

# Obučavanje ansmbla klasifikatora

Milan M.Milosavljević

# Uvod

- Teorema o besplatnom ručku (No Free Lunch Theorem): Ne postoji algoritam obučavanja koji je u svim situacijama najbolji
- Generisati skup osnovnih ML sistema (base-learners – BL) koji nakon odgovarajućeg kombinovanja daju veću tačnost od pojedinačnih
- Različiti BL koriste različite
  - Algoritme
  - Hiperparametere
  - Reprezentaciju /Modalitete/Pogleda
  - Obučavajuće skupove
  - Podprobleme
- Diverzitet vs tačnost

# Glasanje

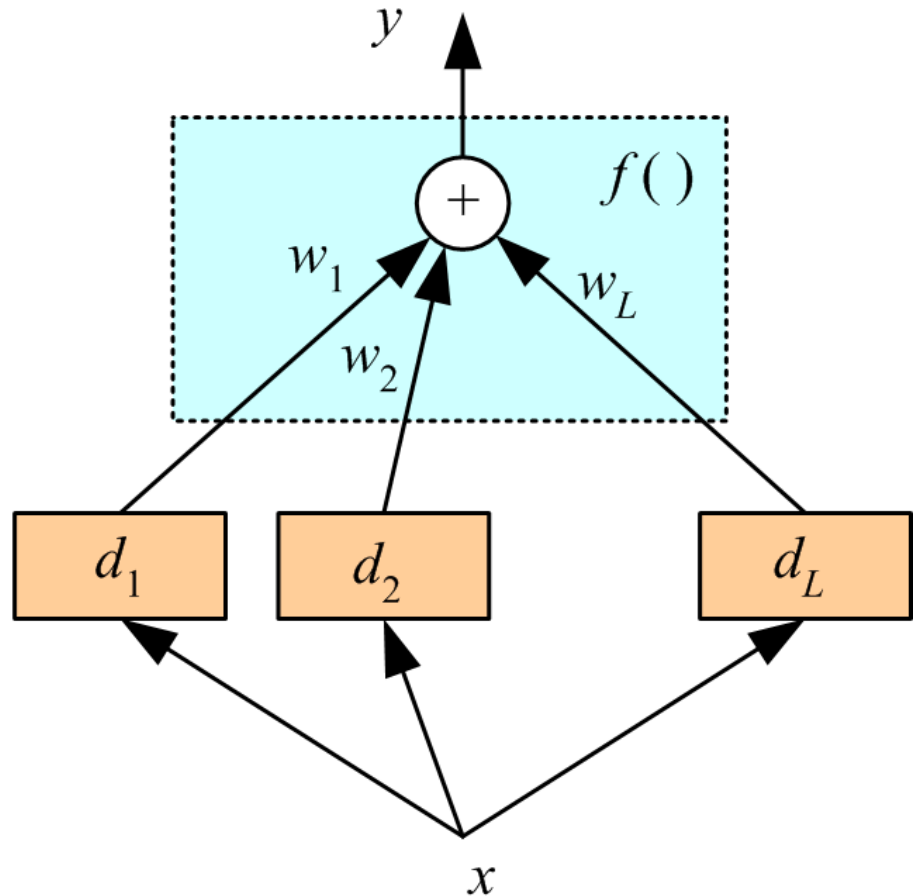
- Linearno kombinovanje

$$y = \sum_{j=1}^L w_j d_j$$

$$w_j \geq 0 \text{ and } \sum_{j=1}^L w_j = 1$$

- Klasifikacija

$$y_i = \sum_{j=1}^L w_j d_{ji}$$



- Bajesovska interpretacija:

$$P(C_i | x) = \sum_{\text{all models } \mathcal{M}_j} P(C_i | x, \mathcal{M}_j) P(\mathcal{M}_j)$$

- Ako je  $d_j$  iid

$$E[y] = E\left[\sum_j \frac{1}{L} d_j\right] = \frac{1}{L} L \cdot E[d_j] = E[d_j]$$

$$\text{Var}(y) = \text{Var}\left(\sum_j \frac{1}{L} d_j\right) = \frac{1}{L^2} \text{Var}\left(\sum_j d_j\right) = \frac{1}{L^2} L \cdot \text{Var}(d_j) = \frac{1}{L} \text{Var}(d_j)$$

Bajas (pomeraj) se ne menja, a varijansa opada sa L.

