Классический метод

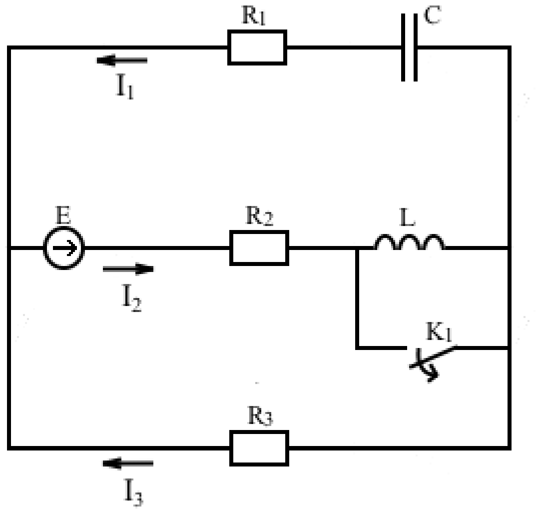

Рис.1

Исходные данные

E=103 В. w=10000 рад/с. R_1=60 Ом. R_2=17 Ом.

R_3=34 Ом. L=0.023 Гн. C=1.27E-6 Ф.

Реактивное сопротивление индуктивности:

X_L=wL=230 Ом.

Реактивное сопротивление ёмкости:

X_C=1/wC=78.74 Ом.

Схема непосредственно перед коммутацией

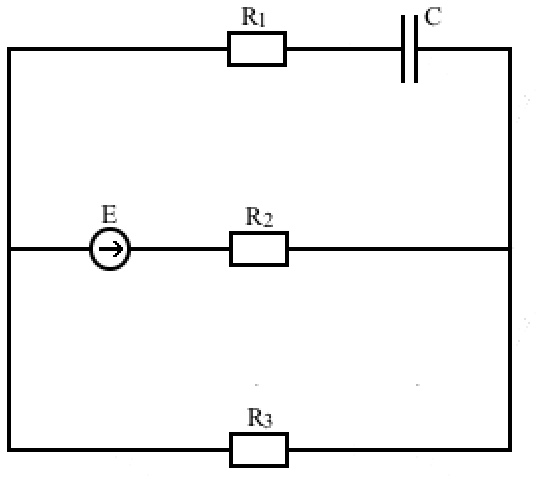

Рис. 2

Комплексное сопротивление цепи относительно источника

$Z=(R_1-jX_C)*R_3/((R_1-jX_C)+R_3)+R_2=43.773-j6.054$ Ом.

Комплексная амплитуда тока в ветви источника определяется по закону Ома:

$\dot{I}_{2m}=\dot{E}_m/Z=2.309+j0.319=2.331^{j7.874°}$ A.

Комплексную амплитуду тока в ветви с ёмкостью определим по правилу плеч:

$\dot{I}_{1m}=\dot{I}_{2m}*R_3/((R_1-jX_C)+R_3)=0.434+j0.479=0.646^{j47.826°}$ А.

Комплексная амплитуда напряжения на ёмкости определяется по закону Ома:

$U_C=I_C*(-jX_C)=37.71-j34.166=50.889e^{-j42.174°}$ А.

Мгновенное значение напряжения в цепи с ёмкостью запишется в виде

$u_C(t)=50.889\sin(10^4t-42.174^{\circ})$ В.

Полагая в последнем выражении t=0-, получим величину напряжения на ёмкости непосредственно перед коммутацией:

$u_c(0-)=50.889\ \sin(-42.174^{\circ})=-34.166$ В.

По законам коммутации напряжение на ёмкости не может измениться скачком. Следовательно, $u_C(0-)=u_C(0+)=-34.166$ В.

Принуждённые составляющие определим по схеме на рис. 1

Комплексное сопротивление цепи относительно источника:

$Z=(R_1-jX_C)*R_3/((R_1-jX_C)+R_3)+(R_2+jX_L)=43.773+j223.946$ Ом.

Комплексная амплитуда тока в ветви источника определяется по закону Ома:

$\dot{I}_{2m}=\dot{E}_m/Z=0.087-j0.443=0.451e^{-j78.94°}$ А.

Мгновенное значение тока в индуктивности, т. е. искомая принуждённая составляющая запишется в виде

$i_{Lпр}(t)=0.451\sin(10^4t-78.94^{\circ})$ А.

Комплексную амплитуду тока в ветви с ёмкостью определим по правилу плеч:

$\dot{I}_{1m}=\dot{I}_{2m}*R_3/((R_1-jX_C)+R_3)=0.097-j0.079=0.125e^{-j38.989°}$ А.

Комплексная амплитуда напряжения на ёмкости определяется по закону Ома:

$U_C=I_C*(-jX_C)=-6.2-j7.66=9.855e^{-j128.989°}$ А.

