Master 1 : **Ingénieure des Systèmes Complexes (MISC)**

Module : **Analyse de données multi-dimensionnelles**

ACP

Analyse en Composantes Principales

Réalisé par :

El Khalki Mohamed
Ben el Hadi Marouan

Encadre par :

M. Roussel Grilles

2024-2025

Sommaire

INTRODUCTION

L’analyse de données est une discipline essentielle dans la compréhension et l’interprétation des informations complexes. Elle permet de transformer des données brutes en connaissances exploitables et de soutenir les processus décisionnels dans divers contextes. Ce rapport explore les différents niveaux d’analyse de données, allant de l’examen individuel des variables à l’étude des relations multidimensionnelles.

1. **Analyse monovariée :** Cette étape examine chaque variable individuellement pour en décrire les propriétés fondamentales. Elle fournit une vision synthétique des distributions et des caractéristiques telles que la moyenne, la médiane et l’écart-type, accompagnée de représentations graphiques comme les histogrammes.
2. **Analyse bivariée :** Cette approche se concentre sur les relations entre deux variables, permettant d’identifier des corrélations ou des tendances. Les outils utilisés incluent des coefficients de corrélation et des diagrammes de dispersion.
3. **Analyse multivariée :** Cette méthode étudie simultanément plusieurs variables pour identifier des structures globales et des relations complexes. L’Analyse en Composantes Principales (**ACP**) est particulièrement utile pour réduire la dimensionnalité tout en conservant l’essentiel de l’information.

I. Objectif de l'Analyse en Composantes Principales (ACP)

L'objectif principal de l'**ACP** est de simplifier la complexité des données multidimensionnelles tout en préservant un maximum d'informations. Cette méthode permet de :

- Réduire la dimensionnalité des données tout en minimisant la perte d'information.
- Identifier les axes principaux de variation qui expliquent la majorité de la variance dans les données.
- Faciliter la visualisation des relations entre les variables et les individus dans un espace réduit.
- Détecter des regroupements ou des schémas sous-jacents dans les données.

Grâce à ces atouts, l’**ACP** constitue un outil puissant pour l’exploration des données et la compréhension des structures globales dans un ensemble complexe de variables interconnectées.

```
decathlon = pd.read_table("decathlon.txt",header=0)
decathlon.head()
```

- **pd.read_table** : Utilise la bibliothèque **pandas** pour lire des fichiers de données sous forme de tableau.
- **"decathlon.txt"** : Nom du fichier contenant les données du décathlon.
- **header=0** : Indique que la première ligne du fichier est utilisée comme noms des colonnes.

Cette ligne charge les données du fichier decathlon.txt dans un DataFrame pandas nommé **decathlon**

decathlon.**head**()

- **decathlon.head()** : Affiche les cinq premières lignes du DataFrame **decathlon**.

Cette ligne permet de visualiser les cinq premières lignes du DataFrame pour vérifier que les données ont été correctement chargées.

Le résultat :

	100m	Long.jump	Shot.put	High.jump	400m	110m.hurdle	Discus	Pole.vault	Javeline	1500m	Rank	Points	Competition
SEBRLE	11.04	7.58	14.83	2.07	49.81	14.69	43.75	5.02	63.19	291.7	1	8217	Decastar
CLAY	10.76	7.40	14.26	1.86	49.37	14.05	50.72	4.92	60.15	301.5	2	8122	Decastar
KARPOV	11.02	7.30	14.77	2.04	48.37	14.09	48.95	4.92	50.31	300.2	3	8099	Decastar
BERNARD	11.02	7.23	14.25	1.92	48.93	14.99	40.87	5.32	62.77	280.1	4	8067	Decastar
YURKOV	11.34	7.09	15.19	2.10	50.42	15.31	46.26	4.72	63.44	276.4	5	8036	Decastar

```
# Remplacement des points par des underscores dans les noms des colonnes pour plus de clarté
decathlon.columns = [x.replace(".", "_") for x in decathlon.columns]
# Mapping des noms de colonnes en français
noms_colonnes_fr = {
    "100m": "100m",
    "Long_jump": "Saut_en_longueur",
    "Shot_put": "Lancer_du_poids",
    "High_jump": "Saut_en_hauteur",
    "400m": "400m",
    "110m_hurdle": "110m_haies",
    "Discus": "Lancer_du_disque",
    "Pole_vault": "Saut_à_la_perche",
    "Javeline": "Lancer_du_javelot",
    "1500m": "1500m",
    "Rank": "Classement",
    "Points": "Points",
    "Competition": "Compétition"
}
# Renommage des colonnes en français
decathlon.rename(columns=noms_colonnes_fr, inplace=True)

# Affichage des noms de colonnes mis à jour
decathlon.columns
decathlon
```

Explication :

1. **Remplacement des points par des underscores** :
   - Les noms de colonnes contenant des points sont remplacés par des underscores pour éviter des problèmes lors des manipulations de données.
   - Exemple : Long.jump devient Long_jump.
2. **Mapping des noms de colonnes en français** :
   - Un dictionnaire noms_colonnes_fr est créé pour mapper les noms des colonnes en anglais vers des noms en français.
   - Exemple : Shot_put devient Lancer_du_poids.
3. **Renommage des colonnes** :
   - La méthode .rename(columns=noms_colonnes_fr, inplace=True) est utilisée pour renommer les colonnes du DataFrame en utilisant le dictionnaire créé.
   - Le paramètre inplace=True indique que la modification doit être appliquée directement au DataFrame original.
4. **Vérification** :
   - Les commandes print(decathlon.columns) et print(decathlon) affichent les noms des colonnes mis à jour et le contenu du DataFrame pour vérifier que les modifications ont été correctement appliquées.