- Ako su zavisni, greška se povećava sa pozitivnom korelacijom

$$\text{Var}(y) = \frac{1}{L^2} \text{Var}\left(\sum_j d_j\right) = \frac{1}{L^2} \left[ \sum_j \text{Var}(d_j) + 2 \sum_j \sum_{i < j} \text{Cov}(d_i, d_j) \right]$$

# Fiksirana pravila kombinovanja

Rule	Fusion function $f(\cdot)$
Sum	$y_i = \frac{1}{L} \sum_{j=1}^L d_{ji}$
Weighted sum	$y_i = \sum_j w_j d_{ji}, w_j \geq 0, \sum_j w_j = 1$
Median	$y_i = \text{median}_j d_{ji}$
Minimum	$y_i = \min_j d_{ji}$
Maximum	$y_i = \max_j d_{ji}$
Product	$y_i = \prod_j d_{ji}$

	$C_1$	$C_2$	$C_3$
$d_1$	0.2	0.5	0.3
$d_2$	0.0	0.6	0.4
$d_3$	0.4	0.4	0.2
Sum	0.2	<b>0.5</b>	0.3
Median	0.2	<b>0.5</b>	0.4
Minimum	0.0	<b>0.4</b>	0.2
Maximum	0.4	<b>0.6</b>	0.4
Product	0.0	<b>0.12</b>	0.032

# Bagging (Bootstrap aggregating)

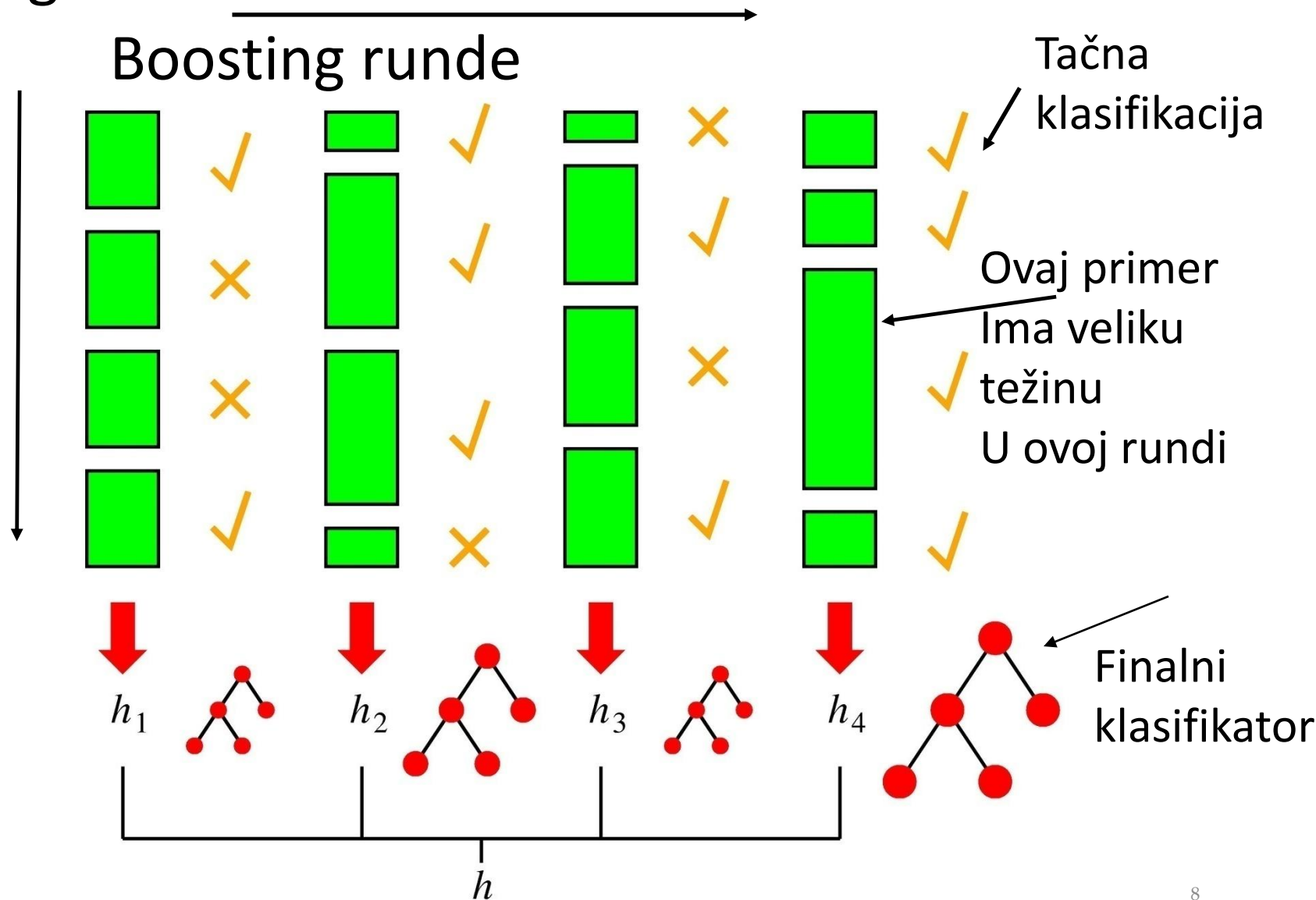
- Pomoću butstrepovanja generisati  $L$  obučavajućih skupova, a zatim obučiti po jedan bazni klasifikator na svakom od njih (Breiman, 1996)
- Objediniti odluke glasanjem (Srednja vrednost ili medijana sa regresijom)
- Nestabilni algoritmi se po pravilu poboljšavaju baging-om.

