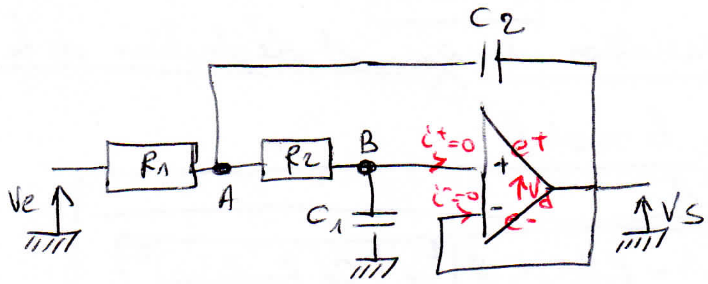
Solution des exercices chapitre 3

Exo 1 :



1)- L'expression de la fonction de transfert : $H(j\omega) = \dfrac{V_s(j\omega)}{V_e(j\omega)}$

on a : $e^+ = e^- = V_s = V_B$

En appliquant Millmann :

- $V_s = V_B = \dfrac{0/Z_{C1} + V_A/R_2}{1/Z_{C1} + 1/R_2}$

$$\boxed{V_s = \frac{Z_{C1}}{Z_{C1}+R_2} V_A} \Rightarrow \boxed{V_A = \frac{Z_{C1}+R_2}{Z_{C1}} V_s} \;\text{--- (1)}$$

- $V_A = \dfrac{V_e/R_1 + V_B/R_2 + V_s/Z_{C2}}{1/R_1 + 1/R_2 + 1/Z_{C2}} \Rightarrow \boxed{V_A = \dfrac{Z_{C2}R_1R_2}{Z_{C2}R_1 + Z_{C2}R_2 + R_1R_2}\left(\dfrac{V_e}{R_1} + \dfrac{V_s}{R_2} + \dfrac{V_s}{Z_{C2}}\right)}$

on remplace (1) dans (2), et après simplification, on aura :

$$\boxed{\frac{V_s}{V_e} = \frac{Z_{C1}Z_{C2}R_2}{R_2^2R_1 + R_1R_2Z_{C2} + R_2^2Z_{C2} + R_2Z_{C1}Z_{C2}}}$$

avec $Z_{C1} = \dfrac{1}{jC_1\omega}$, $Z_{C2} = \dfrac{1}{jC_2\omega}$, on aura, au final :

$$\boxed{H(j\omega) = \frac{1}{1 - R_1R_2C_1C_2\omega^2 + jC_1(R_1+R_2)\omega}}$$

2)- La forme canonique :

La fonction $H(j\omega)$ s'est mis automatiquement sous la forme :

$$H(j) = \frac{1}{1 - x^2 + j\frac{x}{Q}} \;;\quad \begin{cases} R_1R_2C_1C_2\omega^2 = x^2 & \text{--- (1)} \\ C_1(R_1+R_2)\omega = \dfrac{x}{Q} & \text{--- (2)} \end{cases}$$

3)- Déduction et calcul de ω_0, f_0, Q :

de (1) $\Rightarrow R_1R_2C_1C_2\omega^2 = \left(\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^2 \Longrightarrow \boxed{\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{R_1R_2C_1C_2}}}$, a.n : $\omega_0 = 660$

de (2) $\Rightarrow C_1(R_1+R_2)\omega = \dfrac{\omega}{Q\omega_0} \Rightarrow \boxed{Q = \dfrac{\sqrt{R_1R_2C_1C_2}}{C_1(R_1+R_2)}}$; a.n : $Q = 0{,}738$

Sachant que $\omega_0 = 2\pi f_0 \Rightarrow \boxed{f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}}$; A.N : $f_0 = 10,5\ \text{kHz}$

4)- Etude du sens de variation du gain et déduction de la nature du filtre :

on calcule, en premier, le module :

$$\boxed{|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{(1 - R_1R_2C_1C_2\omega^2)^2 + (C_1(R_1+R_2)\omega)^2}}}$$