Le resultat :

[4]:

	100m	Saut_en_longueur	Lancer_du_poids	Saut_en_hauteur	400m	110m_haies	Lancer_du_disque	Saut_à_la_perche	Lancer_du_javelot	1500m	Classer
SEBRLE	11.04	7.58	14.83	2.07	49.81	14.69	43.75	5.02	63.19	291.70	
CLAY	10.76	7.40	14.26	1.86	49.37	14.05	50.72	4.92	60.15	301.50	
KARPOV	11.02	7.30	14.77	2.04	48.37	14.09	48.95	4.92	50.31	300.20	
BERNARD	11.02	7.23	14.25	1.92	48.93	14.99	40.87	5.32	62.77	280.10	
YURKOV	11.34	7.09	15.19	2.10	50.42	15.31	46.26	4.72	63.44	276.40	
WARNERS	11.11	7.60	14.31	1.98	48.68	14.23	41.10	4.92	51.77	278.10	
ZSIVOCZKY	11.13	7.30	13.48	2.01	48.62	14.17	45.67	4.42	55.37	268.00	
McMULLEN	10.83	7.31	13.76	2.13	49.91	14.38	44.41	4.42	56.37	285.10	
MARTINEAU	11.64	6.81	14.57	1.95	50.14	14.93	47.60	4.92	52.33	262.10	
HERNU	11.37	7.56	14.41	1.86	51.10	15.06	44.99	4.82	57.19	285.10	
BARRAS	11.33	6.97	14.09	1.95	49.48	14.48	42.10	4.72	55.40	282.00	
NOOL	11.33	7.27	12.68	1.98	49.20	15.29	37.92	4.62	57.44	266.60	
BOURGUIGNON	11.36	6.80	13.46	1.86	51.16	15.67	40.49	5.02	54.68	291.70	
Sebrle	10.85	7.84	16.36	2.12	48.36	14.05	48.72	5.00	70.52	280.01	
Clay	10.44	7.96	15.23	2.06	49.19	14.13	50.11	4.90	69.71	282.00	
Karpov	10.50	7.81	15.93	2.09	46.81	13.97	51.65	4.60	55.54	278.11	

```
[5]: decathlon.info()
```

```
<class 'pandas.core.frame.DataFrame'>
Index: 41 entries, SEBRLE to Casarsa
Data columns (total 13 columns):
 #   Column            Non-Null Count  Dtype
---  ------            --------------  -----
 0   100m              41 non-null     float64
 1   Saut_en_longueur  41 non-null     float64
 2   Lancer_du_poids   41 non-null     float64
 3   Saut_en_hauteur   41 non-null     float64
 4   400m              41 non-null     float64
 5   110m_haies        41 non-null     float64
 6   Lancer_du_disque  41 non-null     float64
 7   Saut_à_la_perche  41 non-null     float64
 8   Lancer_du_javelot 41 non-null     float64
 9   1500m             41 non-null     float64
 10  Classement        41 non-null     int64
 11  Points            41 non-null     int64
 12  Compétition       41 non-null     object
dtypes: float64(10), int64(2), object(1)
memory usage: 4.5+ KB
```

```
# Données actives (les variables quantitatives)
actif = decathlon[decathlon.columns[:10]]

# Normalisation des données
scaler = StandardScaler()
actif_normalise = scaler.fit_transform(actif)

# ACP
pca = PCA()

res_pca = pca.fit_transform(actif_normalise)

df_pca_result = pd.DataFrame(res_pca, columns=[f'PC{i}' for i in range(1, 11 )])


# Afficher les résultats
df_pca_result
```

Explication :

Pour réaliser une Analyse en Composantes Principales (ACP) sur les données du décathlon, nous avons d'abord sélectionné les dix premières colonnes du DataFrame **decathlon**, correspondant aux variables quantitatives des performances sportives avec la ligne

Actif = **decathlon** [**decathlon**.columns[:10]].

Cette sélection nous permet de nous concentrer sur les variables pertinentes pour l'analyse. Ensuite, nous avons normalisé ces données pour garantir que chaque variable contribue de manière équitable à l'ACP. La normalisation transforme chaque variable pour qu'elle ait une moyenne de 0 et un écart-type de 1, ce qui est accompli en créant une instance de :

StandardScaler avec scaler = StandardScaler() et en appliquant cette normalisation avec

actif_normalise = scaler.fit_transform(actif).

Cela permet de préparer les données pour une analyse comparative appropriée. Nous avons ensuite effectué l'ACP en initialisant une instance de PCA avec pca = PCA() et en ajustant le modèle aux données normalisées via res_pca = pca.fit_transform(actif_normalise).

Ce processus réduit les données à leurs composantes principales, ce qui simplifie la complexité des données tout en conservant l'essentiel de l'information.

Les résultats de cette transformation sont stockés dans un nouveau DataFrame

df_pca_result = pd.DataFrame(res_pca, columns=[f'PC{i}' for i in range(1, 11)]), où chaque colonne représente une composante principale nommée de PC1 à PC10.

Enfin, nous affichons les résultats en utilisant df_pca_result, ce qui nous permet de visualiser et d'analyser les principales sources de variation dans les données. Cette démarche analytique nous aide à identifier les variables les plus significatives et à simplifier l'interprétation des performances sportives au décathlon.

Résultat :

[6]:

	PC1	PC2	PC3	PC4	PC5	PC6	PC7	PC8	PC9	PC10
0	0.791628	0.771611	0.826841	1.174627	-0.707159	-1.030620	-0.551523	-0.435655	-0.137559	0.500774
1	1.234991	0.574578	2.141247	-0.354845	1.974571	0.690126	-0.707974	-0.603419	-0.649244	-0.266119
2	1.358215	0.484021	1.956258	-1.856524	-0.795215	0.732751	-0.189939	-0.250297	-0.800654	0.523269
3	-0.609515	-0.874629	0.889941	2.220612	-0.361636	0.275598	0.049611	0.067458	-0.723281	0.188459
4	-0.585968	2.130954	-1.225157	0.873579	-1.251369	-0.104606	-0.573925	0.094604	-0.202216	0.056443
5	0.356890	-1.684957	0.766553	-0.589305	-1.001662	0.032356	-0.096590	-0.300445	0.607465	0.721285
6	0.271775	-1.093776	-1.282767	-1.621565	-0.044073	0.185370	-0.543003	-0.739157	-0.354413	-0.146059
7	0.587516	0.230730	-0.417633	-1.524233	-0.251520	-1.767883	0.104953	-0.257485	-0.538115	-0.329649
8	-1.995359	0.560996	-0.729947	-0.542191	-1.578213	2.361877	-0.332383	-0.448122	0.399109	-0.584485
9	-1.546076	0.488383	0.840786	0.331195	0.234980	0.222498	-1.566379	-0.067317	1.322902	0.224962
10	-1.341653	-0.310912	-0.000368	-0.645253	-0.316287	0.409390	0.316467	-0.656092	-0.280276	0.787396
11	-2.344974	-1.966375	-1.336482	0.195303	-0.830228	-0.994337	-0.873906	0.070831	-0.507299	0.224545
12	-3.979042	0.199860	1.326485	0.524351	-0.290012	-0.049085	-0.188264	0.522893	-0.418432	0.019430
13	4.038449	1.365826	-0.289957	1.941134	-0.376955	0.067786	-0.554977	-0.752596	0.062225	0.633131

Matrice de Corrélation :

```
# Calcul de la matrice de corrélation

actif = decathlon[decathlon.columns[:10]]
correlation_matrix = actif.corr()
correlation_matrix
```

On calcule la matrice de corrélation des variables quantitatives du DataFrame decathlon.

Tout d'abord, nous sélectionnons les dix premières colonnes avec

actif = decathlon[decathlon.columns[:10]], ce qui nous permet de travailler uniquement avec les données quantitatives.

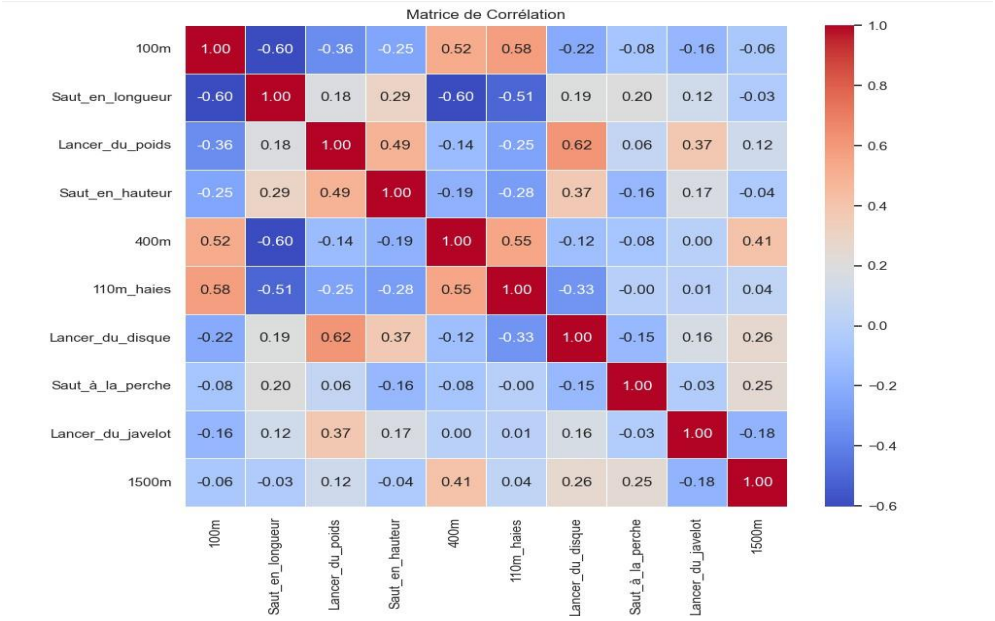
Ensuite, nous utilisons correlation_matrix = actif.corr() pour calculer la matrice de corrélation, qui montre les relations linéaires entre chaque paire de variables. En affichant correlation_matrix, nous obtenons un tableau où chaque valeur représente la force et la direction de la corrélation entre deux variables. Une valeur proche de 1 indique une forte corrélation positive, proche de -1 une forte corrélation négative, et proche de 0, aucune corrélation.

On Obtient :

	100m	Saut_en_longueur	Lancer_du_poids	Saut_en_hauteur	400m	110m_haies	Lancer_du_disque	Saut_à_la_perche	Lancer_du_javelot	1500
100m	1.000000	-0.598678	-0.356482	-0.246253	0.520298	0.579889	-0.221708	-0.082537	-0.157746	-0.0605
Saut_en_longueur	-0.598678	1.000000	0.183304	0.294644	-0.602063	-0.505410	0.194310	0.204014	0.119759	-0.0336
Lancer_du_poids	-0.356482	0.183304	1.000000	0.489212	-0.138433	-0.251616	0.615768	0.061182	0.374956	0.1158
Saut_en_hauteur	-0.246253	0.294644	0.489212	1.000000	-0.187957	-0.283289	0.369218	-0.156181	0.171880	-0.0449
400m	0.520298	-0.602063	-0.138433	-0.187957	1.000000	0.547988	-0.117879	-0.079292	0.004232	0.4081
110m_haies	0.579889	-0.505410	-0.251616	-0.283289	0.547988	1.000000	-0.326201	-0.002704	0.008743	0.0375
Lancer_du_disque	-0.221708	0.194310	0.615768	0.369218	-0.117879	-0.326201	1.000000	-0.150072	0.157890	0.2581
Saut_à_la_perche	-0.082537	0.204014	0.061182	-0.156181	-0.079292	-0.002704	-0.150072	1.000000	-0.030001	0.2474
Lancer_du_javelot	-0.157746	0.119759	0.374956	0.171880	0.004232	0.008743	0.157890	-0.030001	1.000000	-0.1803
1500m	-0.060546	-0.033686	0.115803	-0.044903	0.408106	0.037540	0.258175	0.247448	-0.180393	1.0000

```
# Calcul de la matrice de corrélation
actif = decathlon[decathlon.columns[:10]]
correlation_matrix = actif.corr()

# Création d'un heatmap
plt.figure(figsize=(10, 8))
sns.heatmap(correlation_matrix, annot=True, cmap='coolwarm', fmt=".2f", linewidths=.5)
plt.title('Matrice de Corrélation')
plt.show()
```