# Boosting

- Obučavanje klasifikatora (npr. Stabala odlučivanja) u nizu.
- Svaki naredni se fokusira na one primere koji su pogrešno klasifikovani od strane prethodnog klasifikatora u sekvenci.
- Finalna klasifikacija se dobija na osnovu glasanja svih klasifikatora u datoj sekvenci, slično kao kod bagging-a.
- Svaki pojedinačni bazni klasifikator je “slab” ali je zato ansambl “jak”
- **AdaBoost** je jedan specifičan algoritam iz ove klase.

# Boosting - ilustracija

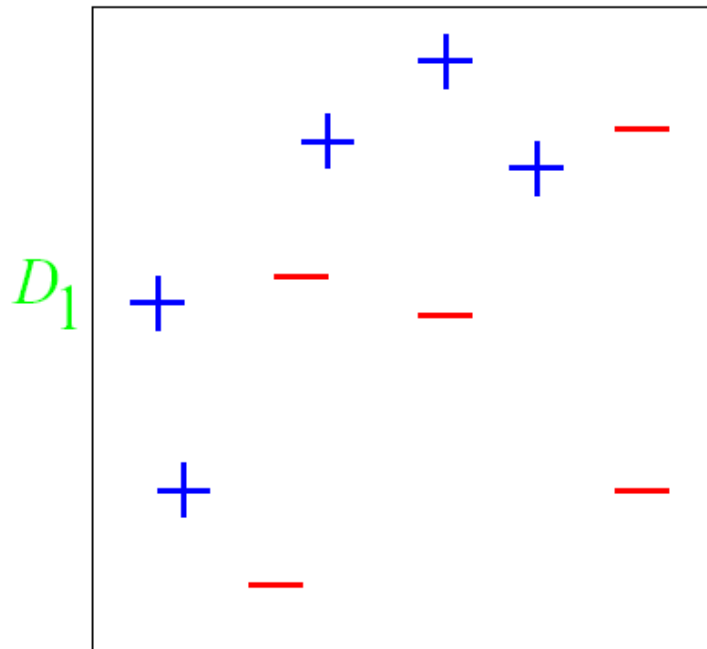
Trening instance





# AdaBoost primer

Taken from “A Tutorial on Boosting” by Yoav Freund and Rob Schapire



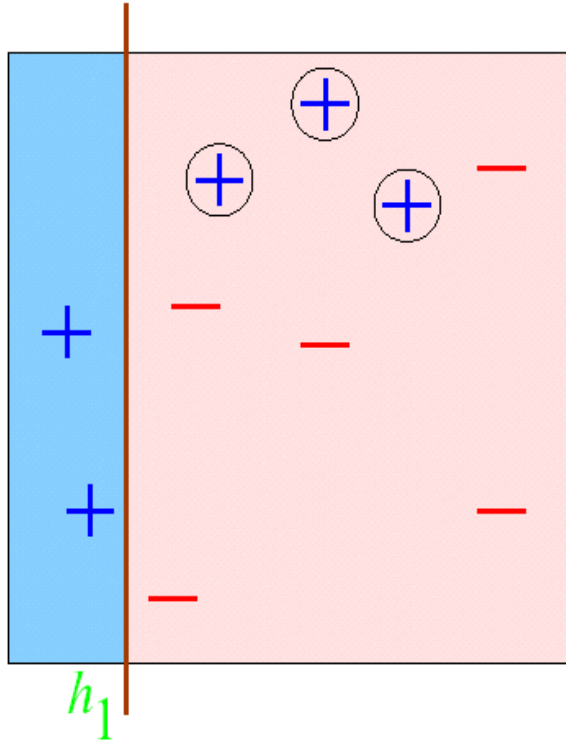
Početni trening skup: sve instance imaju jednake težine