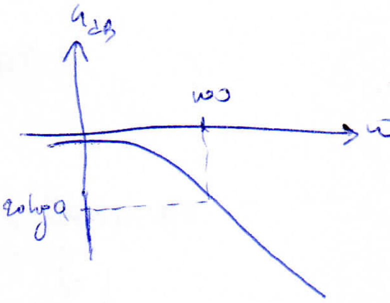
on a :

$$G_{dB} = 20\log_{10}(|H(j\omega)|)$$

$$G_{dB} = 20\log_{10}\left(\frac{1}{\sqrt{(1 - R_1R_2C_1C_2\omega^2)^2 + (C_1(R_1+R_2)\omega)^2}}\right)$$

$$\boxed{G_{dB} = -10\log_{10}\left((1 - R_1R_2C_1C_2\omega^2)^2 + (C_1(R_1+R_2)\omega)^2\right)}$$

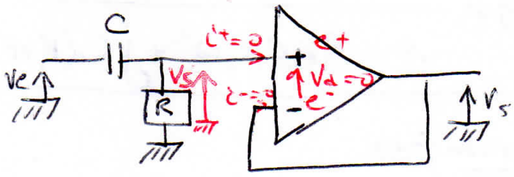
- $\omega \to +\infty \Rightarrow G_{dB} = -\infty$
- $\omega \to 0 \Rightarrow G_{dB} = 0$
- $\omega \to \omega_0 \Rightarrow G_{dB} = -10\log_{10}\left[\frac{1}{Q^2}\right] = 20\log(Q)$



$\Rightarrow$ C'est l'apparence d'un filtre passe-bas

Exo 2 :

* Montage ① :



1)- Le module et le gain en tensions

$$V_s = e^- = e^+ = \frac{0/R + V_e/Z_c}{1/R + 1/Z_c}$$

$$\Rightarrow V_s = \frac{R V_e}{Z_c + R} \quad ; \quad Z_c = \frac{1}{jC\omega}$$

D'où : $\boxed{H(j\omega) = \frac{jRC\omega}{1 + jRC\omega}}$

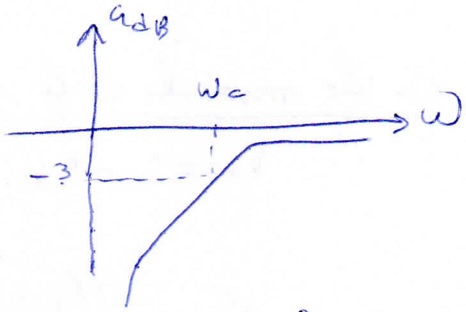
Ainsi : $|H(j\omega)| = \frac{\sqrt{(RC\omega)^2}}{\sqrt{1+(RC\omega)^2}} \Rightarrow \boxed{|H(j\omega)| = \frac{RC\omega}{\sqrt{1+(RC\omega)^2}}}$

Encore : $G_{dB} = 20 \log_{10}(|H(j\omega)|)$

$$\boxed{G_{dB} = -10 \log_{10}\left(1 + \left(\frac{1}{RC\omega}\right)^2\right)}$$

2)- Discussion des résultats et déduction du type de filtre

- $\omega \to \infty \Rightarrow G_{dB} = 0$
- $\omega \to 0 \Rightarrow G_{dB} = -\infty$
- $\omega \to \frac{1}{RC} \Rightarrow G_{dB} = -3\,dB \Rightarrow \omega = \omega_c$, la pulsation de coupure.



