

# ÉCOULEMENT DE PUISSANCE

## Load Flow

Gauss-Seidel / Newton-Raphson

Y. SAYOUTI

# ECOULEMENT DE PUISSANCE

## Load Flow

### **Bus de référence**

Un bus, connu sous le nom de slack ou swing bus, est pris comme référence où la magnitude et l'angle de phase de la tension sont spécifiés. Ce bus compense la différence entre les charges programmées et l'énergie produite qui est causée par les pertes dans le réseau.

### **Bus de charge**

A ces bus, les puissances active et réactive sont spécifiées. La magnitude et l'angle de phase des tensions de bus sont inconnus. Ces bus sont appelés bus P-Q.

### **Bus régulés**

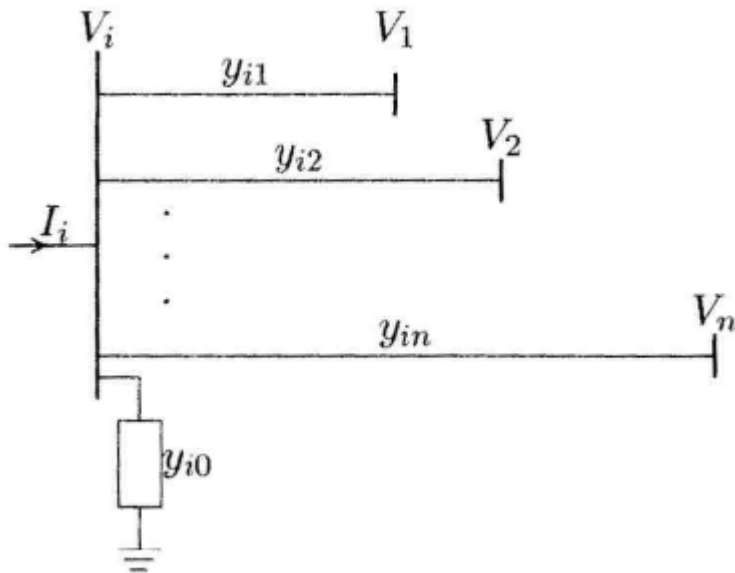
Ces bus sont les bus générateurs. Ils sont également connus sous le nom de bus à tension contrôlée. À ces bus, la puissance réelle et l'amplitude de la tension sont spécifiées. Les angles de phase des tensions et la puissance réactive doivent être déterminés. Les limites de la valeur de la puissance réactive sont également spécifiées. Ces bus sont appelés bus P-V.

# ÉCOULEMENT DE PUISSANCE

## Load Flow

$$I_i = y_{i0}V_i + y_{i1}(V_i - V_1) + y_{i2}(V_i - V_2) + \cdots + y_{in}(V_i - V_n)$$

$$= (y_{i0} + y_{i1} + y_{i2} + \cdots + y_{in})V_i - y_{i1}V_1 - y_{i2}V_2 - \cdots - y_{in}V_n$$



$$I_i = V_i \sum_{j=0}^n y_{ij} - \sum_{j=1}^n y_{ij} V_j \quad j \neq i$$

$$P_i + jQ_i = V_i I_i^*$$

$$I_i = \frac{P_i - jQ_i}{V_i^*}$$

$$\frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} = V_i \sum_{j=0}^n y_{ij} - \sum_{j=1}^n y_{ij} V_j \quad j \neq i$$

# ECOULEMENT DE PUISSANCE

## Load Flow

$$V_i^{(k+1)} = \frac{\frac{P_i^{sch} - jQ_i^{sch}}{V_i^{*(k)}} + \sum_{j=1}^n y_{ij} V_j^{(k)}}{\sum_{j=0}^n y_{ij}} \quad j \neq i$$

$$V_i^{(k+1)} = \frac{\frac{P_i^{sch} - jQ_i^{sch}}{V_i^{*(k)}} - \sum_{j \neq i} Y_{ij} V_j^{(k)}}{Y_{ii}}$$

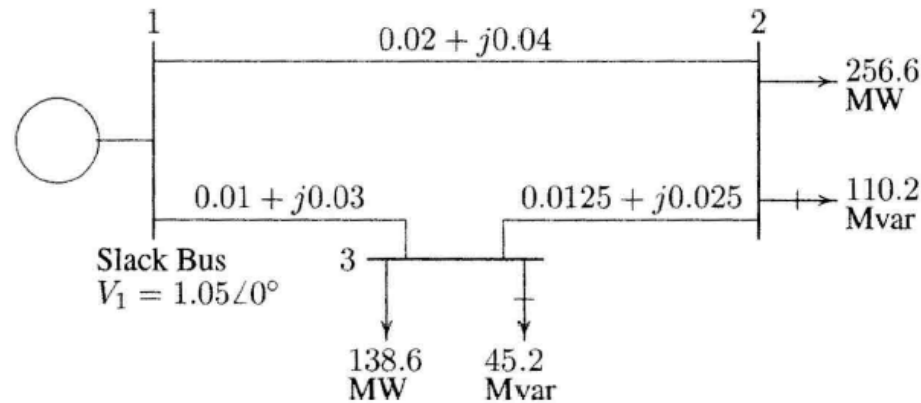
$$P_i^{(k+1)} = \Re\{V_i^{*(k)} [V_i^{(k)} Y_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n Y_{ij} V_j^{(k)}]\} \quad j \neq i$$

$$Q_i^{(k+1)} = -\Im\{V_i^{*(k)} [V_i^{(k)} Y_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n Y_{ij} V_j^{(k)}]\} \quad j \neq i$$

# ÉCOULEMENT DE PUISSANCE

## Load Flow

L'amplitude de la tension au bus 1 est ajustée à 1,05 pu. Les charges prévues aux bus 2 et 3 sont indiquées sur le diagramme. Les impédances de ligne sont marquées en pu sur une base 100-MVA et les susceptances de charge de ligne sont négligées.



