

ALGEBRA LINEAL - Clase 22/05**Para hacer en clase:**

Ejercicio 1. Probar que la aplicación $\tau : \mathcal{C}_n(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}_{\leq n}[X]$ que a cada función f le asigna su polinomio de Taylor de grado n centrado en 0 es una transformación lineal.

Ejercicio 2. Determinar para cada uno de los siguientes ejemplos si existe una transformación lineal $f : V \rightarrow V$ y en caso afirmativo exhibir una.

(a) $V = \mathbb{R}_{\leq 3}[X]$ y f satisface que

$$f(X^2 + X) = (X + 1)^2, \quad f(X^2 + 1) = X^2 + 1, \quad \text{y} \quad f(X - 1) = 2X.$$

(b) $V = \mathbb{R}^{2 \times 2}$ y f satisface que

$$f \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ -3 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad f \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \text{y} \quad f \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 3. Sean $S, T \subseteq \mathbb{R}_{\leq 3}[X]$ subespacios dados por

$$S = \{p \in \mathbb{R}_{\leq 3}[X] : p'(1) = p(1) = 0\} \text{ y} \\ T = \langle -3X^3 + X^2 + 2X, X^3 - 1 \rangle.$$

Hallar una transformación lineal $f : \mathbb{R}_{\leq 3}[X] \rightarrow \mathbb{R}_{\leq 3}[X]$ tal que $f(S) = T$ y $f(T) = S$.

Ejercicios de la guía relacionados: 1 a 5