# AdaBoost Primer

$\varepsilon$  = greška klasifikatora

$\alpha$  = težinski faktor klasifikatora

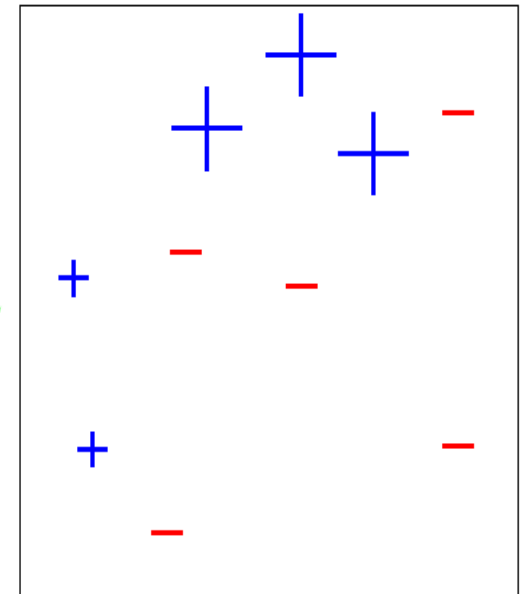
Runda 1



$$\varepsilon_1 = 0.30$$
$$\alpha_1 = 0.42$$

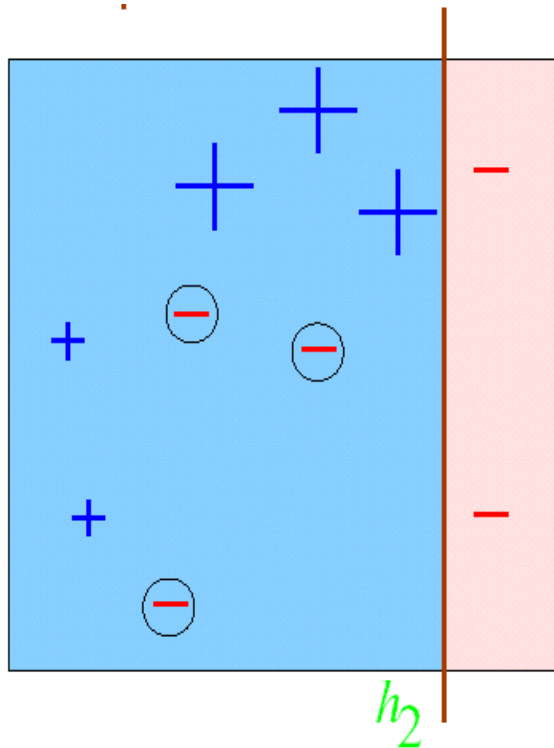


$D_2$

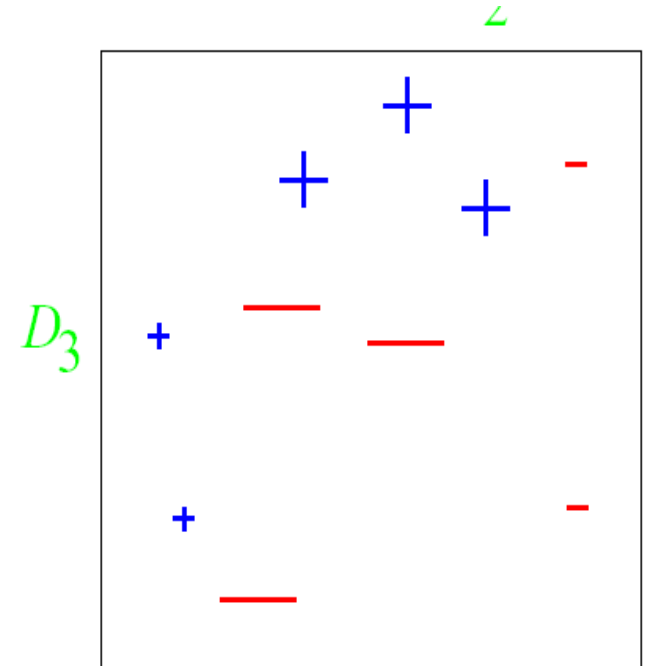


# AdaBoost Primer

Runda 2

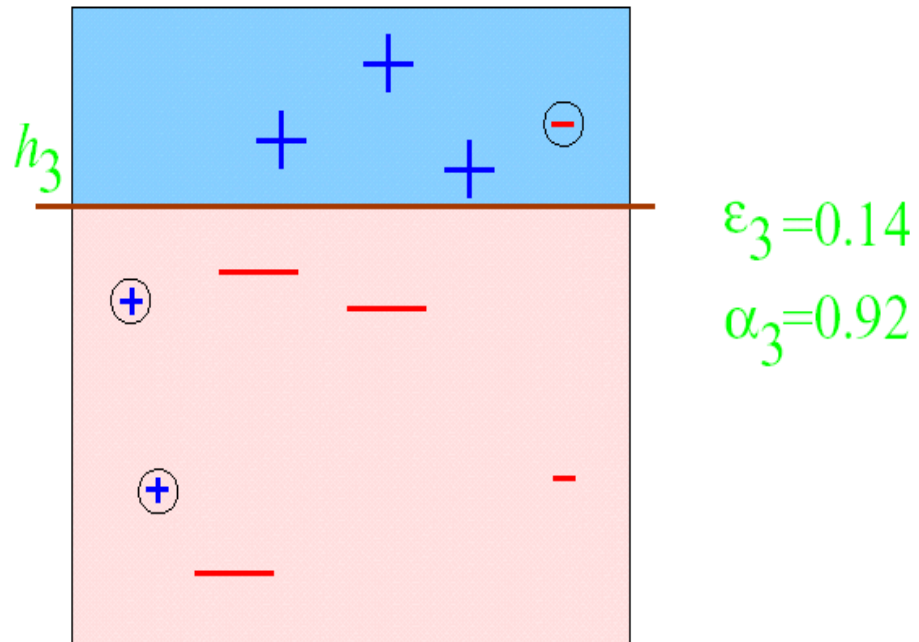


$$\epsilon_2 = 0.21$$
$$\alpha_2 = 0.65$$



# AdaBoost Primer

## Runda 3



# AdaBoost Primer

$$H_{\text{final}} = \text{sign} \left( 0.42 \begin{array}{|c|} \hline \text{blue} \\ \hline \end{array} + 0.65 \begin{array}{|c|} \hline \text{blue} \\ \hline \end{array} + 0.92 \begin{array}{|c|} \hline \text{blue} \\ \hline \end{array} \right)$$

The diagram illustrates the AdaBoost final hypothesis  $H_{\text{final}}$  as a weighted sum of three weak classifiers. Each classifier is represented by a square with a vertical decision boundary. The first classifier has a weight of 0.42 and a vertical boundary. The second classifier has a weight of 0.65 and a vertical boundary. The third classifier has a weight of 0.92 and a horizontal boundary. The final hypothesis is the sign of the weighted sum of these classifiers.

