

Série TD N°4
Énergies et échanges du rayonnement thermique

Exercice 1:

Soit un cylindre compris entre $x = 0$ et $x = L$, de masse volumique ρ , de capacité thermique massique c et de conductivité K . Le problème est unidimensionnel selon (ox) , la température étant considérée uniforme dans la section S du cylindre. La surface latérale du cylindre est thermiquement isolée.

On notera $D = \frac{K}{\rho c}$.

Il n'y a pas de sources thermiques.

1. En appliquant le premier principe, établir l'équation de diffusion thermique pour la fonction $T(x, t)$.
2. On cherche des solutions de la forme $T(x, t) = f(x)g(t)$. Expliciter $f(x)$ et $g(t)$.
3. Les extrémités du cylindre ont une température uniforme T_0 .
A $t = 0$, $T(x, 0) = T_1 \sin(\frac{\pi x}{L}) + T_0$.
Déterminer $T(x, t)$.

Exercice 2:

On ne considère deux corps noirs dont l'un est à la température $T_1 = 2500 \text{ K}$. Déterminer la température de l'autre corps noir sachant que la différence entre les deux longueurs d'onde correspondant aux maximums de leurs densités spectrales d'énergie vaut: $\lambda_{m2} - \lambda_{m1} = \Delta\lambda_m = 0.5 \text{ }\mu\text{m}$.

Exercice 3:

Le soleil peut être considéré comme une sphère de rayon $R_S = 700\,000 \text{ Km}$, à la température $T_S = 5800 \text{ K}$. On assimile le soleil à un corps noir.

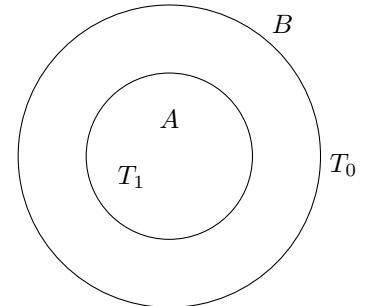
1. Quel est le domaine de longueur d'onde dans lequel le soleil émet majoritairement?
2. Calculer la puissance ϕ_e totale émise par le soleil. On donne: $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-4}$.
3. En déduire le flux surfacique φ_i incident au niveau de l'orbite terrestre. La distance Terre-Soleil vaut $D = 150 \text{ millions de Km}$.
4. Quel est le flux ϕ_i total incident arrivant sur la Terre? Le rayon terrestre est $R_T = 6\,400$.
5. On suppose que la Terre est également un corps noir. Quel le flux ϕ_a absorbée par la Terre?
6. Quel est le flux ϕ'_e émis par la Terre? On appellera T_t la température de la Terre, supposée uniforme.
7. Exprimer et calculer la température de la Terre en supposant le régime stationnaire.

Exercice 4:

Un corps sphérique (A) de rayon R , de capacité thermique C_0 , et de température T_1 , et placé dans une enceinte vide dont les parois intérieure absorbante est maintenue à la température T_0 . On suppose que le corps (A) rayonne comme un corps noir et qu'il n'y a pas d'autres types de transferts thermiques.

Les températures T_1 et T_2 sont voisines et l'on pose $T_1 = \theta + T_0$ avec $\theta \ll T_0$.

1. Quel est le flux ϕ_a reçu par le corps (A) de la part de l'enceinte.
2. Déterminer la loi d'évolution de la température T de la sphère en fonction du temps.
3. On considère une sphère métallique de rayon $R=1\text{cm}$, de capacité thermique massique $c = 0.5 \text{ kJ.K}^{-1}.\text{Kg}^{-1}$.
Données: $T_0 = 273\text{K}$, $T_1 = 280\text{K}$ et la constante de Stefan:
 $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-4}$.



Au bout de combien de temps, l'écart de température $(T - T_0)$ est-il inférieur à 0.1 K ?

Exercice 5:

La Terre est assimilée à un corps noir de température T_t , émettant un rayonnement thermique de flux surfacique φ_t . La Terre est supposée entourée d'une couche contenant du dioxyde de carbone gazeux en concentration C_0 fixée. La température de cette couche est notée T_c et le rayonnement qu'elle émet est associée au flux surfacique φ_c des deux côtés de la couche.

On désigne par φ_s le lux solaire surfacique reçu. Les rayons solaires arrivent sous incidence normale sur la couche gazeuse.

