Traitement Numérique des Signaux Aléatoires

Série 3

Exercice 1

Soit $d(n)$ le processus aléatoire d'autocorrélation : $r_d(k) = \alpha^{|k|}$ avec $0 < \alpha < 1$

Le signal $d(n)$ est attaqué par le bruit blanc centré $v(n)$ de variance ${\sigma_v}^2$. Le signal observé est alors :

$$x(n) = d(n) + v(n)$$

Avec $d(n)$, $v(n)$ supposés décorrélés.

1. Construire un filtre de Wiener de 2nd ordre permettant de réduire le bruit.
2. Etudier le cas particulier : ${\sigma_v}^2 = 1$ et $\alpha = 0.6$.

Exercice 2

$x(n)$ est un processus aléatoire tel que :

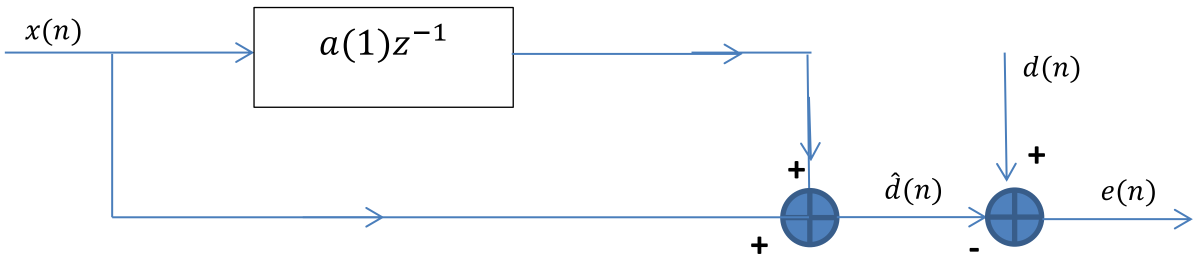
$$x(n) = \alpha x(n-1) + v(n) + \beta v(n-1)$$

Avec $v(n)$ est un bruit blanc de moyenne m_v et de variance ${\sigma_v}^2$.

1. Ecrire les équations de Wiener-Hopf permettant de définir un prédicteur linéaire de 1er ordre.
2. Proposer le prédicteur linéaire permettant de minimiser l'erreur quadratique moyenne pour $m_v = 0$ et ${\sigma_v}^2 = 1$. On donne :
$$\hat{x}(n+1) = w(0)x(n) + w(1)x(n-1)$$
3. Donner la valeur de cette erreur.

Exercice 3

On considère le système donné par la figure suivante ayant pour objectif d'estimer $d(n)$ à partir de x(n).



Sachant que $\sigma_d{}^2 = 4$; $r_x = [1.0 \;\; 0.5 \;\; 0.25]^T$ et $r_{dx} = [-1.0 \;\; 1.0]^T$ trouver la valeur de $a(1)$ permettant de minimiser l'erreur quadratique moyenne $= E[|e(n)|^2]$. Trouver la valeur de cette erreur.

Exercice 4

On désire estimer un processus $d(n)$ en milieu bruité :

$$x(n) = d(n) + v(n)$$

Le signal utile $d(n)$ est un processus aléatoire SSL d'autocorrélation : $r_d = [1.5 \;\; 0 \;\; 1.0 \;\; 0]^T$ décorrélé de $v(n)$ bruit blanc centré de variance $\sigma_v{}^2 = 1$.

1. Donner les trois coefficients du filtre de Wiener permettant d'estimer $d(n)$. (on se limite à un filtre d'ordre 2 : $w(z) = w(0) + w(1)z^{-1} + w(2)z^{-2}$)
2. Evaluer l'erreur quadratique moyenne $E[|d(n) - \hat{d}(n)|^2]$