# AdaBoost

Generiše  
sekvencu  
baznih  
klasifikatora  
od kojih se  
svaki  
fokusira na  
greške  
prethodnog  
(Freund and  
Schapire,  
1996)

Training:

For all  $\{x^t, r^t\}_{t=1}^N \in \mathcal{X}$ , initialize  $p_1^t = 1/N$

For all base-learners  $j = 1, \dots, L$

Randomly draw  $\mathcal{X}_j$  from  $\mathcal{X}$  with probabilities  $p_j^t$

Train  $d_j$  using  $\mathcal{X}_j$

For each  $(x^t, r^t)$ , calculate  $y_j^t \leftarrow d_j(x^t)$

Calculate error rate:  $\epsilon_j \leftarrow \sum_t p_j^t \cdot 1(y_j^t \neq r^t)$

If  $\epsilon_j > 1/2$ , then  $L \leftarrow j - 1$ ; stop

$\beta_j \leftarrow \epsilon_j / (1 - \epsilon_j)$

For each  $(x^t, r^t)$ , decrease probabilities if correct:

If  $y_j^t = r^t$   $p_{j+1}^t \leftarrow \beta_j p_j^t$  Else  $p_{j+1}^t \leftarrow p_j^t$

Normalize probabilities:

$Z_j \leftarrow \sum_t p_{j+1}^t$ ;  $p_{j+1}^t \leftarrow p_{j+1}^t / Z_j$

Testing:

Given  $x$ , calculate  $d_j(x), j = 1, \dots, L$

Calculate class outputs,  $i = 1, \dots, K$ :