- En utilisant la méthode Gauss-Seidel, déterminer les valeurs de phaseur de la tension au niveau des bus de charge 2 et 3 (bus P-Q) avec une précision de quatre décimales.
- Trouver la puissance réelle et réactive du bus de jeu.
- Déterminer les débits de la ligne et les pertes de la ligne. Construire un diagramme de flux de puissance montrant la direction du flux de la ligne.

# ECOULEMENT DE PUISSANCE

## Load Flow

$$y_{12} = \frac{1}{0.02 + j0.04} = 10 - j20 \quad y_{13} = 10 - j30 \quad y_{23} = 16 - j32.$$

$$S_2^{sch} = -\frac{(256.6 + j110.2)}{100} = -2.566 - j1.102 \text{ pu}$$

$$S_3^{sch} = -\frac{(138.6 + j45.2)}{100} = -1.386 - j0.452 \text{ pu}$$

$$V_2^{(1)} = \frac{\frac{P_2^{sch} - jQ_2^{sch}}{V_2^{*(0)}} + y_{12}V_1 + y_{23}V_3^{(0)}}{y_{12} + y_{23}}$$

$$= \frac{\frac{-2.566 + j1.102}{1.0 - j0} + (10 - j20)(1.05 + j0) + (16 - j32)(1.0 + j0)}{(26 - j52)}$$

$$= 0.9825 - j0.0310$$

# ECOULEMENT DE PUISSANCE

## Load Flow

$$\begin{aligned}
 V_3^{(1)} &= \frac{\frac{P_3^{sch} - jQ_3^{sch}}{V_3^{*(0)}} + y_{13}V_1 + y_{23}V_2^{(1)}}{y_{13} + y_{23}} \\
 &= \frac{\frac{-1.386 + j0.452}{1 - j0} + (10 - j30)(1.05 + j0) + (16 - j32)(0.9825 - j0.0310)}{(26 - j62)} \\
 &= 1.0011 - j0.0353
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 V_2^{(2)} &= \frac{\frac{-2.566 + j1.102}{0.9825 + j0.0310} + (10 - j20)(1.05 + j0) + (16 - j32)(1.0011 - j0.0353)}{(26 - j52)} \\
 &= 0.9816 - j0.0520
 \end{aligned}$$

and

$$\begin{aligned}
 V_3^{(2)} &= \frac{\frac{-1.386 + j0.452}{1.0011 + j0.0353} + (10 - j30)(1.05 + j0) + (16 - j32)(0.9816 - j0.052)}{(26 - j62)} \\
 &= 1.0008 - j0.0459
 \end{aligned}$$

# ÉCOULEMENT DE PUISSANCE

## Load Flow

$$V_2^{(3)} = 0.9808 - j0.0578$$

$$V_3^{(3)} = 1.0004 - j0.0488$$

$$V_2^{(4)} = 0.9803 - j0.0594$$

$$V_3^{(4)} = 1.0002 - j0.0497$$

$$V_2^{(5)} = 0.9801 - j0.0598$$

$$V_3^{(5)} = 1.0001 - j0.0499$$

$$V_2^{(6)} = 0.9801 - j0.0599$$

$$V_3^{(6)} = 1.0000 - j0.0500$$

$$V_2^{(7)} = 0.9800 - j0.0600$$

$$V_3^{(7)} = 1.0000 - j0.0500$$

$$V_2 = 0.9800 - j0.0600 = 0.98183 \angle -3.5035^\circ \quad \text{pu}$$

$$V_3 = 1.0000 - j0.0500 = 1.00125 \angle -2.8624^\circ \quad \text{pu}$$



# ECOULEMENT DE PUISSANCE

## Load Flow

$$\begin{aligned}P_1 - jQ_1 &= V_1^*[V_1(y_{12} + y_{13}) - (y_{12}V_2 + y_{13}V_3)] \\&= 1.05[1.05(20 - j50) - (10 - j20)(0.98 - j0.06) - \\&\quad (10 - j30)(1.0 - j0.05)] \\&= 4.095 - j1.890\end{aligned}$$

$$I_{12} = y_{12}(V_1 - V_2) = (10 - j20)[(1.05 + j0) - (0.98 - j0.06)] = 1.9 - j0.8$$

$$I_{21} = -I_{12} = -1.9 + j0.8$$

$$I_{13} = y_{13}(V_1 - V_3) = (10 - j30)[(1.05 + j0) - (1.0 - j0.05)] = 2.0 - j1.0$$

$$I_{31} = -I_{13} = -2.0 + j1.0$$

$$I_{23} = y_{23}(V_2 - V_3) = (16 - j32)[(0.98 - j0.06) - (1 - j0.05)] = -.64 + j.48$$

$$I_{32} = -I_{23} = 0.64 - j0.48$$

# ÉCOULEMENT DE PUISSANCE

## Load Flow

$$\begin{aligned} S_{12} &= V_1 I_{12}^* = (1.05 + j0.0)(1.9 + j0.8) = 1.995 + j0.84 \text{ pu} \\ &= 199.5 \text{ MW} + j84.0 \text{ Mvar} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{21} &= V_2 I_{21}^* = (0.98 - j0.06)(-1.9 - j0.8) = -1.91 - j0.67 \text{ pu} \\ &= -191.0 \text{ MW} - j67.0 \text{ Mvar} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{13} &= V_1 I_{13}^* = (1.05 + j0.0)(2.0 + j1.0) = 2.1 + j1.05 \text{ pu} \\ &= 210.0 \text{ MW} + j105.0 \text{ Mvar} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{31} &= V_3 I_{31}^* = (1.0 - j0.05)(-2.0 - j1.0) = -2.05 - j0.90 \text{ pu} \\ &= -205.0 \text{ MW} - j90.0 \text{ Mvar} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{23} &= V_2 I_{23}^* = (0.98 - j0.06)(-0.656 + j0.48) = -0.656 - j0.432 \text{ pu} \\ &= -65.6 \text{ MW} - j43.2 \text{ Mvar} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{32} &= V_3 I_{32}^* = (1.0 - j0.05)(0.64 + j0.48) = 0.664 + j0.448 \text{ pu} \\ &= 66.4 \text{ MW} + j44.8 \text{ Mvar} \end{aligned}$$