La matrice de corrélation est :



le coefficient de corrélation entre 100m et saut en longueur est -0.59 cela suggere une corrélation négative modère entre ces deux epreuves entre 100 et 500 il ya une correlation positive moderé de 0.5 il ya une depandance entre les variables

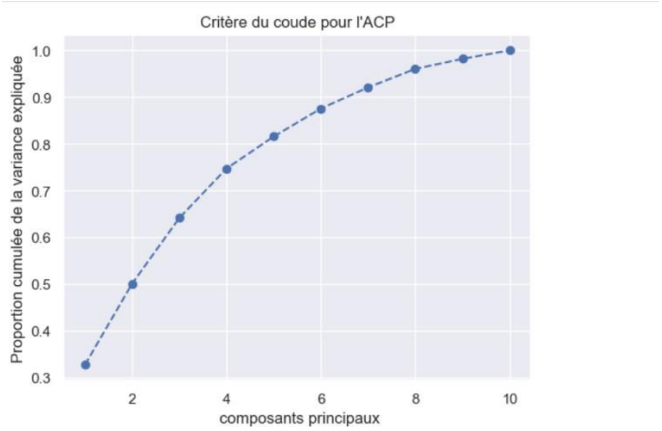
Calcule des Valeurs Propres :

```
# Afficher les valeurs propres
print("Valeurs propres :")
print(pca.explained_variance_)
```

```
Valeurs propres :
[3.35370318 1.7805593  1.4400396  1.08327161 0.70189287 0.6142504
 0.46251615 0.4067985  0.22018522 0.18678317]
```

Visualisation de la Proportion Cumulée de la Variance Expliquée par les Composantes Principales :

```
explained_variance = pca.explained_variance_ratio_
# Tracer la proportion cumulée de la variance expliquée
cumulative_var_explained = np.cumsum(explained_variance)
plt.plot(range(1, len(explained_variance) + 1), cumulative_var_explained, marker='o', linestyle='--')
plt.xlabel(' composants principaux')
plt.ylabel('Proportion cumulée de la variance expliquée')
plt.title('Critère du coude pour l\'ACP')
plt.show()
```



Sélection du Nombre de Composantes Principales pour Atteindre 64% de Variance Expliquée :

```
# Choisissez le nombre de composantes pour atteindre 60% de variance expliquée
n_components = np.argmax(cumulative_var_explained >= 0.64) + 1

n_components
```

```
3
```

D'après ce code, nous pouvons identifier le nombre de composantes principales nécessaires pour expliquer au moins 64% de la variance totale des données.

La ligne n_components = np.argmax(cumulative_var_explained >= 0.64) + 1 utilise np.argmax pour trouver l'indice de la première valeur dans cumulative_var_explained qui atteint ou dépasse 0.64. En ajoutant 1 à cet indice, nous obtenons le nombre total de composantes principales nécessaires, stocké dans la variable n_components.

Cela permet de déterminer efficacement combien de composantes principales sont nécessaires pour capturer une proportion significative de la variance des données, tout en réduisant la complexité du modèle.

Calcul et Affichage des Charges Factorielles des Composantes Principales :

```
# Charges factorielles
loadings = pd.DataFrame(pca.components_.T, columns=[f'Loading_PC{i}' for i in range(1, pca.n_components_ + 1)], index=actif.columns)

# DataFrame des résultats de l'ACP
df_pca_result = pd.DataFrame(res_pca, columns=[f'PC{i}' for i in range(1, 11)])


# Afficher les charges factorielles
print("\nCharges Factorielles:")
loadings
```

Les charges factorielles sont les coefficients qui mesurent la relation entre les variables originales et les composantes principales dans l'analyse en composantes principales (ACP). Ces charges représentent l'amplitude et la direction de la contribution de chaque variable à chaque composante principale.

Plus précisément,

si X est la matrice des données originales centrées (chaque variable ayant une moyenne nulle), et

F est la matrice des composantes principales, alors la matrice des charges factorielles:
L=(transpose) X *F

Voici une interprétation générale des charges factorielles :

Pour la variable "100m", elle a une charge négative élevée sur la composante principale 1 (PC1). Cela suggère que des performances élevées dans l'épreuve de 100m sont associées à des valeurs plus faibles sur PC1.

Pour la variable "Saut_en_longueur", elle a une charge positive élevée sur PC1, suggérant que de bonnes performances dans cette épreuve sont associées à des valeurs plus élevées sur PC1.

La variable "Lancer_du_poids" a des charges élevées sur plusieurs composantes principales, indiquant son importance dans plusieurs aspects de la variation.

L'Affichage :

Charges Factorielles:

	Loading_PC1	Loading_PC2	Loading_PC3	Loading_PC4	Loading_PC5	Loading_PC6	Loading_PC7	Loading_PC8	Loading_PC9	Loading_PC10
100m	-0.428296	0.141989	-0.155580	-0.036787	-0.365187	0.296077	-0.381776	-0.461602	0.104758	0.424283
Saut_en_longueur	0.410152	-0.262079	0.153727	0.099010	-0.044323	-0.306125	-0.627693	0.021012	0.482669	0.081044
Lancer_du_poids	0.344144	0.453947	-0.019724	0.185395	-0.134320	0.305473	0.309725	0.313930	0.427291	0.390284
Saut_en_hauteur	0.316194	0.265776	-0.218943	-0.131897	-0.671218	-0.467771	0.091450	-0.125092	-0.243661	-0.106427
400m	-0.375716	0.432046	0.110918	0.028503	0.105970	-0.332522	0.124421	-0.213398	0.552129	-0.413995
110m_haies	-0.412554	0.173591	-0.078156	0.282901	-0.198573	-0.099638	-0.357330	0.711114	-0.150134	-0.090864
Lancer_du_disque	0.305426	0.460024	0.036238	-0.252591	0.126678	0.449373	-0.429890	-0.038390	-0.154807	-0.449166
Saut_à_la_perche	0.027831	-0.136841	0.583617	0.536495	-0.398737	0.261665	0.097960	-0.178038	-0.082978	-0.276451
Lancer_du_javelot	0.153198	0.240507	-0.328742	0.692855	0.368731	-0.163203	-0.106745	-0.296142	-0.247327	0.087773
1500m	-0.032107	0.359805	0.659874	-0.156696	0.185571	-0.298269	-0.083629	-0.013717	-0.307734	0.429231