$\Rightarrow$ c'est l'apparence d'un filtre passe-haut

3)- Identification des paramètres du filtre :

(par identification avec la fonction de transfert canonique

$$\boxed{H(j\omega) = H_{max} \frac{j\,\omega/\omega_c}{1 + j\,\omega/\omega_c}}$$
)

ordre $= 1$

$H_{max} = 1$

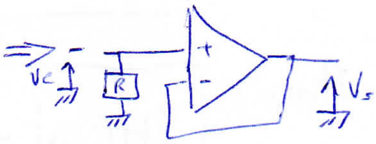
$\omega_c = \frac{1}{RC}$

$f_c = \frac{1}{2\pi RC}$

$BP = [f_c, +\infty[$, passe-haut

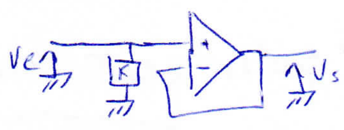
4)- Etude Qualitative :

- $\omega \to 0$, pour les basses-fréquences $\Rightarrow Z_C = \infty \Rightarrow$



$\Rightarrow V_s \approx 0$ (pas de transmission)

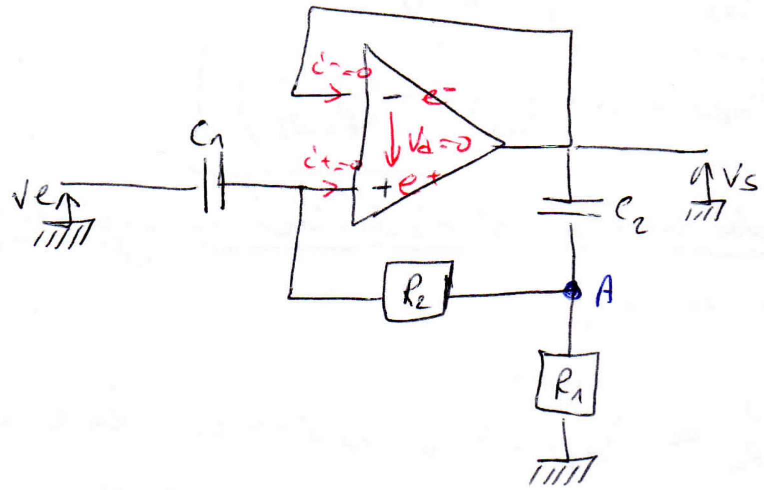
- $\omega \to \infty$, pour les hautes-fréquences $\Rightarrow Z_C = 0 \Rightarrow$



$\Rightarrow V_s = V_e$ (transmission)

$\Rightarrow$ C'est le rôle d'un filtre passe-haut

* **Montage ② :**



1)- Le module et le gain en tension :

$$V_s = e^- = e^+ = \frac{V_e/Z_{c1} + V_A/R_2}{1/Z_{c1} + 1/R_2} \Rightarrow \boxed{V_s = \frac{R_2 V_e + Z_{c1} V_A}{R_2 + Z_{c1}}} \quad \text{-- ①}$$

$$V_A = \frac{V_s/R_2 + 0/R_1 + V_s/Z_{c2}}{1/R_1 + 1/R_2 + 1/Z_{c2}} \Rightarrow \boxed{V_A = \left(\frac{R_1R_2 + Z_{c2}R_1}{R_1R_2 + R_1Z_{c2} + R_2Z_{c1}}\right)V_s}$$

on remplace ② dans ① et après simplification, on aura :

$$\boxed{\frac{V_s}{V_e} = \frac{R_1R_2 + R_1Z_{c2} + R_2Z_{c2}}{R_1R_2 + R_1Z_{c2} + R_2Z_{c2} + Z_{c1}Z_{c2}}}, \quad Z_{c1} = \frac{1}{jC_1\omega}, \quad Z_{c2} = \frac{1}{jC_2\omega}$$

d'où :

$$\boxed{H(j\omega) = \frac{-R_1R_2C_1C_2\omega^2 + j(R_1+R_2)C_1\omega}{1 - R_1R_2C_1C_2\omega^2 + j(R_1+R_2)C_1\omega}}$$

Ainsi :

$$\boxed{|H(j\omega)| = \sqrt{\frac{(R_1R_2C_1C_2\omega^2)^2 + ((R_1+R_2)C_1\omega)^2}{(1 - R_1R_2C_1C_2\omega^2)^2 + ((R_1+R_2)C_1\omega)^2}}}$$

qu'on peut mettre sous la forme : (juste pour faciliter les calculs)