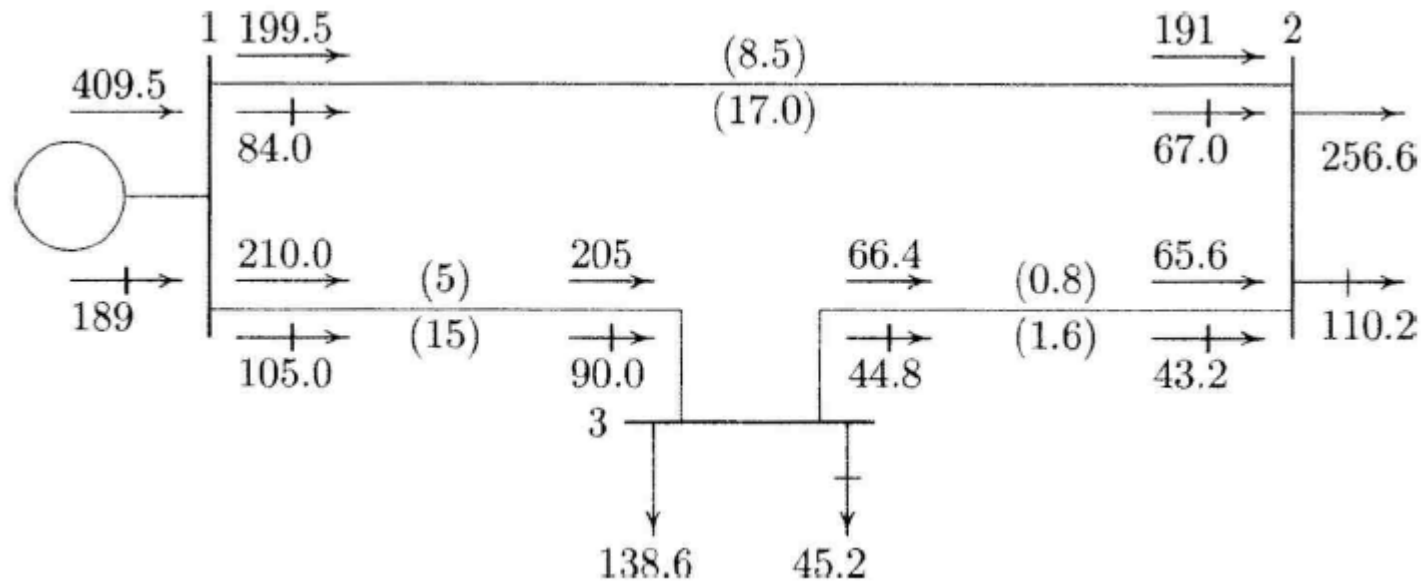
# ECOULEMENT DE PUISSANCE

## Load Flow

$$S_{L\ 12} = S_{12} + S_{21} = 8.5 \text{ MW} + j17.0 \text{ Mvar}$$

$$S_{L\ 13} = S_{13} + S_{31} = 5.0 \text{ MW} + j15.0 \text{ Mvar}$$

$$S_{L\ 23} = S_{23} + S_{32} = 0.8 \text{ MW} + j1.60 \text{ Mvar}$$



# ÉCOULEMENT DE PUISSANCE

## Load Flow

### *Algorithme de NEWTON-RAPHSON*

Le problème de l'écoulement de puissance peut être résolu par la méthode de Newton-Raphson. En réalité, parmi nombreuses méthodes disponibles pour l'analyse de l'écoulement de puissance, la méthode de Newton est considérée comme la méthode la plus raffinée et la plus importante.

Elle n'est pas la plus simple que la méthode de Gauss-Seidel, mais elle est la plus rapide (convergence) surtout pour les réseaux de grandes tailles.

Considérons résoudre l'équation à une dimension suivante:

$$f(x) = c$$

Si  $x^{(0)}$  est la solution initiale et  $\Delta x^{(0)}$  est une petite dérivation de la solution correcte, on doit avoir:

$$f(x^{(0)} + \Delta x^{(0)}) = c$$

# ÉCOULEMENT DE PUISSANCE

## Load Flow

Newton-Raphson

Le développement en série de Taylor donne

$$f(x^{(0)}) + \left(\frac{df}{dx}\right)^{(0)} \Delta x^{(0)} + \frac{1}{2!} \left(\frac{d^2f}{dx^2}\right)^{(0)} (\Delta x^{(0)})^2 + \dots = c$$

$\Delta x^{(0)}$  est très petit les ordres plus élevés sont négligeables:

$$f(x^{(0)}) + \left(\frac{df}{dx}\right)^{(0)} \Delta x^{(0)} = c$$
$$f(x^{(0)}) + \Delta c^{(0)} = c$$

avec  $\Delta c^{(0)} = \left(\frac{df}{dx}\right)^{(0)} \Delta x^{(0)}$

On en déduit la deuxième approximation :

$$x^{(1)} = x^{(0)} + \frac{\Delta c^{(0)}}{\left(\frac{df}{dx}\right)^{(0)}}$$

# ÉCOULEMENT DE PUISSANCE

## Load Flow

Newton-Raphson

L'algorithme Newton-Raphson sera:

Pour une itération  $k$

$$\Delta c^{(k)} = c - f(x^{(k)})$$

$$\Delta x^{(k)} = \frac{\Delta c^{(k)}}{\left(\frac{df}{dx}\right)^{(k)}}$$

$$\Delta x = x^{(k+1)} - x^{(k)}$$

$$\text{Et on aura : } J^{(k)} \Delta x^{(k)} = \Delta c^{(k)}$$

$$\text{Avec } J^{(k)} = \left(\frac{df}{dx}\right)^{(k)}$$

# ÉCOULEMENT DE PUISSANCE

## Load Flow

Newton-Raphson

Exemple:

Résoudre l'équation

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 4 = 0$$

on prend la solution initiale :  $x^{(0)} = 6$

$$\frac{df(x)}{dx} = 3x^2 - 12x + 9$$

$$\Delta c^0 = c - f(x^0) = 0 - [(6)^3 - 6(6)^2 + 9(6) - 4] = -50$$

$$\left(\frac{df(x)}{dx}\right)^0 = 3(6)^2 - 12(6) + 9 = 45$$

$$\Delta x^{(0)} = \frac{\Delta c^{(0)}}{\left(\frac{df}{dx}\right)^{(0)}} = -\frac{50}{45} = -1,11111$$

$$x^{(1)} = x^0 + \Delta x^{(0)} = 6 - 1,11111 = 4,8889$$

Les autres itérations:

$$x^{(2)} = x^{(1)} + \Delta x^{(1)} = 4,8889 - \frac{13,4431}{22,03} = 4,2789$$

$$x^{(3)} = x^1 + \Delta x^1 = 4,2789 - \frac{2,9981}{12,5797} = 4,0405$$

# ECOULEMENT DE PUISSANCE

## Load Flow

Newton-Raphson

$$x^{(4)} = x^{(3)} + \Delta x^{(3)} = 4.0405 - \frac{0.3748}{9.4914} = 4.0011$$

$$x^{(5)} = x^{(4)} + \Delta x^{(4)} = 4.0011 - \frac{0.0095}{9.0126} = 4.0000$$



# ÉCOULEMENT DE PUISSANCE

## Load Flow

Newton-Raphson

Pour n dimensions

$$(f_1)^{(0)} + \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_1}\right)^{(0)} \Delta x_1^{(0)} + \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_2}\right)^{(0)} \Delta x_2^{(0)} + \dots + \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_n}\right)^{(0)} \Delta x_n^{(0)} = c_1$$

$$(f_2)^{(0)} + \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_1}\right)^{(0)} \Delta x_1^{(0)} + \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_2}\right)^{(0)} \Delta x_2^{(0)} + \dots + \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_n}\right)^{(0)} \Delta x_n^{(0)} = c_2$$

$\vdots$

$$(f_n)^{(0)} + \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_1}\right)^{(0)} \Delta x_1^{(0)} + \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_2}\right)^{(0)} \Delta x_2^{(0)} + \dots + \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_n}\right)^{(0)} \Delta x_n^{(0)} = c_n$$

Sous forme matricielle

$$\begin{bmatrix} c_1 - (f_1)^{(0)} \\ c_2 - (f_2)^{(0)} \\ \vdots \\ c_n - (f_n)^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_1}\right)^{(0)} & \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_2}\right)^{(0)} & \dots & \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_n}\right)^{(0)} \\ \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_1}\right)^{(0)} & \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_2}\right)^{(0)} & \dots & \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_n}\right)^{(0)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \dots \\ \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_1}\right)^{(0)} & \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_2}\right)^{(0)} & \dots & \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_n}\right)^{(0)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(0)} \\ \Delta x_2^{(0)} \\ \vdots \\ \Delta x_n^{(0)} \end{bmatrix}$$

# ÉCOULEMENT DE PUISSANCE

## Load Flow

Newton-Raphson

$$\Delta C^{(k)} = J^{(k)} \Delta X^{(k)}$$

$$\Delta X^{(k)} = [J^{(k)}]^{-1} \Delta C^{(k)}$$

L'algorithme de Newton-Raphson pour n dimensions devient

$$X^{(k+1)} = X^{(k)} + \Delta X^{(k)}$$

$$\Delta X^{(k)} = \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(k)} \\ \Delta x_2^{(k)} \\ \vdots \\ \Delta x_n^{(k)} \end{bmatrix} \quad \text{and} \quad \Delta C^{(k)} = \begin{bmatrix} c_1 - (f_1)^{(k)} \\ c_2 - (f_2)^{(k)} \\ \vdots \\ c_n - (f_n)^{(k)} \end{bmatrix}$$

$$J^{(k)} = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_1}\right)^{(k)} & \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_2}\right)^{(k)} & \dots & \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_n}\right)^{(k)} \\ \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_1}\right)^{(k)} & \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_2}\right)^{(k)} & \dots & \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_n}\right)^{(k)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_1}\right)^{(k)} & \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_2}\right)^{(k)} & \dots & \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_n}\right)^{(k)} \end{bmatrix}$$