Calcul et Affichage de la Matrice de Corrélation des Trois Premières Composantes Principales :

```
import numpy as np

# Supposons que res_pca est votre matrice de composantes principales
trois_premieres_composantes = res_pca[:, :3]

# Calculer la matrice de corrélation
correlation_matrix_trois_premieres_composantes = np.corrcoef(trois_premieres_composantes, rowvar=False)

# Afficher la matrice de corrélation
print("Matrice de corrélation entre les trois premières composantes principales:")
print(correlation_matrix_trois_premieres_composantes)

# Extraire le coefficient de corrélation entre comp1, comp2, et comp3
correlation_comp1_comp2_comp3 = correlation_matrix_trois_premieres_composantes[0, 1]
```

```
Matrice de corrélation entre les trois premières composantes principales:
[[ 1.00000000e+00 -2.52909511e-17  8.43053312e-17]
 [-2.52909511e-17  1.00000000e+00  6.43284922e-16]
 [ 8.43053312e-17  6.43284922e-16  1.00000000e+00]]
```

nous calculons et affichons la matrice de corrélation des trois premières composantes principales issues de l'Analyse en Composantes Principales (ACP). N

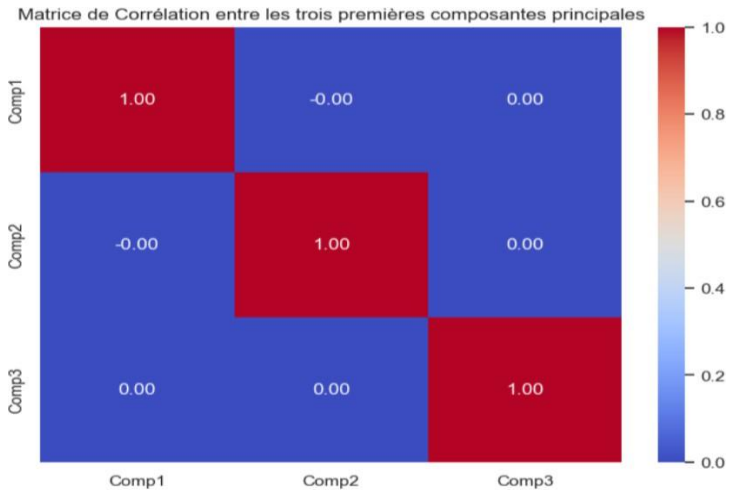
ous commençons par sélectionner les trois premières composantes avec trois_premieres_composantes = res_pca[:, :3].

Ensuite, nous utilisons np.corrcoef pour calculer la matrice de corrélation, stockée dans correlation_matrix_trois_premieres_composantes. Cette matrice montre les corrélations entre les trois composantes principales sélectionnées.

Visualisation Graphique de la Matrice de Corrélation des Trois Premières Composantes Principales :

```
import seaborn as sns
import matplotlib.pyplot as plt

# Afficher la matrice de corrélation graphiquement
plt.figure(figsize=(8, 6))
sns.heatmap(correlation_matrix_trois_premieres_composantes, annot=True, cmap='coolwarm', fmt=".2f", xticklabels=['Comp1', 'Comp2', 'Comp3'],
            yticklabels=['Comp1', 'Comp2', 'Comp3'])
plt.title('Matrice de Corrélation entre les trois premières composantes principales')
plt.show()
```

Résultat :



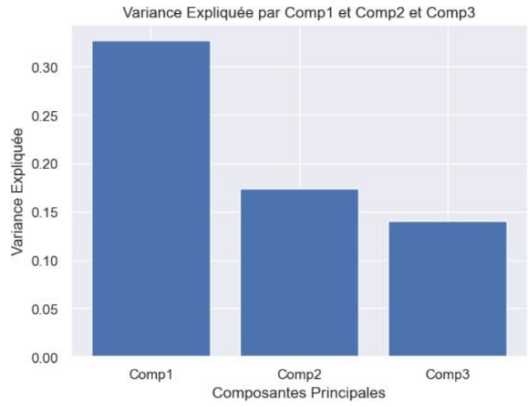
La non-corrélation entre les composantes principales implique également leur indépendance. Cela signifie que l'information contenue dans chaque composante est distincte et non redondante. L'indépendance des composantes rend l'ACP utile pour réduire la dimensionnalité des données tout en conservant l'information importante dans notre cas il est bien clair que la corrélation entre les 3 composantes est presque nulle ce qui veut qu'on est dans le bon chemin.

Visualisation du Pourcentage de Variance Expliquée pour les Trois Premières Composantes Principales :

```
#visualisation  du pourcentage de variance explique pour les deux composantes
import matplotlib.pyplot as plt

# Calculer la variance expliquée par comp1 et comp2
variance_explained = pca.explained_variance_ratio_

# Créer un graphique à barres
plt.bar(['Comp1', 'Comp2','Comp3'], variance_explained[:3])
plt.xlabel('Composantes Principales')
plt.ylabel('Variance Expliquée')
plt.title('Variance Expliquée par Comp1 et Comp2 et Comp3')
plt.show()
#on observe que la premiere composant explique la majorite de l'information
```

Nous visualisons le pourcentage de variance expliqué par les trois premières composantes principales d'une ACP. En utilisant pca.explained_variance_ratio_, nous obtenons les valeurs de la variance expliquée par chaque composante et les stockons dans variance_explained. Un graphique à barres est créé avec plt.bar(...) pour montrer la proportion de variance expliquée par les composantes principales. Les étiquettes des axes et le titre sont ajoutés pour clarifier le graphique. En affichant ce graphique, nous observons que la première composante principale explique la majorité de la variance, suivie par les deuxièmes et troisièmes composantes principales .