1. a. Rappeler la forme de la loi du déplacement de Wien.
 b. On sait que le Soleil, de température $T_S = 6000K$, émet un rayonnement situe dans le domaine visible $\lambda_m = 0.5\mu m$. En utilisant un ordre de grandeur raisonnable pour les températures, déterminer approximativement la longueur d'onde d'émission radiative maximale de la Terre et de la couche de CO_2 .
2. On admettra par la suite que l'absorption de φ_t par la couche de CO_2 est totale et que cette couche peut donc être assimilée à un corps noir dans le domaine spectral du flux radiatif terrestre, mais elle est transparente au rayonnement solaire (φ_s le flux solaire surfacique).
- a. Traduire l'équilibre radiatif de l'ensemble couche gazeuse + Terre; on supposera que la Terre et la couche gazeuse ont sensiblement le même rayon, et donc la même surface émissive d'un coté.
 Traduire l'équilibre de la Terre seule.
- b. Exprimer la température T_t en fonction de φ_s et de la constante de Stefan. Comparer le résultat à celui que l'on obtiendrait si la couche n'existait pas.
 Application numérique:

$$\begin{aligned}\varphi_s &= 342 \text{ W.m}^{-2} \\ \sigma &= 5.67.10^{-8} \text{ W.m}^{-2}.K^{-4}\end{aligned}$$

3. On suppose que la quantité CO_2 augmente. On modélise cette augmentation en considérant la superposition de N couches contenant du CO_2 , toutes identiques à la précédente. Ainsi, chaque couche admet la même concentration en CO_2 . On note φ_{cp} le rayonnement émis vers le haut et vers le bas par la *Pieme* couche de température T_{cp} . Le rayonnement émis par une couche est totalement absorbe par les autres couches.
- a. Traduire l'équilibre radiatif en terme de flux surfacique:
 - L'ensemble toutes les couches + Terre;
 - La couche p;
 - La première couche;
 - La Terre.
- b. En déduire φ_{cp} et φ_t en fonction de φ_s , de N et de σ .
- c. Donner finalement l'expression de T_t en fonction de φ_s , de N et de σ . Conclure sur l'influence de N sur T_t .

Exercice 6:

Soit S_1 une surface convexe complètement entourée par une surface S_2 . On suppose que les températures T_1 et T_2 ainsi que les émissivités ε_1 et ε_2 des deux surfaces sont connues.

1. Déterminer le flux net perdu par chacune de ces surfaces en utilisant le schéma électrique équivalent.
2. On suppose que la surface S_1 est petite devant la surface S_2 . Simplifier l'expression du flux perdu par chacune des surfaces. Conclure.

Exercice 7:

Un radiateur infrarouge, constitue d'une plaque chauffante carrée de côté $a = 20 \text{ cm}$, est placée horizontalement à une hauteur $h = 4 \text{ m}$ du sol.

1. La température du radiateur est égale à $T = 900K$. Calculer la puissance P dissipée par le radiateur. ($\sigma = 5.67.10^{-8} \text{ W.m}^{-2}.K^{-4}$).

2. On admet qu'une surface dS d'un écran situé dans la direction i , normalement au rayonnement émis par le radiateur et à une distance r du radiateur, reçoit une puissance:

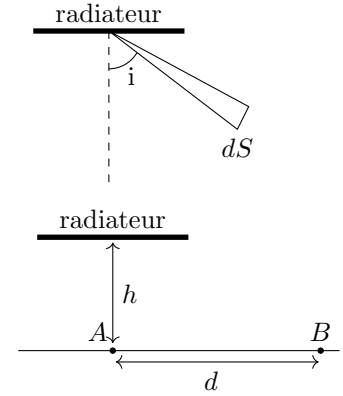
$$dP = La^2 \cos i \frac{dS}{r^2}$$

Où L est la luminance énergétique.

Déterminer L en fonction de σ et T .

3. En déduire le flux surfacique pour un point du sol situé:

- en A, à la verticale du radiateur;
- en B, à une distance $d=3\text{cm}$ de A.



Exercice 8:

Une petite bille sphérique de cuivre, assimilée à un corps noir, de diamètre $D = 30\text{mm}$, de chaleur massique $c = 390\text{J.K}^{-1}.\text{Kg}^{-1}$ et de masse volumique $\rho = 8.9 \cdot 10^3 \text{Kg.m}^{-3}$, est à la température $T_0 = 288\text{K}$ à l'instant $t = 0$. On place cette bille dans un enceinte vide dont la paroi intérieure est maintenue à température constante $T_1 = 300\text{K}$; On donne $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{W.m}^{-2}.\text{K}^{-4}$.

- Établir l'équation différentielle qui régit l'évolution de la température $T(t)$ de la sphère au cours du temps.
- En tenant compte des faibles écarts de température ($T(t) - T_1 \ll T_1$), établir la loi de $T(t)$; calculer la constante de temps τ de cette évolution.
- Calculer, à l'instant $t = \tau$, le flux radiatif à la surface de la bille et la vitesse d'échauffement $\frac{dT}{dt}$.
- Déterminer à quel instant la bille atteint la température moyenne $T_m = \frac{T_0 + T_1}{2}$.