Matrice Jacobienne

# ÉCOULEMENT DE PUISSANCE

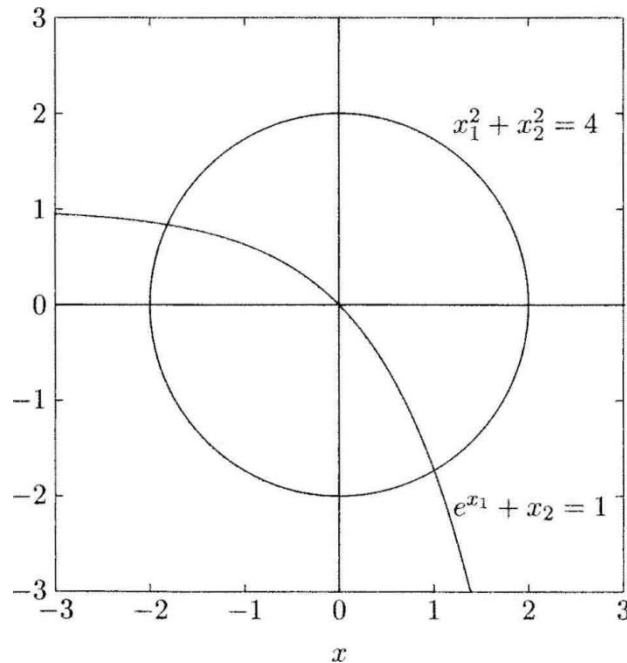
## Load Flow

Newton-Raphson

### Exemple 2

Résoudre le système d'équation suivant:

$$\begin{aligned}x_1^2 + x_2^2 &= 4 \\e^{x_1} + x_2 &= 1\end{aligned}$$



*Solution:*

$(1, -1.7)$  et  $(-1.8, 0.8)$

# ÉCOULEMENT DE PUISSANCE

## Load Flow

Newton-Raphson

$$J = \begin{bmatrix} 2x_1 & 2x_2 \\ e^{x_1} & 1 \end{bmatrix}$$

### Code MATLAB

```
iter = 0;
x=input('Enter initial estimates, col. vector [x1;x2]->');
Dx = [1; 1]; % Change in variable is set to a high value
C=[4; 1];
disp('Iter DC Jacobian matrix Dx x'); %Heading for results
while max(abs(Dx)) >= 0.0001 & iter <10 %Convergence test
iter=iter+1; % Iteration counter
f = [x(1)^2+x(2)^2; exp(x(1))+x(2)]; % Functions
DC = C - f; % Residuals
J = [2*x(1) 2*x(2) % Jacobian matrix
     exp(x(1)) 1];
Dx=J\DC; % Change in variables
x=x+Dx; % Successive solutions
fprintf ('%g', iter), disp([DC, J, Dx, x] ) % Results
end
```

# ÉCOULEMENT DE PUISSANCE

## Load Flow

Newton-Raphson

### Exemple 3

En prenant les valeurs initiales  $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1$   
résoudre par la méthode de Newton-Raphson le système d'équation suivant:

$$\begin{aligned}x_1^2 - x_2^2 + x_3^2 &= 11 \\x_1x_2 + x_2^2 - 3x_3 &= 3 \\x_1 - x_1x_3 + x_2x_3 &= 6\end{aligned}$$

Solution:  $x_1 = 2, x_2 = 3, x_3 = 4$

# ÉCOULEMENT DE PUISSANCE

## Load Flow

LF Newton-Raphson

### NEWTON-RAPHSON POWER FLOW SOLUTION

$$I_i = \sum_{j=1}^n Y_{ij} V_j$$

$$I_i = \sum_{j=1}^n |Y_{ij}| |V_j| \angle \theta_{ij} + \delta_j$$

$$P_i - jQ_i = V_i^* I_i$$

$$P_i - jQ_i = |V_i| \angle -\delta_i \sum_{j=1}^n |Y_{ij}| |V_j| \angle \theta_{ij} + \delta_j$$

$$P_i = \sum_{j=1}^n |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \cos (\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j)$$

$$Q_i = - \sum_{j=1}^n |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \sin (\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j)$$

# ECOULEMENT DE PUISSANCE

## Load Flow

LF Newton-Raphson

### NEWTON-RAPHSON POWER FLOW SOLUTION

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2^{(k)} \\ \vdots \\ \Delta P_n^{(k)} \\ \hline \Delta Q_2^{(k)} \\ \vdots \\ \Delta Q_n^{(k)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_n} & \bigg| & \frac{\partial P_2}{\partial |V_2|} & \dots & \frac{\partial P_2}{\partial |V_n|} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \bigg| & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial P_n}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial P_n}{\partial \delta_n} & \bigg| & \frac{\partial P_n}{\partial |V_2|} & \dots & \frac{\partial P_n}{\partial |V_n|} \\ \hline \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_n} & \bigg| & \frac{\partial Q_2}{\partial |V_2|} & \dots & \frac{\partial Q_2}{\partial |V_n|} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \bigg| & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial Q_n}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial Q_n}{\partial \delta_n} & \bigg| & \frac{\partial Q_n}{\partial |V_2|} & \dots & \frac{\partial Q_n}{\partial |V_n|} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_2^{(k)} \\ \vdots \\ \Delta \delta_n^{(k)} \\ \hline \Delta |V_2^{(k)}| \\ \vdots \\ \Delta |V_n^{(k)}| \end{bmatrix}$$

On considère le bus 1 est un bus d référence (Sluck Bus)

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta |V| \end{bmatrix}$$

# ECOULEMENT DE PUISSANCE

## Load Flow

LF Newton-Raphson

Les éléments de  $J_1$

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = \sum_{j \neq i} |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \sin(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} = -|V_i| |V_j| |Y_{ij}| \sin(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad j \neq i$$

Les éléments de  $J_2$

$$\frac{\partial P_i}{\partial |V_i|} = 2|V_i| |Y_{ii}| \cos \theta_{ii} + \sum_{j \neq i} |V_j| |Y_{ij}| \cos(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial |V_j|} = |V_i| |Y_{ij}| \cos(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad j \neq i$$



# ECOULEMENT DE PUISSANCE

## Load Flow

LF Newton-Raphson

Les éléments de  $J_3$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_i} = \sum_{j \neq i} |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \cos(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_j} = -|V_i| |V_j| |Y_{ij}| \cos(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad j \neq i$$

