Université Mouloud Mammeri, Tizi-Ouzou
Faculté de Génie Electrique et d'Informatique, Département Automatique
Module : Traitement du signal
Master I en Automatique et Systèmes/ Automatique et Informatique Industrielle
Année universitaire 2019-2020

Série de TD N°4

Exercice 1

Préciser si chacun des systèmes, d'entrée $x(k)$ et de sortie $y(k)$, est linéaire, invariant dans le temps et causal.

$y(k) = kx(k)$ $\quad$ $y(k) = 2x(k) + 1$ $\quad$ $y(k) = x(k+4)$ $\quad$ $y(k) = x(-k)$ $\quad$ $y(k) = \frac{1}{3}\left[x(k-1) + x(k) + x(k+1)\right]$

Exercice 2

1)- Soit un système de réponse impulsionnelle $h(k) = (0.5)^{k-2} u(k-2)$. Donner l'équation aux différences qui décrit ce système.

2)- Résoudre l'équation aux différences $y(k) - 0.5y(k-1) = x(k-2)$ sachant $x(k) = (0.5)^k u(k)$

Exercice 3

Soit le système discret linéaire et invariant dans le temps défini par l'équation aux différences suivante : $y(k) = y(k-1) - y(k-2) + 0.5x(k) + 0.5x(k-1)$ telle que $x(k) = (0.5)^k u(k)$.

1)- Calculer la solution particulière $y_p(k)$

2)- Déterminer la solution $y_h(k)$ de l'équation homogène.

3)- Déterminer la solution générale sachant que: $y(-1) = 0.75$ et $y(-2) = 0.25$.

Exercice 4

1)- Montrer que si le signal d'entrée $x(k)$ d'un système discret linéaire et invariant dans le temps est périodique de période K, alors la réponse $y(k)$ du système est également périodique de période K.

2)- Calculer le produit de convolution $y(k) = x(k) * h(k)$ avec $x(k) = a^k u(k)$ et $h(k) = rect_N(k)$

Exercice 5

Soit un filtre de lissage défini par l'équation aux différences suivante $y(k) = \frac{1}{3}\left[x(k-1) + x(k) + x(k+1)\right]$

1)- Déterminer la réponse impulsionnelle de ce système.

2)- Indiquer si le filtre est FIR ou RII et s'il est stable .

Exercice 6

Soit $x(t)$ un signal électrocardiogramme (ECG) corrompu par un bruit $b(t)$. On suppose que $x(t)$ a une fréquence maximale F_{max}=1Khz et que le signal bruit $b(t)$ se manifeste à la fréquence du réseau électrique $f_0 = 50Hz$ tel que $b(t) = \cos(2\pi f_0 t)$.

Pour éliminer ce bruit, on échantillonne le signal ECG $x(t)$ avec une fréquence d'échantillonnage qui respecte le théorème de Shannon ($f_e = 2Khz$ par exemple) puis on injecte le signal discret $x(k)$ obtenu dans un filtre discret défini par l'équation aux différence suivante: $y(k) = x(k) + ax(k-1) + bx(k-2)$

$y(k)$ étant la réponse du filtre, *a* et *b* sont des coefficients réelles qu'il faut déterminer.

1)- Déterminer la réponse impulsionnelle $h(k)$ de ce filtre.

2)- Calculer le gain complexe $H(f) = \dfrac{Y(f)}{X(f)}$ du système.

3)- $H(f)$ peut se mettre sous la forme $H(f) = \left(1 - \alpha e^{-j2\pi f}\right)\left(1 - \beta e^{-j2\pi f}\right)$. Exprimer les coefficients *a* et *b* en fonction de α et β.

4)- Pour que le filtre élimine le bruit $b(t)$, il faut que $H(f)$ soit nulle à $f = \pm f_0$.

Déterminer les expressions de α et β qui annule $H(f)$ à $f = \pm f_0$ puis déduire les valeur des coefficients *a* et *b*.