Мгновенное значение напряжения на ёмкости, т. е. искомая принуждённая составляющая запишется в виде

$u_{Cпр}(t)=9.855\ \sin(10^4t-128.989^{\circ})$ В.

Характеристическое уравнение. Замыкаем накоротко зажимы источника ЭДС и разрываем цепь в ветви с ёмкостью. Комплексное входное сопротивление относительно разрыва и при jw=p запишется в виде

$Z(p)=(R_2+pL)*R_3/((R_2+pL)+R_3)+(R_1+1/pC)=0$

После выполнения алгебраических преобразований и подставляя численные значения параметров цепи получим характеристическое уравнение второго порядка:

$p^2+10059p+18574228=0$

Корни уравнения

$p_1=-2437$

$p_2=-7623$

По виду корней характеристического уравнения записывается свободная составляющая переходного процесса

$i_{Lсв(t)}=A_1e^{-2437t}+A_2e^{-7623t}$.

Полный ток в индуктивности равен сумме свободной и принуждённой составляющих:

$i_L(t)=0.451\sin(10^4t-78.94^\circ)+A_1e^{-2437t}+A_2e^{-7623t}$ A.

В последнем уравнении неизвестными являются A_1 и A_2, следовательно, для их однозначного определения необходимо второе уравнение. Получим его дифференцированием первого:

$di_L/dt=0.451*10^4\cos(10^4t-78.94^\circ)+(-2437)A_1e^{-2437t}+(-7623)A_2e^{-7623t}$.

Полагая в вышепривидённых уравнениях t=0+, получим

$i_{L(0+)}=0.451\sin(-78.94^\circ)+A_1+A_2$,

$di_{L(0+)}/dt=0.451*10^4\cos(-78.94^\circ)-2437A_1-7623A_2$.

Для определения зависимых начальных условий составим систему уравнений по законам Кирхгофа для момента времени t=0+ послекоммутационной схемы

$r_1i_1+u_c(0+)+r_2i_2+Ldi_L(0+)/dt=e(0+)$

$r_2i_2+Ldi_L(0+)/dt+r_3i_3=e(0+)$

$i_2(0+)=i_1(0+)+i_3(0+)$

Подставляя численные значения найденных ранее независимых начальных условий $i_L(0+)$, $u_C(0+)$ и значение e(0+)=0, получим

$di_L(0+)/dt=537.302$ A/c.

Тогда уравнения для определения постоянных интегрирования примут вид

$0=-0.443+A_1+A_2$,

$537.302=865.184-2437A_1-7623A_2$.

Постоянные интегрирования:

$A_1=0.5874$

A_2=-0.1448

Окончательное выражение для переходного тока в индуктивности запишется в виде

$i_L(t)=0.451\sin(10^4t-78.94^{\circ})+0.5874e^{-2437t}-0.1448e^{-7623t}$ А.

Переходный процесс по напряжению на ёмкости расчитывается аналогично. Записываем выражение для $u_C(t)$ как сумму двух составляющих:

$u_C(t)=u_{Cпр}(t)+u_{Cсв}(t)$.

Свободную составляющую ищем в виде суммы двух экспонент. С учетом этого

$u_{Cпр}(t)=9.855\ \sin(10^4t-128.989^{\circ})+A_1e^{-2437t}+A_2e^{-7623t}$ В.

Второе уровнение необходимое для однозначного определения постоянных интегрирования, получим дифференцированием первого:

$du_C/dt=9.855*10^4\cos(10^4t-128.989^{\circ})-2437A_1e^{-2437t}-7623A_2e^{-7623t}$

Полагая в обоих уравнениях t=0+, получим:

$u_C(0+)=9.855\sin(-128.989^{\circ})+A_1+A_2$,

$du_C(0+)/dt=9.855*10^4\cos(-128.989^{\circ})-2437A_1-7623A_2$.

Производная напряжения на ёмкости в момент коммутации относится к зависимым начальным условиям. Определим её значение по выражению

$du_C(0+)/dt=i_1(0+)/C$.

Значение $i_1(0+)$ определим из системы уравнений по законам Кирхгофа для момента времени t=0+, записанной выше. Тогда

$du_C(0+)/dt=286195.999$ В/с.

Уравнения для определения постоянных интегрирования примут вид

$-34.166=-7.66+A_1+A_2$,

$286195.999=-62004.82-2437A_1-7623A_2$.

Постоянные интегрирования

A_1=28.1807

A_2=-54.6868

Окончательное выражение для переходного процесса на ёмкости:

$u_C=9.855*\sin(10^4t-128.989^{\circ})+28.1807e^{-2437t}-54.6868e^{-7623t}$ В.

Постоянная времени t определяется как величина, обратная минимальному по модулю корню характеристического уравнения:

$t=1/p_{min}=0.0004103406$ с.

Следовательно, длительность переходного процесса для рассматриваемой задачи будет равна

$t_{пп}=0.0012310217$ с.