Les éléments de  $J_4$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} = -2|V_i| |Y_{ii}| \sin \theta_{ii} - \sum_{j \neq i} |V_j| |Y_{ij}| \sin(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_j|} = -|V_i| |Y_{ij}| \sin(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad j \neq i$$

# ÉCOULEMENT DE PUISSANCE

## Load Flow

LF Newton-Raphson

La différence entre la puissance existante et celle qui est calculée

$$\Delta P_i^{(k)} = P_i^{sch} - P_i^{(k)}$$

$$\Delta Q_i^{(k)} = Q_i^{sch} - Q_i^{(k)}$$

Les nouvelles valeurs des tension des bus est:

$$\delta_i^{(k+1)} = \delta_i^{(k)} + \Delta \delta_i^{(k)}$$

$$|V_i^{(k+1)}| = |V_i^{(k)}| + \Delta |V_i^{(k)}|$$

# SEQUENTIAL DISTANCE

La pr  
Raph

on-Raphson

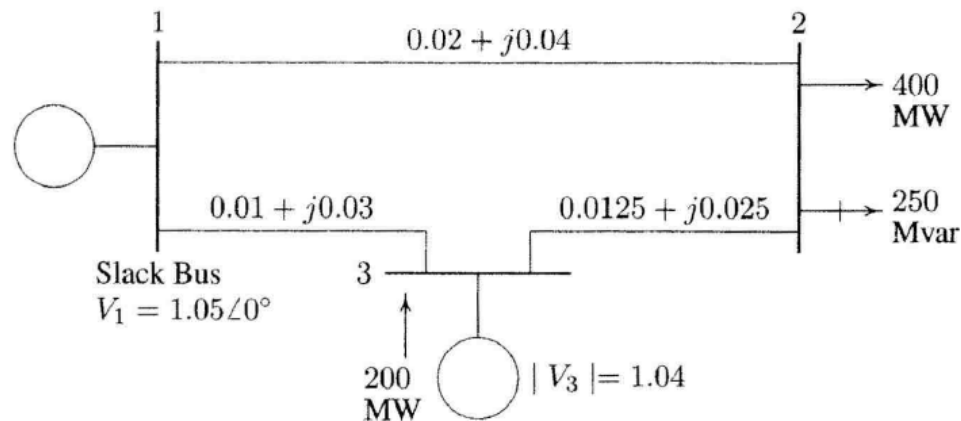
1. For load buses, where  $P_i^{sch}$  and  $Q_i^{sch}$  are specified, voltage magnitudes and phase angles are set equal to the slack bus values, or 1.0 and 0.0, i.e.,  $|V_i^{(0)}| = 1.0$  and  $\delta_i^{(0)} = 0.0$ . For voltage-regulated buses, where  $|V_i|$  and  $P_i^{sch}$  are specified, phase angles are set equal to the slack bus angle, or 0, i.e.,  $\delta_i^{(0)} = 0$ .
2. For load buses,  $P_i^{(k)}$  and  $Q_i^{(k)}$  are calculated from (6.52) and (6.53) and  $\Delta P_i^{(k)}$  and  $\Delta Q_i^{(k)}$  are calculated from (6.63) and (6.64).
3. For voltage-controlled buses,  $P_i^{(k)}$  and  $\Delta P_i^{(k)}$  are calculated from (6.52) and (6.63), respectively.
4. The elements of the Jacobian matrix ( $J_1$ ,  $J_2$ ,  $J_3$ , and  $J_4$ ) are calculated from (6.55) – (6.62).
5. The linear simultaneous equation (6.54) is solved directly by optimally ordered triangular factorization and Gaussian elimination.
6. The new voltage magnitudes and phase angles are computed from (6.65) and (6.66).
7. The process is continued until the residuals  $\Delta P_i^{(k)}$  and  $\Delta Q_i^{(k)}$  are less than the specified accuracy, i.e.,

$$\begin{aligned} |\Delta P_i^{(k)}| &\leq \epsilon \\ |\Delta Q_i^{(k)}| &\leq \epsilon \end{aligned} \quad (6.67)$$

# ÉCOULEMENT DE PUISSANCE

## Load Flow

LF Newton-Raphson



$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} 20 - j50 & -10 + j20 & -10 + j30 \\ -10 + j20 & 26 - j52 & -16 + j32 \\ -10 + j30 & -16 + j32 & 26 - j62 \end{bmatrix}$$

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} 53.85165 \angle -1.9029 & 22.36068 \angle 2.0344 & 31.62278 \angle 1.8925 \\ 22.36068 \angle 2.0344 & 58.13777 \angle -1.1071 & 35.77709 \angle 2.0344 \\ 31.62278 \angle 1.8925 & 35.77709 \angle 2.0344 & 67.23095 \angle -1.1737 \end{bmatrix}$$

# ECOULEMENT DE PUISSANCE

## Load Flow

LF Newton-Raphson

$$P_2 = |V_2||V_1||Y_{21}| \cos(\theta_{21} - \delta_2 + \delta_1) + |V_2^2||Y_{22}| \cos \theta_{22} +$$

$$|V_2||V_3||Y_{23}| \cos(\theta_{23} - \delta_2 + \delta_3)$$

$$P_3 = |V_3||V_1||Y_{31}| \cos(\theta_{31} - \delta_3 + \delta_1) + |V_3||V_2||Y_{32}| \cos(\theta_{32} -$$

$$\delta_3 + \delta_2) + |V_3^2||Y_{33}| \cos \theta_{33}$$

$$Q_2 = -|V_2||V_1||Y_{21}| \sin(\theta_{21} - \delta_2 + \delta_1) - |V_2^2||Y_{22}| \sin \theta_{22} -$$

