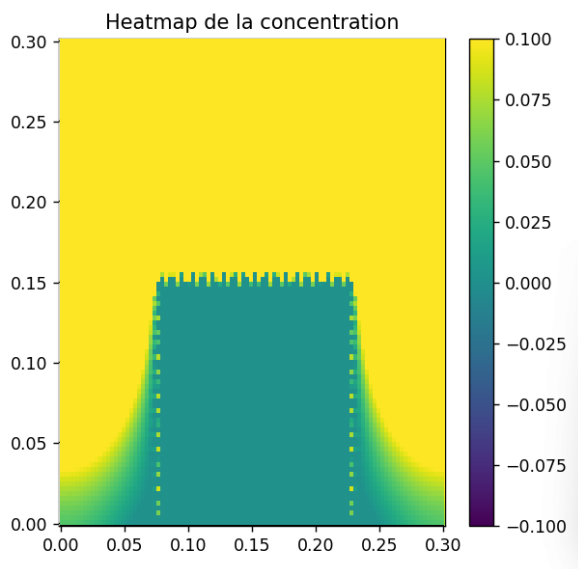
La figure ci-dessous montre le nouveau modèle :



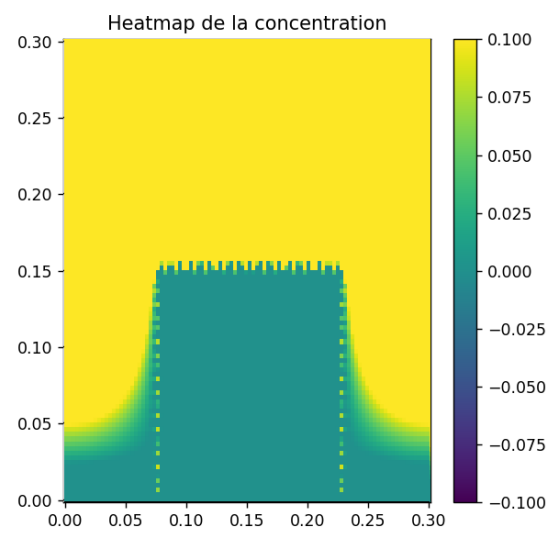
Discrétisation :



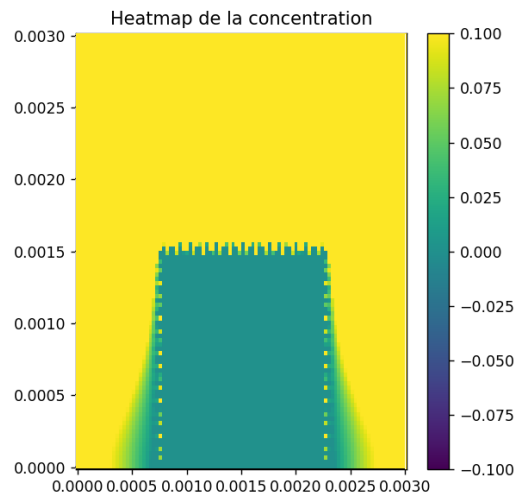
lambda=0.01 m



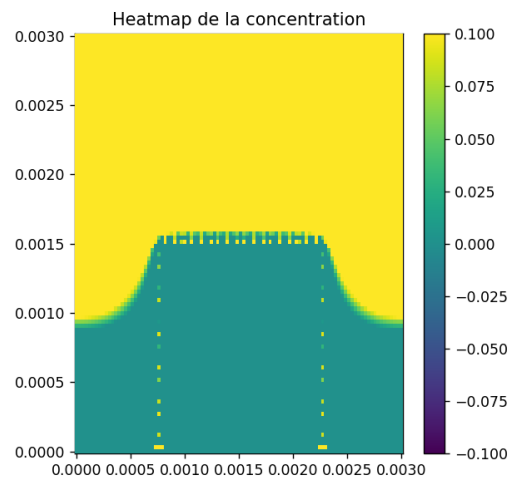
Lambda=0.0028 m



Lambda=0.28 m



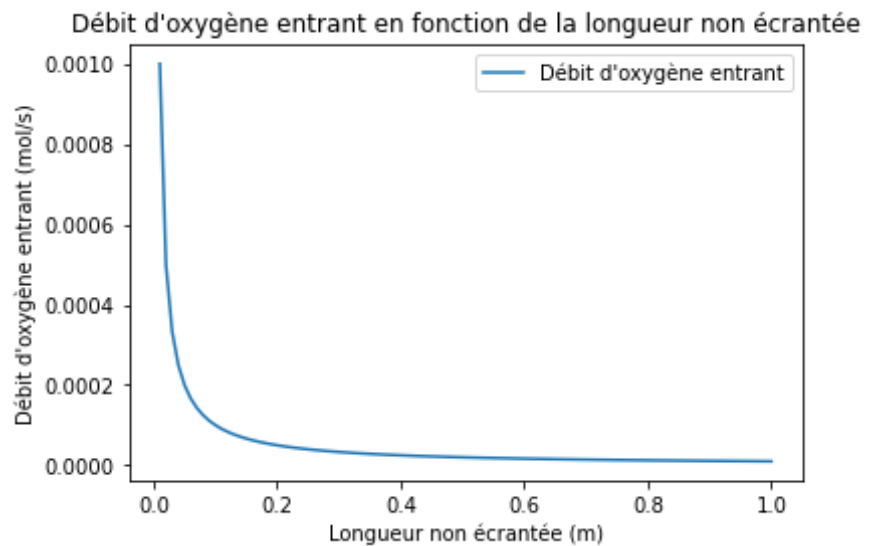
Lambda= 0.00000028



Cas quasi-stationnaire : domaine déformé On remarque que sur les parties horizontales du côté déformé, les lignes de courants sont verticales tandis que sur les parties verticales de ce même côté les lignes de courants sont horizontales. Par ailleurs lorsqu'on dispose d'un domaine de dimensions fixes ($L_p=0.3$ mm dans notre cas) ,la réparation de l'oxygène dans le domaine dépend du paramètre (La longueur de périmètre non écrantée) qui représenté la distance écranté : -Plus Lambda est inférieur à L_p plus les zones les moins accessibles ne sont pas atteintes. - Dans le cas où Lambda est supérieur à L_p la surface travaille uniformément. C'est masquage diffusionel . Dans le subacinus humain on $\Lambda / * L_p$

IV. Variation de débit de l'oxygène dans l'acinus en fonction de la longueur non écrantée en mètre (m) :

Plus la longueur non écrantée est courte, plus le débit d'oxygène est élevé. Cela s'explique par le fait que la distance que l'oxygène doit parcourir pour diffuser est plus courte. Donc une longueur non écrantée plus courte permet un échange gazeux plus efficace.



Références:

- Dynamique du transport et du transfert de l'oxygène au sein de l'acinus pulmonaire: <https://pastel.hal.science/pastel-00568656/document>
- Smaller is Better-but not Too Small: A Physical Scale for the Design of the Mammalian Pulmonary Acinus: [these2.pdf](#)
- Diffusional screening in the human pulmonary acinus: [*these3.pdf](#)