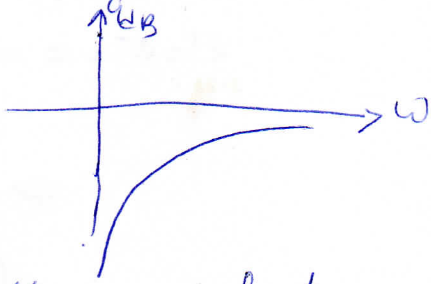
$$\boxed{|H(j\omega)| = \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{1 - 2R_1R_2C_1C_2\omega^2}{(R_1R_2C_1C_2\omega^2)^2 + ((R_1+R_2)C_1\omega)^2}}}}$$

Ainsi : $G_{dB} = 20 \log_{10}\left(|H(j\omega)|\right)$

$$\Rightarrow \boxed{G_{dB} = -10 \log\left(1 + \frac{1 - 2R_1R_2C_1C_2\omega^2}{(R_1R_2C_1C_2\omega^2)^2 + ((R_1+R_2)C_1\omega)^2}\right)}$$

2)- Discussion des résultats et déduction du type de filtre

- $\omega \to \infty \Rightarrow G_{dB} = 0$
- $\omega \to 0 \Rightarrow G_{dB} = -\infty$



$\Rightarrow$ C'est l'apparence d'un filtre passe-haut

3- Identification des paramètres du filtre

(par identification avec la fonction de transfert canonique)

$$H(j\omega) = H_{max} \frac{(j\omega/\omega_0)^2}{1 + \frac{2m}{\omega_0} j\omega + (j\omega/\omega_0)^2}$$

ordre = 2

$H_{max} = 1$

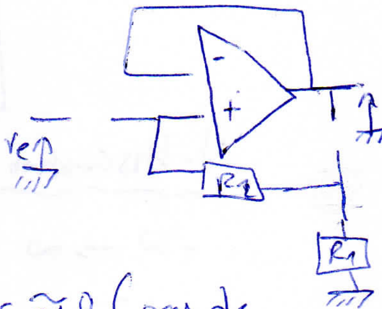
$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1R_2C_1C_2}}$; $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{R_1R_2C_1C_2}}$

$Q = \frac{\sqrt{R_1R_2C_1C_2}}{(R_1+R_2)C_1}$

$BP = [f_c, +\infty[$, passe-haut

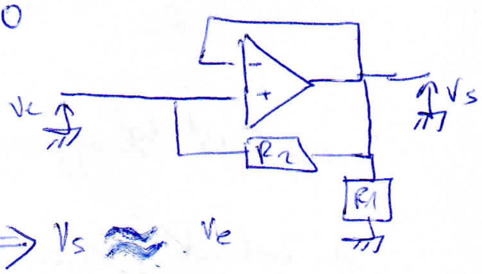
4- Étude qualitative :

- $\omega \to 0$, pour les basses-fréquences $\Rightarrow Z_c = \infty$



$\Rightarrow V_s \approx 0$ (pas de transmission)

- $\omega \to \infty$, pour les hautes-fréquences $\Rightarrow Z_c = 0$

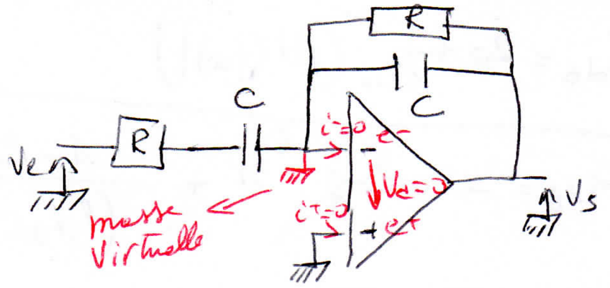


$\Rightarrow V_s \approx V_e$

(transmission)

