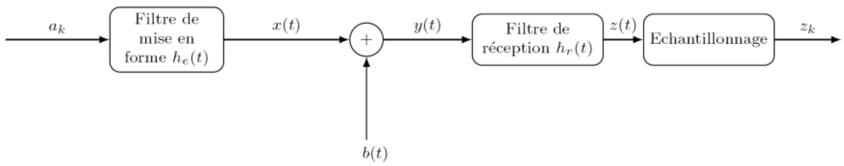
1 Récepteur optimal

On considère un filtre NRZ défini par sa réponse impulsionnelle

$$h_e(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 \leq t < T \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

1. Montrer que si l'on choisit un filtre d'émission NRZ, et un filtre de réception tel que $h_r(t) = h_e(-t)$, alors $h = h_e * h_r$ est un filtre de Nyquist.
2. Montrer que ce résultat est aussi vrai pour un filtre RZ et biphase Manchester.
3. En déduire trois choix possibles de filtres d'émission / réception formant un récepteur optimal.

2 Rapport signal sur bruit à la sortie du récepteur

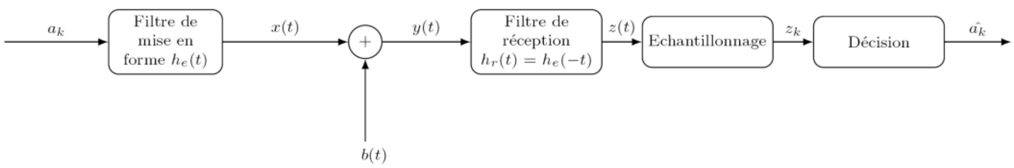


On considère la chaîne de transmission en bande de base ci-dessus. On cherche à calculer le rapport signal sur bruit à la sortie du récepteur. Les notations utilisées seront les mêmes que celles du cours : E_{h_e} désigne l'énergie totale du filtre de mise en forme, $h = h_e * h_r$, $n = b * h_r$, et $\frac{N_0}{2}$ la densité spectrale de puissance du bruit blanc gaussien $b(t)$.

1. Calculer $z(t)$ puis $z_k = z(kT)$ en fonction des a_k, de $h(t)$ et $n(t)$. Identifier les différents termes de l'expression. Que devient-elle si l'on suppose que le récepteur est optimal ?
2. On suppose dans la suite que le récepteur est optimal. Exprimer z_k en fonction de a_k, E_{h_e} et $n(t)$
3. Calculer la puissance moyenne P_n du bruit $n(t)$ en fonction de N_0 et E_{h_e}
4. Montrer que le rapport signal sur bruit à la sortie du récepteur peut s'exprimer comme

$$SNR = \frac{2E_{h_e}}{N_0}$$

3 Probabilité d'erreur avec un dictionnaire 2B1Q



On considère une transmission en bande de base avec un dictionnaire 2B1Q ($M = 4$). On suppose que le récepteur est optimal, et que tous les symboles sont équiprobables. On souhaite estimer la probabilité d'erreur par symbole. Les notations utilisées seront les mêmes que celles du cours : E_{h_e} désigne l'énergie totale du filtre de mise en forme, et $\sigma^2 = \frac{N_0}{2}$ la densité spectrale de puissance du bruit blanc gaussien $b(t)$.

1. Ecrire z_k en fonction de a_k, E_{h_e} et de $n(t) = (b * h_r)(t)$ (cf exercice précédent)
2. Calculer la puissance moyenne $P_n = \sigma_n^2$ du bruit gaussien $n(t)$.
3. Tracer sur une ligne graduée les $M = 4$ valeurs possibles pour le terme déterministe de z_k, et repérer les zones de décision optimales.
4. On rappelle que si x est gaussien de moyenne nulle et de variance σ^2, on a

$$p(x > \alpha) = Q\left(\frac{\alpha}{\sigma}\right) \qquad p(x < \beta) = Q\left(-\frac{\beta}{\sigma}\right) = 1 - Q\left(\frac{\beta}{\sigma}\right)$$

$$p(\alpha < x < \beta) = Q\left(\frac{\alpha}{\sigma}\right) - Q\left(\frac{\beta}{\sigma}\right)$$

   (a) Prendre les symboles un par un, et calculer pour chacun la probabilité de détecter correctement le symbole (que z_k soit effectivement dans la zone de décision).
   (b) En déduire la probabilité de ne pas faire d'erreur.
   (c) En déduire la probabilité d'erreur par symbole.
5. Exprimer E_{bit} en fonction de E_{h_e}. Exprimer finalement la probabilité d'erreur par symbole en fonction de E_{bit} et N_0