

**ÁLGEBRA LINEAL - Clase 12/05****Para hacer en clase (y después) (y antes)**

**Ejercicio 1.** Sea  $A = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & A_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & A_n \end{pmatrix}$  una matriz diagonal por bloques, donde  $A_j \in K^{n_j \times n_j}$

para cada  $1 \leq j \leq n$  (es decir, cada matriz  $A_j$  es cuadrada, pero los tamaños pueden variar).

Probar que  $A$  es inversible si y solo si  $A_j$  es inversible para todo  $1 \leq j \leq n$ .

**Ejercicio 2.** Sea  $A \in K^{n \times n}$ . Probar que  $Ax = b$  tiene solución única para cada  $b \in K^n$  si y solo si  $Ax = e_i$  tiene solución única para todo  $1 \leq i \leq n$ , donde  $e_i$  representa al  $i$ -ésimo vector canónico de  $K^n$ .

Notar que este ejercicio junto con el Ejercicio 2 i) de la Práctica 2 dan una construcción para la inversa de  $A$ , en caso de que exista.

**Ejercicio 3.** Sea  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 3 & 4 & 3 \\ 3 & 8 & 4 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ . Probar que  $A \in GL(3, \mathbb{R})$  y escribir a  $A$  y a  $A^{-1}$  como

producto de matrices elementales. Verificar que  $AA^{-1} = A^{-1}A = I_3$  usando esta escritura.

**Ejercicios de la guía relacionados: 9 a 17.**