$\Rightarrow$ C'est le rôle d'un filtre passe-haut

* **Montage ③ :**



1)- Le module et le gain en tension :

$$e^+ = e^- = 0 = \frac{V_e/(R+Z_c) + V_s/R + V_s/Z_c}{\frac{1}{R+Z_c} + \frac{1}{R} + \frac{1}{Z_c}}$$

$$\Rightarrow \frac{V_e}{R+Z_c} + \frac{Z_c+R}{RZ_c} V_s = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{V_s}{V_e} = -\frac{Z_c R}{(Z_c+R)^2}} \quad , \quad Z_c = \frac{1}{jC\omega}$$

d'où :

$$\boxed{H(j\omega) = -\frac{jRC\omega}{(1+jRC\omega)^2}}$$

Ainsi :

$$\boxed{|H(j\omega)| = \frac{RC\omega}{1+(RC\omega)^2}} \Rightarrow \boxed{|H(j\omega)| = \frac{1}{\frac{1}{RC\omega} + RC\omega}}$$

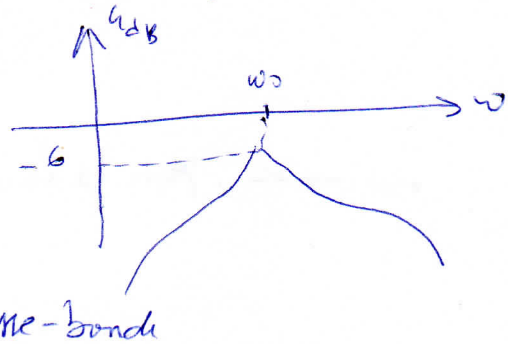
Encore :

$$G_{dB} = 20 \log_{10}(|H(j\omega)|)$$

$$\boxed{G_{dB} = -20 \log\left(\frac{1}{RC\omega} + RC\omega\right)}$$

2)- Discussion des résultats et détermination du type de filtre :

- $\omega \to \infty \Rightarrow G_{dB} = -\infty$
- $\omega \to 0 \Rightarrow G_{dB} = -\infty$
- $\omega \to \frac{1}{RC} \Rightarrow G_{dB} = -6$



$\Rightarrow$ c'est l'apparence d'un filtre passe-bande

3)- Identification des paramètres : (en faisant l'identification avec la fonction de transfert canonique)

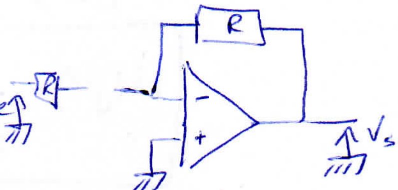
- ordre = 2

- $\omega_0 = \frac{1}{Rc}$, $f_0 = \frac{1}{2\pi Rc}$
- $H_{max} = -1/2$
- $Q = \frac{1}{2}$
- $BP = \frac{f_0}{Q} = 2f_0 \approx 0$ (un filtre selectif)

$$\boxed{H(j\omega) = H_{max} \frac{\frac{2m}{\omega_0} j\omega}{1 + \frac{2m}{\omega_0} j + \left(j\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}}$$

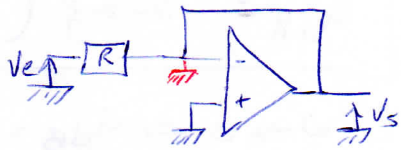
4)- Etude qualitative :

- $\omega \to 0$, pour les basses-fréquences $\Rightarrow Z_c = \infty$



$\Rightarrow$ $V_s \approx 0$ (pas de transmission)

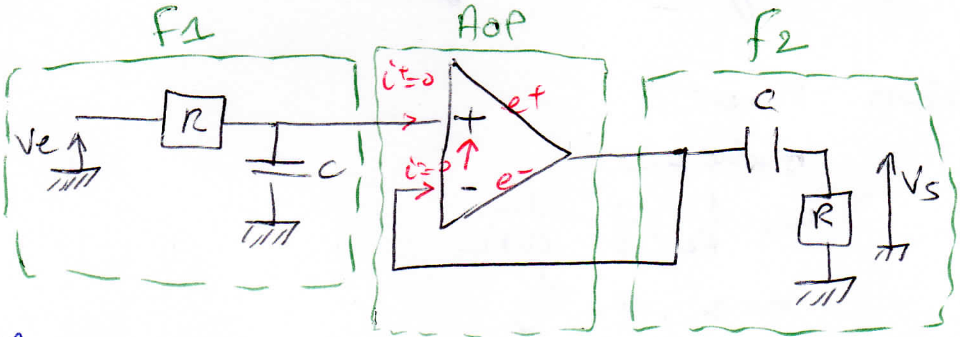
- $\omega \to \infty$, pour les hautes fréquence $\Rightarrow Z_c = 0$