$$y_i = \sum_{j=1}^L \left( \log \frac{1}{\beta_j} \right) d_{ji}(x)$$

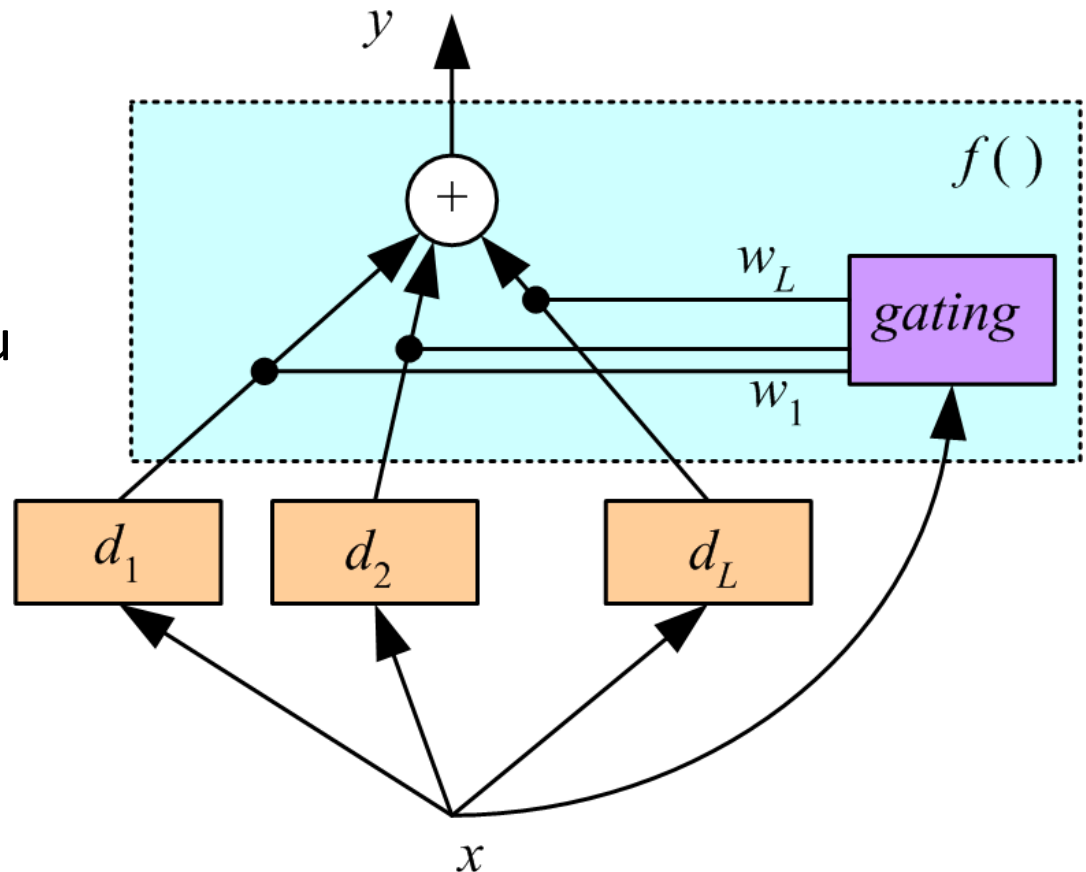
# Grupa eksperata

Glasanje sa težinama koje zavise od ulaza (gating)

$$y = \sum_{j=1}^L w_j d_j$$

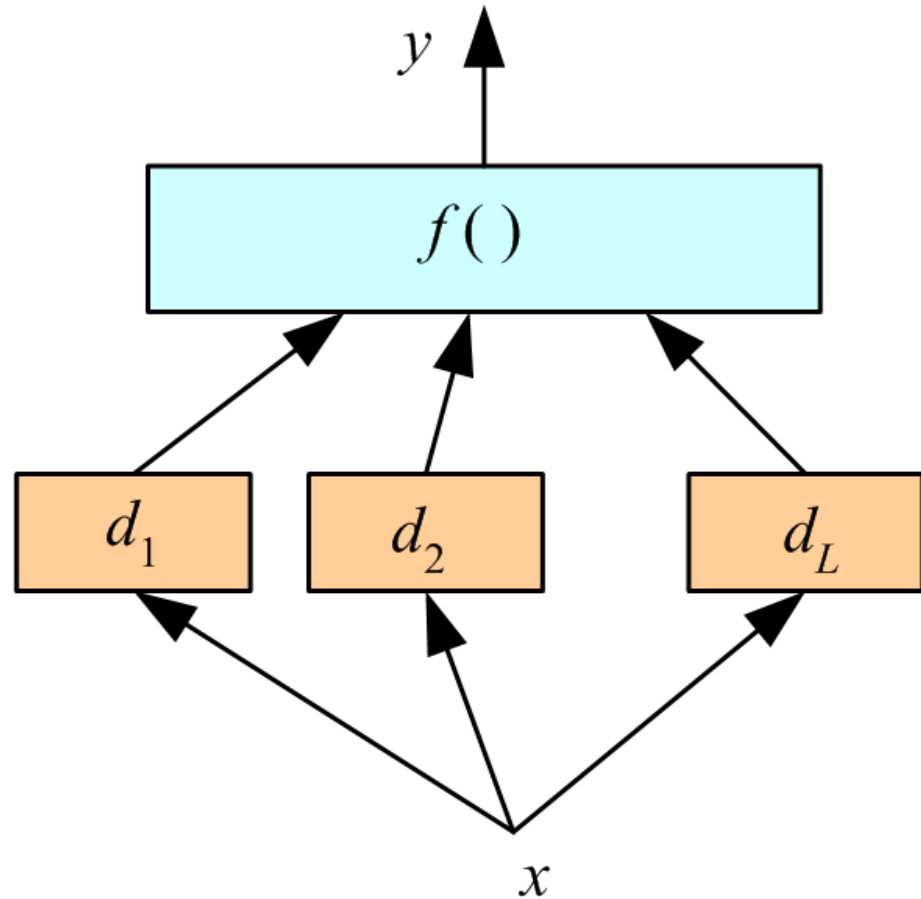
(Jacobs et al., 1991)

Eksperti i gejting mogu  
biti nelinearni



# Stacking

- Kombajner  $f()$  je zaseban learner (Wolpert, 1992)