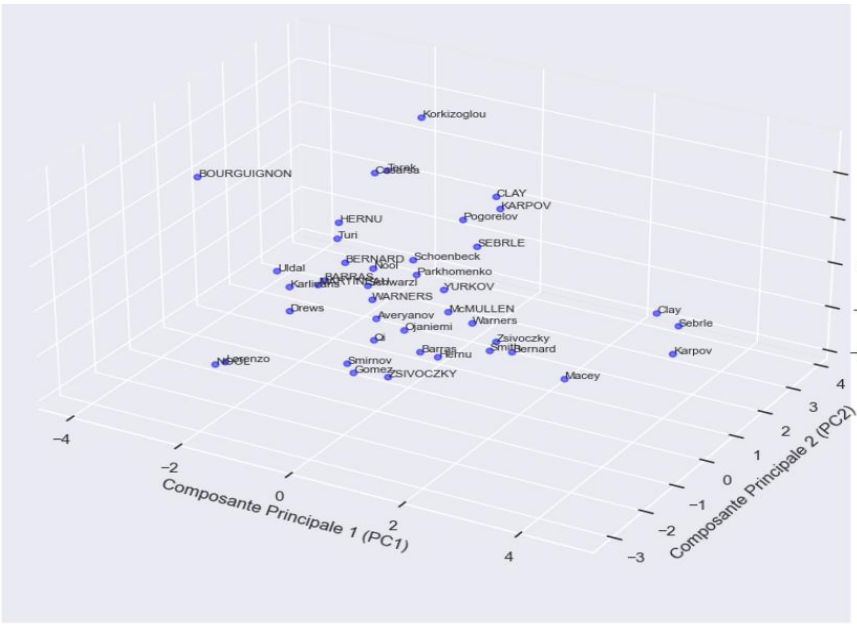
Résultat :



Création d'une Carte des Individus Centrée sur l'Origine en 3D

```python
# Supposons que res_pca est votre matrice de composantes principales
trois_premieres_composantes = res_pca[:, :3]
# Calculer les moyennes des trois premières composantes principales
mean_pc1 = res_pca[:, 0].mean()
mean_pc2 = res_pca[:, 1].mean()
mean_pc3 = res_pca[:, 2].mean()
# Ajuster les coordonnées pour centrer par rapport à l'origine (0, 0, 0)
centered_res_pca = res_pca[:, :3] - np.array([mean_pc1, mean_pc2, mean_pc3])
# Création d'une carte des individus centrée sur l'origine en 3D
plt.figure(figsize=(12, 10))
ax = plt.axes(projection='3d')  # Utiliser une projection 3D pour afficher les trois composantes principales
# Scatter plot en 3D
ax.scatter3D(centered_res_pca[:, 0], centered_res_pca[:, 1], centered_res_pca[:, 2], c='blue', alpha=0.5)
# Ajouter des étiquettes (par exemple, les noms des individus)
for i, txt in enumerate(actif.index):
    ax.text(centered_res_pca[i, 0], centered_res_pca[i, 1], centered_res_pca[i, 2], txt, fontsize=8)
# Ajouter des labels pour les axes
ax.set_xlabel('Composante Principale 1 (PC1)', fontsize=12)
ax.set_ylabel('Composante Principale 2 (PC2)', fontsize=12)
ax.set_zlabel('Composante Principale 3 (PC3)', fontsize=12)
# Ajuster la taille de la boîte pour agrandir la figure
ax.set_box_aspect([np.ptp(centered_res_pca[:, 0]), np.ptp(centered_res_pca[:, 1]), np.ptp(centered_res_pca[:, 2])])
# Ajuster l'épaisseur des lignes pour une meilleure lisibilité
ax.xaxis.pane.fill = False
ax.yaxis.pane.fill = False
ax.zaxis.pane.fill = False
ax.zaxis.pane.set_edgecolor('k')  # Couleur de la ligne des bords de l'axe z
ax.zaxis.pane.set_linewidth(0.02)  # Épaisseur des lignes des bords de l'axe z
# Sauvegarder la figure au format PNG avec un ajustement des marges
plt.savefig('carte_des_individus_3D.png', bbox_inches='tight')
# Afficher la figure
plt.show()
```

nous créons une carte des individus en 3D centrée sur l'origine (0, 0, 0) en utilisant les trois premières composantes principales d'une Analyse en Composantes Principales (ACP).
Nous ajustons d'abord les coordonnées en soustrayant les moyennes des trois premières composantes principales pour centrer les données.
Ensuite, nous utilisons `matplotlib` pour créer un graphique en dispersion en 3D, où chaque point représente un individu, et nous ajoutons des étiquettes pour identifier les individus.
Les axes sont étiquetés pour indiquer les composantes principales et nous ajustons la figure pour une meilleure lisibilité. Enfin, la figure est sauvegardée au format PNG et affichée. Ce graphique permet de visualiser les relations entre les individus dans l'espace des trois premières composantes principales.