$$|V_2||V_3||Y_{23}| \sin(\theta_{23} - \delta_2 + \delta_3)$$

Les éléments de la matrice  
Jacobienne sont

$$\frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} = |V_2||V_1||Y_{21}| \sin(\theta_{21} - \delta_2 + \delta_1) + |V_2||V_3||Y_{23}|$$

$$\sin(\theta_{23} - \delta_2 + \delta_3)$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial \delta_3} = -|V_2||V_3||Y_{23}| \sin(\theta_{23} - \delta_2 + \delta_3)$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial |V_2|} = |V_1||Y_{21}| \cos(\theta_{21} - \delta_2 + \delta_1) + 2|V_2||Y_{22}| \cos \theta_{22} +$$

$$|V_3||Y_{23}| \cos(\theta_{23} - \delta_2 + \delta_3)$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial \delta_2} = -|V_3||V_2||Y_{32}| \sin(\theta_{32} - \delta_3 + \delta_2)$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial \delta_3} = |V_3||V_1||Y_{31}| \sin(\theta_{31} - \delta_3 + \delta_1) + |V_3||V_2||Y_{32}|$$

$$\sin(\theta_{32} - \delta_3 + \delta_2)$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial |V_2|} = |V_3||Y_{32}| \cos(\theta_{32} - \delta_3 + \delta_2)$$

$$\frac{\partial Q_2}{\partial \delta_2} = |V_2||V_1||Y_{21}| \cos(\theta_{21} - \delta_2 + \delta_1) + |V_2||V_3||Y_{23}|$$

$$\cos(\theta_{23} - \delta_2 + \delta_3)$$

$$\frac{\partial Q_2}{\partial \delta_3} = -|V_2||V_3||Y_{23}| \cos(\theta_{23} - \delta_2 + \delta_3)$$

$$\frac{\partial Q_2}{\partial |V_2|} = -|V_1||Y_{21}| \sin(\theta_{21} - \delta_2 + \delta_1) - 2|V_2||Y_{22}| \sin \theta_{22} -$$

$$|V_3||Y_{23}| \sin(\theta_{23} - \delta_2 + \delta_3)$$

# ECOULEMENT DE PUISSANCE

## Load Flow

LF Newton-Raphson

La puissance du générateur et de la charge en pu est:

$$S_2^{sch} = -\frac{(400 + j250)}{100} = -4.0 - j2.5 \text{ pu}$$
$$P_3^{sch} = \frac{200}{100} = 2.0 \text{ pu}$$

La tension du bus de référence est  $V_1 = 1,05 \angle 0$  pu, et l'amplitude de la tension du bus 3 est  $|V_3| = 1,04$  pu. À partir d'une estimation initiale de  $|V_2^{(0)}| = 1,0$ ,  $\delta_2^{(0)} = 0,0$  et  $\delta_3^{(0)} = 0,0$  les résidus de puissance sont calculés w:

$$\Delta P_2^{(0)} = P_2^{sch} - P_2^{(0)} = -4.0 - (-1.14) = -2.8600$$
$$\Delta P_3^{(0)} = P_3^{sch} - P_3^{(0)} = 2.0 - (0.5616) = 1.4384$$
$$\Delta Q_2^{(0)} = Q_2^{sch} - Q_2^{(0)} = -2.5 - (-2.28) = -0.2200$$

# ECOULEMENT DE PUISSANCE

## Load Flow

LF Newton-Raphson

En évaluant les éléments de la matrice jacobienne avec l'estimation initiale, l'ensemble des équations linéaires dans la première itération devient :

$$\begin{bmatrix} -2.8600 \\ 1.4384 \\ -0.2200 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 54.28000 & -33.28000 & 24.86000 \\ -33.28000 & 66.04000 & -16.64000 \\ -27.14000 & 16.64000 & 49.72000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta_2^{(0)} \\ \Delta\delta_3^{(0)} \\ \Delta|V_2^{(0)}| \end{bmatrix}$$

En obtenant la solution de l'équation matricielle ci-dessus, les nouvelles tensions de bus dans la première itération sont :

$$\begin{array}{ll} \Delta\delta_2^{(0)} = -0.045263 & \delta_2^{(1)} = 0 + (-0.045263) = -0.045263 \\ \Delta\delta_3^{(0)} = -0.007718 & \delta_3^{(1)} = 0 + (-0.007718) = -0.007718 \\ \Delta|V_2^{(0)}| = -0.026548 & |V_2^{(1)}| = 1 + (-0.026548) = 0.97345 \end{array}$$



# ECOULEMENT DE PUISSANCE

## Load Flow

LF Newton-Raphson

Pour la seconde itération:

$$\begin{bmatrix} -0.099218 \\ 0.021715 \\ -0.050914 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 51.724675 & -31.765618 & 21.302567 \\ -32.981642 & 65.656383 & -15.379086 \\ -28.538577 & 17.402838 & 48.103589 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta_2^{(1)} \\ \Delta\delta_3^{(1)} \\ \Delta|V_2^{(1)}| \end{bmatrix}$$

and

$$\begin{aligned} \Delta\delta_2^{(1)} &= -0.001795 & \delta_2^{(2)} &= -0.045263 + (-0.001795) = -0.04706 \\ \Delta\delta_3^{(1)} &= -0.000985 & \delta_3^{(2)} &= -0.007718 + (-0.000985) = -0.00870 \\ \Delta|V_2^{(1)}| &= -0.001767 & |V_2^{(2)}| &= 0.973451 + (-0.001767) = 0.971684 \end{aligned}$$