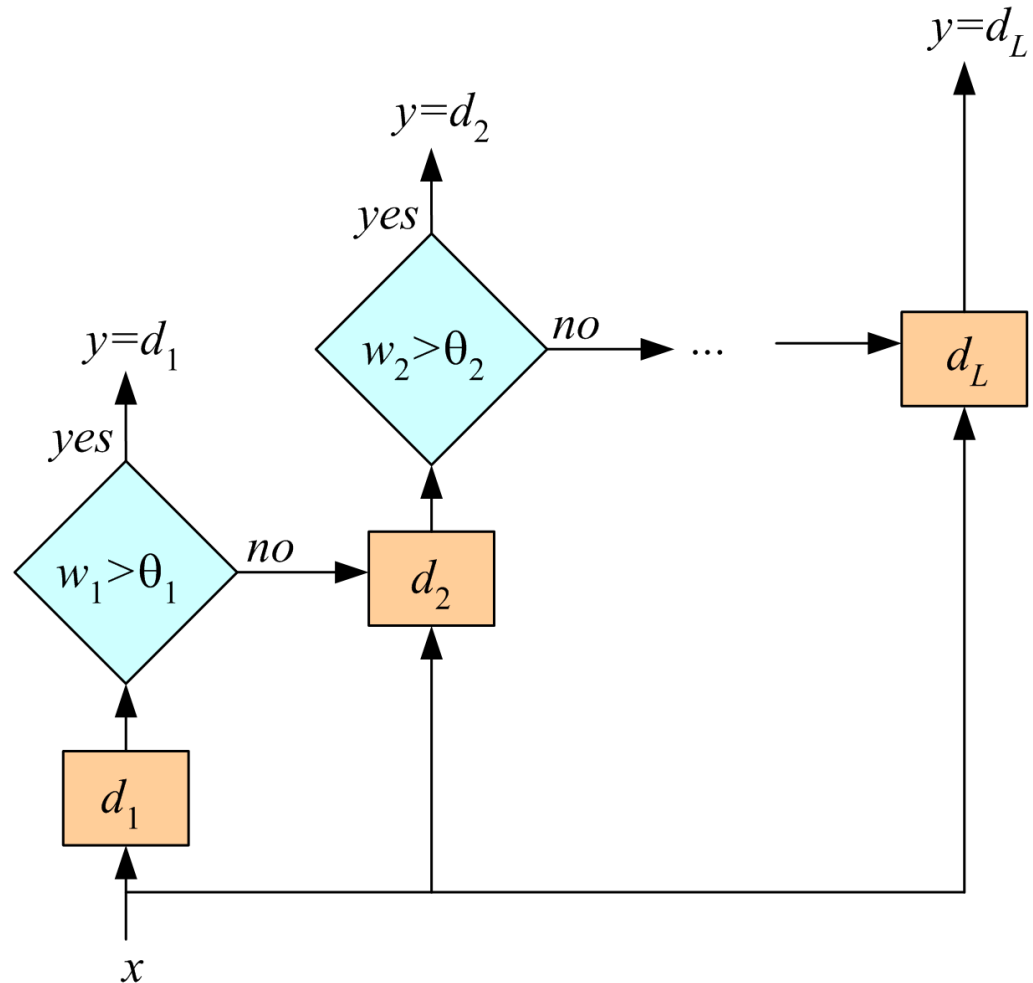
# Fino podešavanje ansambla

- Ako je dat ansambl zavisnih klasifikatora, ne koristiti ih kao takve, već pokušati da se postigne nezavisnost
  1. Selekcija podskupova: Pristup Unapred (rastući)/Unazad (kresanje) u cilju poboljšanja tačnosti/diverziteta/nezavisnosti
  2. Obučavanje metaklasifikatora: od izlaza korelisanih klasifikatora, ekstrahovati nekorelisanu kombinaciju. Ako koristimo PCA, dobijamo “eigenlearners.”
- Slično sa selekcija vs ekstrakcija obeležja

# Kaskade

Koristiti  $d_j$  samo ako prethodni klasifikator nije dovoljno dobar.

Kaskade se formiraju u redosledu povećanja kompleksnosti klasifikatora.



# Kombinovanje više izvora/pogleda

- Rana integracija: Konkatenirati sva obeležja i obučiti jedinstven klasifikator.
- Kasna integracija: Na svakom skupu obeležja obučiti jedan klasifikator, a zatim objediniti njihove odluke na osnovu nekog fiksnog pravila ili stakingom.
- Intermedijarna integracija: Na svakom skupu obeležja izračunati jezgro (kernel), a zatim formirati jedinstveni SVM klasifikator sa višestrukim jezgrima.
- Kombinovanje obeležja vs klasifikacija vs jezgra.