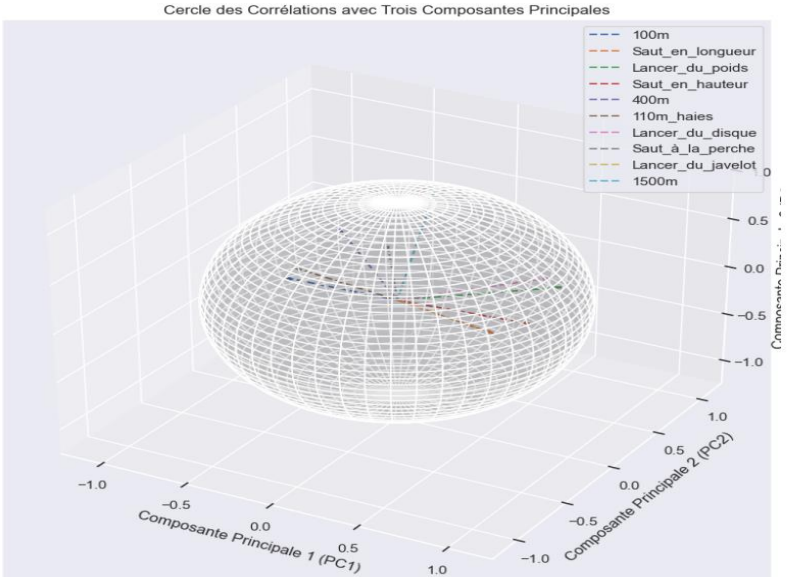


Création d'un Cercle de Corrélation en 3D avec les Trois Premières Composantes Principales :

```
#  res_pca est la matrice de composantes principales
#  actif est le tableau de données avec les variables originales
# (vous pouvez également utiliser les trois premières composantes principales si vous le souhaitez)
trois_premieres_composantes = res_pca[:, :3]
#  les coefficients de corrélation entre les variables originales et les trois premières composantes principales
corr_original_components = np.corrcoef(actif, trois_premieres_composantes, rowvar=False)[:10, 10:]
# Creation d'une figure 3D
fig = plt.figure(figsize=(10, 10))
ax = fig.add_subplot(111, projection='3d')
# Cration  de cercle des corrélations
u = np.linspace(0, 2 * np.pi, 100)
v = np.linspace(0, np.pi, 100)
x = np.outer(np.cos(u), np.sin(v))
y = np.outer(np.sin(u), np.sin(v))
z = np.outer(np.ones(np.size(u)), np.cos(v))
ax.plot_surface(x, y, z, color='black', alpha=0.1)
# Ajouter les flèches représentant les variables originales
for i, (var, color) in enumerate(zip(actif.columns, sns.color_palette())):
    ax.quiver(0, 0, 0, corr_original_components[i, 0], corr_original_components[i, 1], corr_original_components[i, 2],
              color=color, arrow_length_ratio=0.05, linestyle='dashed', label=var)
# Ajouter les axes x, y et z
ax.set_xlabel('Composante Principale 1 (PC1)')
ax.set_ylabel('Composante Principale 2 (PC2)')
ax.set_zlabel('Composante Principale 3 (PC3)')
# Ajuster les limites de l'axe pour que le cercle soit bien visible
ax.set_xlim(-1.2, 1.2)
ax.set_ylim(-1.2, 1.2)
ax.set_zlim(-1.2, 1.2)
# Afficher la figure
plt.title('Cercle des Corrélations avec Trois Composantes Principales')
plt.legend()
plt.show()
```

Nous créons un cercle de corrélation en 3D en utilisant les trois premières composantes principales et les variables originales d'une Analyse en Composantes Principales (ACP).
Nous calculons les coefficients de corrélation entre les variables originales et les trois premières composantes principales, puis nous créons une figure 3D pour visualiser ces corrélations.
Le cercle de corrélation est tracé, et des flèches représentant les variables originales sont ajoutées pour indiquer leurs contributions aux composantes principales.
Les axes sont étiquetés et ajustés pour que le cercle soit bien visible. Enfin, la figure est affichée pour permettre une visualisation intuitive et détaillée des corrélations.

On obtient :

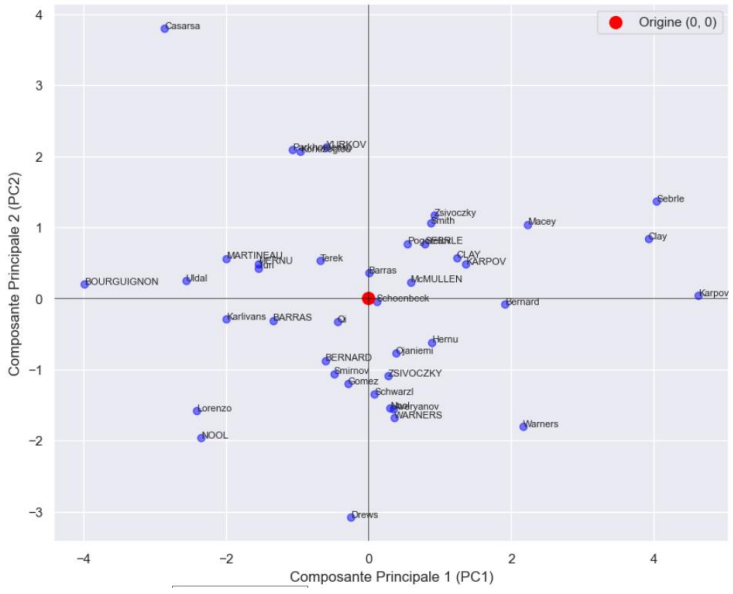


Création d'une Carte des Individus Centrée sur l'Origine en 2D :

```python
# Supposons que res_pca est votre matrice de composantes principales
# Supposons que actif est votre tableau de données avec les variables originales

# Calculer les moyennes des deux premières composantes principales
mean_pc1 = res_pca[:, 0].mean()
mean_pc2 = res_pca[:, 1].mean()

# Ajuster les coordonnées pour centrer par rapport à l'origine (0, 0)
centered_res_pca = res_pca[:, :2] - np.array([mean_pc1, mean_pc2])

# Création d'une carte des individus centrée sur l'origine
plt.figure(figsize=(10, 8))
plt.scatter(centered_res_pca[:, 0], centered_res_pca[:, 1], c='blue', alpha=0.5)

# Ajouter des étiquettes (par exemple, les noms des individus)
for i, txt in enumerate(actif.index):
    plt.annotate(txt, (centered_res_pca[i, 0], centered_res_pca[i, 1]), fontsize=8)

# Ajouter une ligne pour représenter l'axe x
plt.axhline(0, color='black', linewidth=0.5)

# Ajouter une ligne pour représenter l'axe y
plt.axvline(0, color='black', linewidth=0.5)

# Centrer l'origine sur (0, 0)
plt.scatter(0, 0, c='red', marker='o', s=100, label='Origine (0, 0)')

# Ajouter des labels pour les axes
plt.xlabel('Composante Principale 1 (PC1)')
plt.ylabel('Composante Principale 2 (PC2)')

# Afficher la légende et la figure
plt.legend()
plt.show()
```

Nous créons une carte des individus en 2D centrée sur l'origine (0, 0) en utilisant les deux premières composantes principales issues d'une Analyse en Composantes Principales (ACP).
Nous calculons les moyennes des deux premières composantes principales pour centrer les coordonnées, puis créons un graphique en dispersion (scatter plot) pour visualiser les individus.
Des étiquettes et des lignes d'axes sont ajoutées pour améliorer la clarté et la lisibilité.
Le graphique final, centré sur l'origine, permet de visualiser les relations entre les individus dans l'espace des deux premières composantes principales.