$\Rightarrow V_s = 0$ (pas de transmission)

$\Rightarrow$ C'est le rôle d'un filtre passe-bande

EXO 3 :-



1)- Le rôle de L'AOP :

L'AOP joue le rôle d'un suiveur. Il se met entre les deux filtres passifs F1 et F2 afin d'assurer leur raccordement.

2)- La fonction de transfert du montage, sa nature et ses paramètres :

Le montage en son globalité est un filtre actif.

$$F1 = \frac{e+}{Ve} = \frac{\frac{Z_c}{Z_c+R} \cancel{Ve}}{\cancel{Ve}} = \frac{Z_c}{Z_c+R}, \text{ d'où } \boxed{F1(j\omega) = \frac{1}{1+jRC\omega}}$$

- filtre pass bas du 1er ordre
- $H_{max} = 1$
- $\omega_c = \frac{1}{Rc}$

AOP = 1 , un suiveur

$$F_2 = \frac{V_s}{e^-} = \frac{\frac{R}{R+Z_c}e^-}{e^-} = \frac{R}{R+Z_c}$$, d'où : $\boxed{F_2(j\omega) = \frac{jRC\omega}{1+jRC\omega}}$

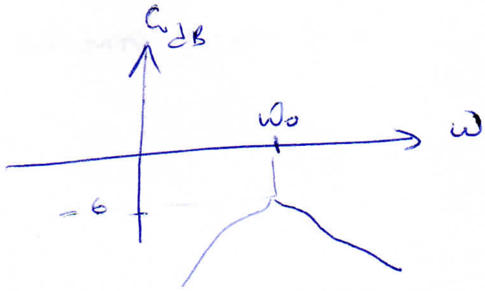
- filtre passe-h
  du 1er ordre
- $H_{max} = 1$
- $\omega_c = 1/RC$

Ainsi : $H(j\omega) = F_1(j\omega)\, AOP(j\omega)\, F_2(j\omega)$

$$\boxed{H(j\omega) = \frac{jRC\omega}{(1+jRC\omega)^2}}$$, la fonction de transfert.

mais : $G_{dB} = 20 \log(|H(j\omega)|)$

d'où : $\boxed{G_{dB} = -20 \log\left(\frac{1}{RC\omega} + RC\omega\right)}$



$\omega \to 0 \Rightarrow G_{dB} = -\infty$

$\omega \to \infty \Rightarrow G_{dB} = -\infty$

$\omega = \frac{1}{RC} \Rightarrow G_{dB} = -6$

$\Rightarrow$ C'est l'apparence d'un filtre passe-bande

Les paramètres : $H_{max} = 1/2$

ordre $= 2$

$\omega_0 = \frac{1}{RC}$, $f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$

$m = 1$, $Q = \frac{1}{2}$

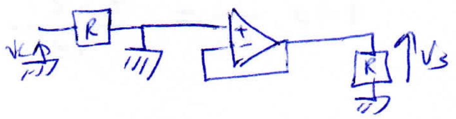
$B.p = 2f_0 \simeq 0$ sélectif

3)- Etude qualitative

- $\omega \to 0$, pour les basses fréquences $\Rightarrow Z_c = \infty$

$V_s \simeq 0$ (pas de trans

- $\omega \to \infty$, pour les hautes fréquences $\Rightarrow Z_c = 0$



$V_s \simeq 0$ (pas de transmiss

$\Rightarrow$ C'est le rôle d'un filtre passe-bande