

Бонусное задание на метапрограммирование:

Это задание стоит 15 баллов, оценивается вручную. Код вашего решения необходимо предварительно проверить и отправить в виде одного .cpp -файла. **Внимание:** прежде чем перейти к решению задачи, прочитайте последний блок этого файла.

Условие

Вспомним лекцию. На ней я имплементировал класс `rational`, который позволяет хранить рациональные числа. В данном задании вам предстоит имплементировать несколько compile-time алгоритмов. Прежде чем перейти к сути, вспомним что же было рассказано на лекции. На лекции я продемонстрировал способ нахождения квадратного корня заданного числа с использованием итеративного алгоритма Герона, являющегося применением алгоритма Ньютона. Проблемой этого метода является то, что контролировать рост знаменателя становится сложно: он очень быстро растет с каждой новой итерацией, поэтому даже четыре-пять итераций могут привести к переполнению диапазона хранения 64-битной переменной. Однако такого маленького количества итераций все же недостаточно для вычисления квадратного корня числа с более-менее приличной точностью. Ввиду этого, рассмотрим другой способ проведения подобного вычисления.

Рассмотрим функцию $f(x) = a - x^2$. Заметим, что ее корнем является значение $x_0 = \sqrt{a}$. Таким образом, мы можем свести задачу о нахождении квадратного корня к задаче о нахождении корня уравнения!

Пункт I: нахождение корня уравнения

Для нахождения корня уравнения, на лекции мы использовали [алгоритм Ньютона](#), однако в данном задании я предлагаю вам использовать иные алгоритмы, лишенные непредсказуемого роста знаменателя. Вы можете имплементировать один из двух следующих алгоритмов поиска корня функции: **линейный проход по сетке** ([5 баллов]), **бинарный поиск** ([10 баллов]). **Ограничение:** оба алгоритма имплементируем в предположении того, что мы ищем корень некой функции $f(x)$ на **отрезке** (не интервале!) $[a, b]$, причем нам доподлинно известно, что корень на этом отрезке – единственный!

Пункт I, вариант I (линейный проход по сетке) [5 баллов]:

Задано натуральное число k . Разделите отрезок $[a, b]$ на $t = 2^k$ подотрезков, каждый длиной $l = (b - a) / t$. Рассмотрите точки последовательности

$X = \{a, a + l, a + 2l, a + 3l, \dots, b\}$ и найдите точку

$x_0 = \operatorname{argmin}(|f(x)|)$. Она и будет приближенным значением корня.

Пункт I, вариант II (бинарный поиск) [10 баллов]:

Имплементируйте традиционный и общеизвестный алгоритм бинарного поиска.

Пункт II: Вычисление квадратного корня рационального числа [2 балла]:

Используем полученные нами знания для нахождения квадратного корня числа a (\sqrt{a}).

Рассмотрим функцию $f(x) = a - \sqrt{x}$ на отрезке $[0, \max(1, a)]$. Данная функция соответствует ограничению, упомянутому сверху (подумайте почему). Таким образом, передав эту функцию в структуру поиска корня, мы получаем ответ.

Пункт III: Вычисление n-ого корня рационального числа [3 балла]:

Проанализируйте реализацию предыдущего пункта и придумайте такую функцию, передав которую структуре поиска корня мы получим приближенное значение n -ого корня числа a .

Внимание!

Шаблон кода приложен к этому заданию. Работать нужно именно с ним. Запрещается изменять приведенный код, дописывать же код нужно только в тех местах, где это явно указано соответствующим комментарием. В этом же шаблоне присутствуют проверки (тесты), которые проверяют корректность ваших имплементаций.