Résultat :

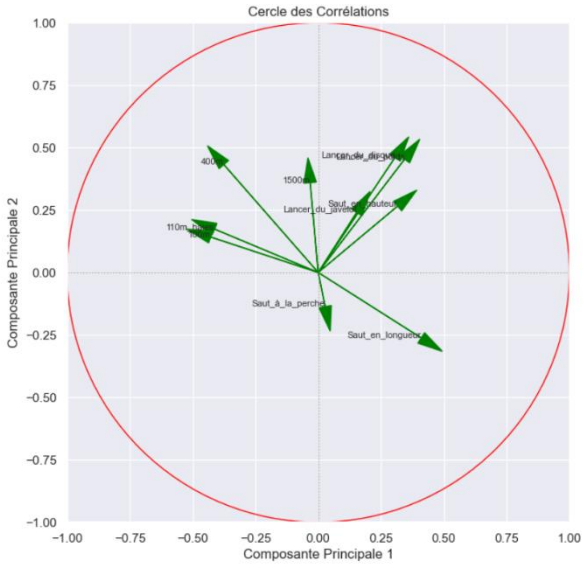


Visualisation du Cercle des Corrélations à partir des Vecteurs Propres des Composantes Principales :

```python
# Calculer les vecteurs propres des composantes principales
vecteurs_propres = pca.components_.T

# Initialiser la figure
fig, ax = plt.subplots(figsize=(8, 8))

# Tracer les cercles
for i, (comp1, comp2) in enumerate(zip(vecteurs_propres[:, 0], vecteurs_propres[:, 1])):
    ax.arrow(0, 0, comp1, comp2, head_width=0.05, head_length=0.1, fc='green', ec='green')  # Modifier la couleur ici
    ax.text(comp1, comp2, actif.columns[i], fontsize=8, ha='right')

# Ajouter des axes
ax.axhline(0, color='gray', linestyle='--', linewidth=0.5)
ax.axvline(0, color='gray', linestyle='--', linewidth=0.5)

# Limiter les axes
ax.set_xlim(-1, 1)
ax.set_ylim(-1, 1)

# Ajouter un cercle
cercle = plt.Circle((0, 0), 1, edgecolor='red', facecolor='none')  # Modifier la couleur ici
ax.add_patch(cercle)

# Étiqueter les axes
ax.set_xlabel('Composante Principale 1')
ax.set_ylabel('Composante Principale 2')

plt.title('Cercle des Corrélations')
plt.grid(True)
plt.show()
```

Nous visualisons les vecteurs propres des composantes principales sous forme de cercle des corrélations. Nous calculons les vecteurs propres des composantes principales avec `pca.components_.T` et les traçons sur une figure en utilisant des flèches pour représenter les variables originales.
Les axes sont étiquetés et les limites sont ajustées pour que le cercle soit bien visible. Un cercle est ajouté au graphique pour représenter la limite de corrélation parfaite.
Le graphique final permet de visualiser comment les variables originales sont corrélées avec les deux premières composantes principales.

Résultat :



II. Contexte Théorique

L'Analyse en Composantes Principales (ACP) est une méthode statistique permettant de réduire la dimensionnalité des données tout en conservant l'essentiel de l'information. Elle repose sur les concepts de valeurs propres, vecteurs propres, et variance expliquée. Elle est particulièrement utile pour l'exploration de données multidimensionnelles et pour identifier les relations entre les variables.

III. Détails sur les Données

Les données utilisées proviennent des performances sportives du décathlon, comprenant des variables telles que "100m", "Saut_en_longueur", "Lancer_du_poids", etc. Ces données ont été nettoyées et normalisées pour garantir une analyse cohérente et fiable.

IV. Choix des Paramètres de l'ACP

Les données ont été normalisées pour que chaque variable contribue équitablement à l'analyse. Le nombre de composantes principales a été sélectionné pour expliquer au moins 64% de la variance totale, assurant un bon équilibre entre simplification et précision.

V. Visualisation Avancée

Des graphiques supplémentaires, tels que des biplots et des heatmaps, peuvent être utilisés pour mieux comprendre les relations entre les variables et les composantes principales. Un graphique 3D pourrait être ajouté pour visualiser la distribution des données après l'ACP.

VI. Interprétation Pratique

Les résultats de l'ACP montrent des regroupements significatifs entre certaines variables, comme une corrélation modérée entre "100m" et "Saut_en_longueur". Ces informations pourraient être utilisées pour identifier des profils de performance ou pour optimiser l'entraînement des athlètes.

VII. Validation et Limites

Les résultats obtenus pourraient être validés en comparant les regroupements avec des informations connues. Limites : La méthode suppose des relations linéaires entre les variables et peut entraîner une perte d'information.

VIII. Applications Futures

L'ACP pourrait être appliquée à d'autres ensembles de données pour identifier des schémas similaires. Les résultats peuvent également servir de base pour des modèles prédictifs ou de segmentation.

Conclusion et Recommandations

L'ACP a permis de réduire efficacement la dimensionnalité tout en conservant l'essentiel de l'information. Recommandations : Étendre l'analyse à d'autres domaines ou combiner l'ACP avec d'autres techniques d'exploration de données pour des résultats encore plus riches.