For the third iteration, we have

$$\begin{bmatrix} -0.000216 \\ 0.000038 \\ -0.000143 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 51.596701 & -31.693866 & 21.147447 \\ -32.933865 & 65.597585 & -15.351628 \\ -28.548205 & 17.396932 & 47.954870 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta_2^{(2)} \\ \Delta\delta_3^{(2)} \\ \Delta|V_2^{(2)}| \end{bmatrix}$$

and

$$\begin{aligned} \Delta\delta_2^{(2)} &= -0.000038 & \delta_2^{(3)} &= -0.047058 + (-0.0000038) = -0.04706 \\ \Delta\delta_3^{(2)} &= -0.0000024 & \delta_3^{(3)} &= -0.008703 + (-0.0000024) = -0.008705 \\ \Delta|V_2^{(2)}| &= -0.0000044 & |V_2^{(3)}| &= 0.971684 + (-0.0000044) = 0.97168 \end{aligned}$$



# ECOULEMENT DE PUISSANCE

## Load Flow

LF Newton-Raphson

La solution converge en 3 itérations avec un décalage de puissance maximal de  $2,5 \times 10^{-4}$  avec  $V_2 = 0,97168 \angle -2,696^\circ$  et  $V_3 = 1,04 \angle -0,4988^\circ$

$$Q_3 = -|V_3||V_1||Y_{31}| \sin(\theta_{31} - \delta_3 + \delta_1) - |V_3||V_2||Y_{32}| \sin(\theta_{32} - \delta_3 + \delta_2) - |V_3|^2|Y_{33}| \sin \theta_{33}$$

$$P_1 = |V_1|^2|Y_{11}| \cos \theta_{11} + |V_1||V_2||Y_{12}| \cos(\theta_{12} - \delta_1 + \delta_2) + |V_1||V_3||Y_{13}| \cos(\theta_{13} - \delta_1 + \delta_3)$$

$$Q_1 = -|V_1|^2|Y_{11}| \sin \theta_{11} - |V_1||V_2||Y_{12}| \sin(\theta_{12} - \delta_1 + \delta_2) - |V_1||V_3||Y_{13}| \sin(\theta_{13} - \delta_1 + \delta_3)$$

$$Q_3 = 1.4617 \text{ pu}$$

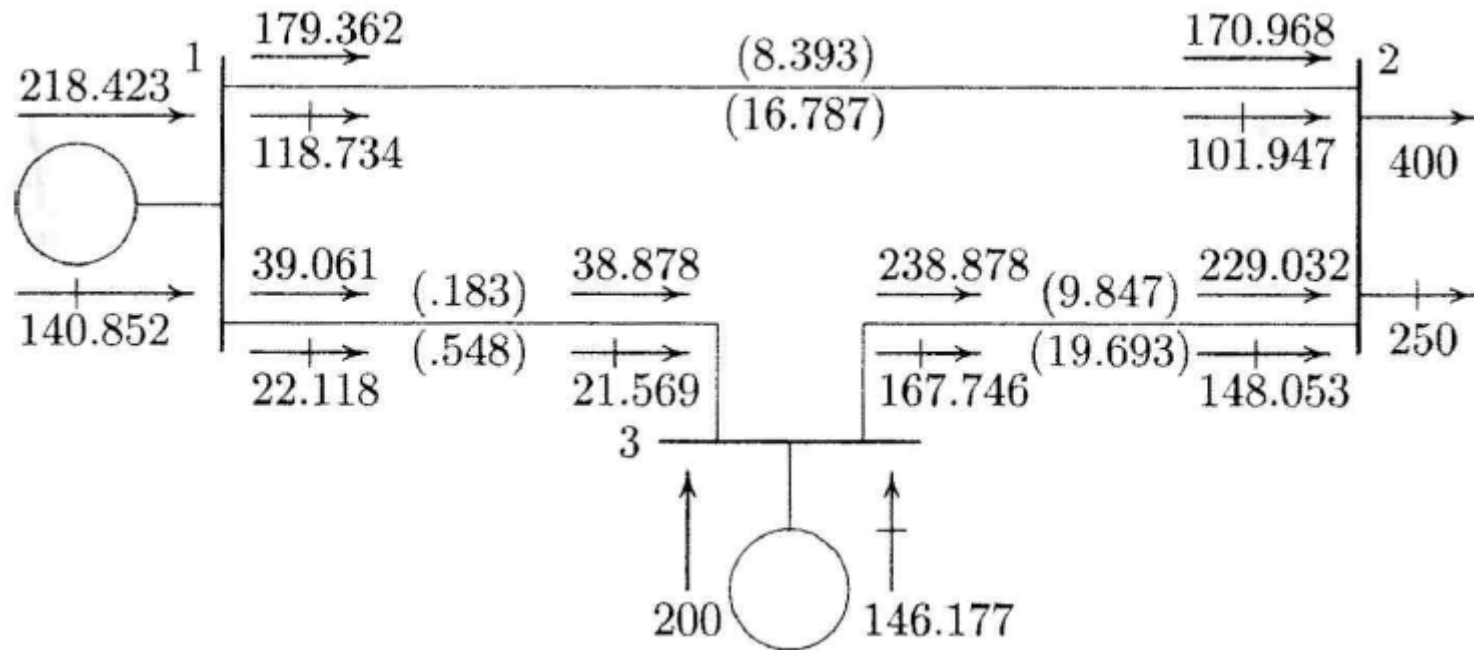
$$P_1 = 2.1842 \text{ pu}$$

$$Q_1 = 1.4085 \text{ pu}$$

# ECOULEMENT DE PUISSANCE

## Load Flow

LF Newton-Raphson



# ÉCOULEMENT DE PUISSANCE

## Load Flow

LF Newton-Raphson

Avantages de la méthode de Newton-Raphson :

- la durée de l'exécution du programme de calculs de l'écoulement de puissance se réduit énormément.
- la taille de la mémoire occupée se réduit également.
- la convergence sera très rapide.