1 Condition de Nyquist dans le domaine fréquentiel

On considère un filtre de réponse impulsionnelle $h(t)$ vérifiant la condition de Nyquist.

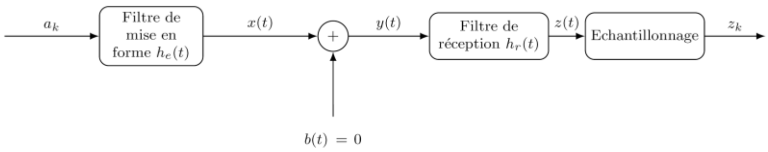
1. En raisonnant en terme d'échantillonnage, montrer que la condition de Nyquist peut s'écrire
$$h(t)\sum_{k\in\mathbb{Z}}\delta(t-kT)=h(0)\delta(t)$$

2. Sachant que $\mathcal{TF}\left\{\sum_{k\in\mathbb{Z}}\delta(t-kT)\right\}=\frac{1}{T}\sum_{k\in\mathbb{Z}}\delta(f-\frac{k}{T})$, en déduire que la condition de Nyquist peut s'exprimer dans le domaine fréquentiel comme
$$\sum_{k\in\mathbb{Z}}H\left(f-\frac{k}{T}\right)=T\ h(0)$$

3. On considère le filtre suivant
$$H(f)=\begin{cases}1 & \text{si } -BP<f<BP\\ 0 & \text{sinon}\end{cases}$$
En faisant un dessin, en déduire que si la bande passante BP de $H(f)$ est strictement inférieure à $\frac{1}{2T}$, alors le critère de Nyquist ne peut pas être réalisé. En déduire que la bande passante minimale pour un filtre de Nyquist est $BP_{min}=\frac{1}{2T}$.

4. Quelle est la réponse impulsionnelle du filtre $H(f)$ dans le cas $BP=BP_{min}=\frac{1}{2T}$?

2 Filtre en cosinus surelevé



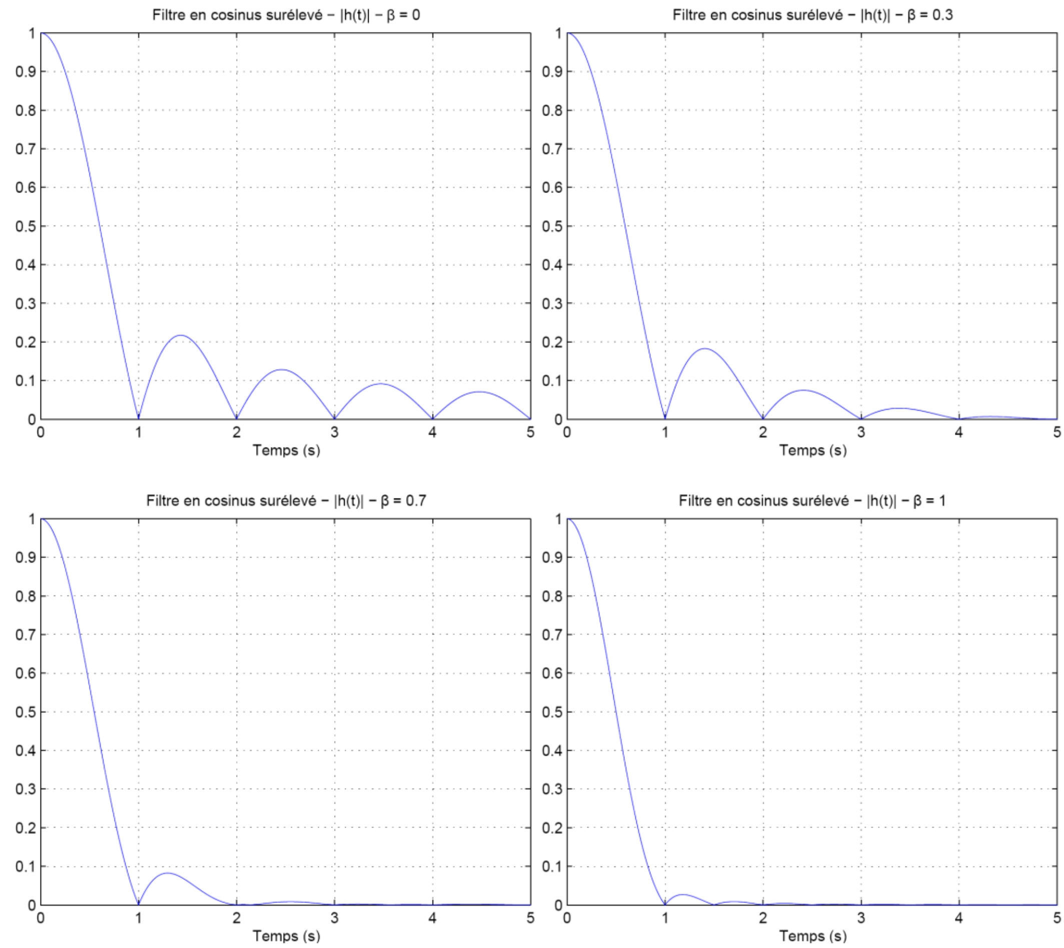
On considère la chaîne de transmission en bande de base ci-dessus où l'on suppose qu'il n'y a pas de bruit ($b(t)=0$). On suppose que l'on utilise un dictionnaire binaire antipolaire et que l'on transmet avec un débit binaire $D_b=1$ bit/sec. On notera, comme dans le cours $h=h_e*h_r$.

1. Calculer $z(t)$ puis $z(kT+t_0)$ en fonction de t_0, des a_k et de $h(t)$. Identifier la partie liée au signal et l'interférence entre symboles.

2. On définit la distorsion maximale
$$D_{max}(t_0)=\frac{\sum_{k\neq 0}|h(kT+t_0)|}{|h(t_0)|}$$
Interpréter cette quantité en terme d'interférence entre symboles et de synchronisation. Quelle est la valeur de $D_{max}(0)$ pour un filtre de Nyquist ?

3. On décide d'utiliser un filtre $h=h_e*h_r$ en cosinus surélevé. On donne le tracé de $|h(t)|$ pour différentes valeurs du paramètre β. Comment évolue la quantité $D_{max}(t_0)$ avec β ?

4. Expliquer alors le compromis à effectuer lorsque l'on choisit le paramètre β.


Filtre en cosinus surélevé − |h(t)| − β = 0
Temps (s)
Filtre en cosinus surélevé − |h(t)| − β = 0.3
Temps (s)
Filtre en cosinus surélevé − |h(t)| − β = 0.7
Temps (s)
Filtre en cosinus surélevé − |h(t)| − β = 1
Temps (s)