ÁLGEBRA LINEAL - Clase 05/05

Para hacer en clase (y después) (y antes)

Ejercicio 1. (de parcial) Sea $V = \mathbb{C}^{2\times 2}$. Consideramos el subconjunto $S = \{A \in V : A = \overline{A^t}\}$ (las matrices en este conjunto se conocen como matrices *hermitianas*).

i) Considerando a V como $\mathbb{R}$-espacio vectorial:

   a) Probar que S es un subespacio de V. Hallar una base y la dimensión de S.

   b) Hallar un subespacio vectorial $T \subseteq V$ tal que $S \oplus T = V$.

ii) Considerando a V como $\mathbb{C}$-espacio vectorial, ¿es S un subespacio vectorial de V? Justifique.

Ejercicio 2. (de parcial) Sean $S = \{A \in \mathbb{R}^{2\times 3}$: cada una de las filas de A suma $0\}$ y $T = \{A \in \mathbb{R}^{2\times 3}$: cada una de las columnas de A suma $0\}$.

i) Calcular $\dim(S \cap T)$ y $\dim(S + T)$.

ii) Determinar un subespacio $U \subseteq \mathbb{R}^{2\times 3}$ tal que $\mathbb{R}^{2\times 3} = (S + T) \oplus U$.

iii) Intente volver a resolver el ejercicio, ahora con S y T dados por generadores (y suponiendo que no tenemos las descripciones por comprensión dadas, es decir, vuelva a deducirlas -si fuese necesario- a partir de los generadores).

Ejercicio 3. (creo que no es de parcial) Sea V un $\mathbb{C}$-espacio vectorial.

i) Notar (probar) que V admite estructura de $\mathbb{R}$-espacio vectorial.

ii) Probar que si $\{v_1, \dots, v_n\}$ es un conjunto de generadores de V como $\mathbb{C}$-espacio vectorial, entonces $\{v_1, \dots, v_n, iv_1, \dots, iv_n\}$ es un conjunto de generadores de V como $\mathbb{R}$-espacio vectorial. ¿Vale la recíproca?

iii) Probar que si $\{v_1, \dots, v_n\}$ es una base de V como $\mathbb{C}$-espacio vectorial, entonces $\{v_1, \dots, v_n, iv_1, \dots, iv_n\}$ es una base de V como $\mathbb{R}$-espacio vectorial. ¿Vale la recíproca?

iv) Puede ser de utilidad volver al Ejercicio 2 de la clase del 24/04 después de haber hecho (o, por lo menos, habiendo leído el enunciado de) este ejercicio. No se usa *estrictamente* ninguno de los ítems anteriores para dar la base de S, pero puede ayudar a ordenar un poco las ideas.